

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кубанский государственный технологический университет»
(ФГБОУ ВО «КубГТУ»)



КУБАНСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Лекция

Динамика жидкости и твердого тела

Краснодар
2020

Глава 5.

Движение молекул сплошной сред.

§ Кинематическое описание движения
текущей. Векторная форма, потоки и циркуляционная
векторная форма. Отличие св. вл. текучести и газв.

Молекулы газа соверш. беспор. хаотич. движение,
несвяз. или весьма слабо связ. между собой.
двигаются свободно и занимают весь объём сосуда.

Твёрдость имеет определ. объём, и принимает
форму сосуда. В текучести сред. расстоя. между
молекулами постоянно, поэтому $V = const.$

Св. вл. тек. и газв. во многом отличаются
динамики. Гидродинамика ^{молекулярная} — раздел меха-
ники; изучает равновесие и движение текучес-
тей и газв, их взаимодействие между собой и отде-
льными или твёрдыми телами, исследует
свойств потока и циркуляц. текучести и газв.

Движение текучести характеризуется тем, что
а совокупность частиц движущейся текучести
— поток. Траектории движения текучести
образуются сплошной линией потока, которая
пробегает так, что касательная к ней совпа-
дает по направлению с вектором скорости
текущей, в соответ. точке пространства.



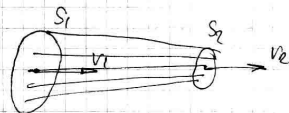
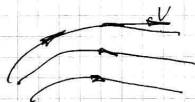


Можно также проверить так, чтобы проверить их, сферическую поверхность откосами числа можно и плоскости \perp или плоскости, через которую они проходят, была больше там, где больше сферическая поверхность. Г.о. можно также проверить. Характеристики поверхности.

Часть поверхности, ограниченно плоскостью, называется глубокой плоскостью.

Темные поверхности называются гетерогенными или анизотропными, если форма и распределение линий плоскости, а также угловая скорость той в каждой ее точке со временем не изменяется. Проникновение скорости течения неравномерной поверхности на поперечное сечение глубины, так как величина нормальная для каждой глубины поверхности.

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 = \text{const} - \text{уравнение неразрывности}$$



В месте с большой скоростью течения жидкости и газы рассматриваются как случайное неравномерно распределенное в жидкой или газовой среде. Сжимаемость поверхности и газы можно пренебречь, поэтому нормальная



Вискозности - это вязкость, плотность которой всегда
функция и не изменяется со временем.

Φ численная величина, определяемая кривизной
силы, действующей со стороны вязкости на едини-
цу площади, называется давлением p вязкости:

$$p = \Delta F / \Delta S \quad [1 \text{ Па} = 1 \text{ Н} / 1 \text{ м}^2].$$

Давление при равновесии вязкости или газа выжи-
вается з. Паскаля: давление в любой точке
покоящейся вязкости или газа по всем
направлениям, примет значение давления
передаётся по всему объёму, занимаемому
этой вязкостью. Давление в вязкости изменя-
ется линейно с высотой и называется

$$p = \rho g h \quad \text{гидростатическим.}$$

На любой тело погружённое в вязкость или
газ действует выталкивающая сила

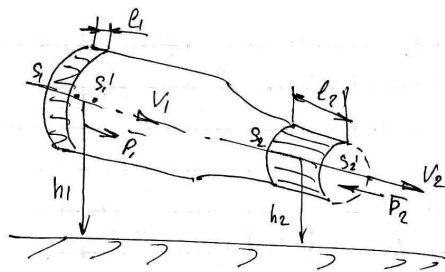
$$F_A = \rho g V$$

Такой выт. силой Архимеда.

§ Уравнение Бернулли.

Возьмем в стационарно текущей несжимаемой
вязкости трубку тонка, сечение S_1 и S_2 .

За малый промежуток времени Δt
вязкость перемещается от S_1 к S_1' , S_2 к S_2'



Согласно закону сох. энергии, изменение полной энергии $E_2 - E_1$ идеал. течения жидк. должно быть равно работе A внешних сил по перемещению массы m жидкости

$$E_2 - E_1 = A$$

С правой стороны работа, это работа со всех сил перемещении всей жидкости между S_1 и S_2

$$A = F_1 l_1 + F_2 l_2$$

т.к. $F_1 = P_1 S_1$, $F_2 = -P_2 S_2$, $l_1 = v_1 \Delta t$, $l_2 = v_2 \Delta t$

Полная энергия

$$E_1 = \frac{m v_1^2}{2} + m g h_1, \quad E_2 = \frac{m v_2^2}{2} + m g h_2$$

Тогда $\frac{m v_1^2}{2} + m g h_1 + P_1 S_1 v_1 \Delta t = \frac{m v_2^2}{2} + m g h_2 + P_2 S_2 v_2 \Delta t$

Согласно ур-ию неразрывности

$$\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t = \text{const}$$

Тогда $\rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g h_1 + P_1 = \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g h_2 + P_2$

т.к. сечения кондир. произвольны



То можно решить

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const}$$

Ур-не Бернулли, справедливо для струйки
где третье можно выкинуть,

p - статическое давление

$\rho v^2/2$ - динамическое давление,

$\rho g h$ - гидростат. давление,

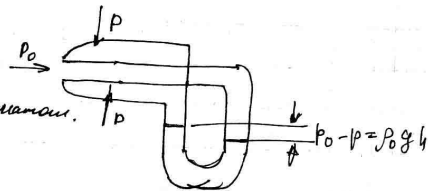
Для горизонт. трубы

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const} - \text{используем}$$

Скорость потока невязкой измеряют трубой
Пито-Пранглия.

$$p_0 - p = \rho_0 g h$$

p_0 - давление струйки в макс.

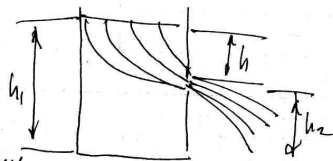


$$v = \sqrt{2 p_0 g h / \rho}$$

Скорость потока невязкой.

Скорость истечения
струи через отверстие
в сосуде

$$v_2 = \sqrt{2 g h} - \text{фор. Торричелли}$$



§ Вязкость: Коэф. вязкости струйки

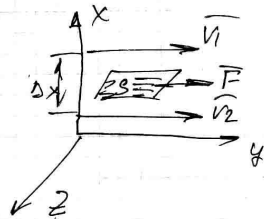


Вязкость (внутреннее трение) - это св-во реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой. При перемещении одной слоев реальной жидкост относительно другой возникает внутреннее трение, направленное по касательной к поверхности слоев. Условно и термодинамическая сила.

\vec{F}_1 или $S \cdot \vec{v}$, и равен

от роста v_1 к v_2 .

Направлен, в котором отст. расстояние между слоями \perp скорости течения слоев.



Величина $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ хар-к. как быстро меняется скорость от слоя к слою и направ. градиента скорости.

Можно силой внут. трения

$$F = \eta \frac{\Delta v}{\Delta x} S$$

η - динамическая вязкость. [$\text{Па} \cdot \text{с} = 1 \text{ Н} \cdot \text{с} / \text{м}^2$]

\vec{F}_1 \vec{F}_2 , вязкость не скалярна.

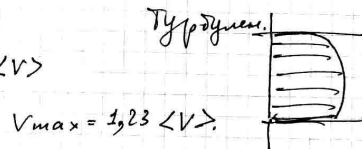
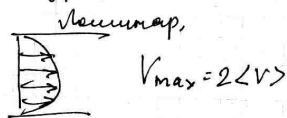
$\eta = f(t)$. y и z ось t \vec{F}_1
 y и z ось t \vec{F}_2 .



Сущ. два режима течения.

Ламинарный (слоистый) - без перемешив. слоев.

Турбулентное (вихревое) - перемешив. слоев.



Характер течения зависит от числа Рейнольдса, Re

$$Re = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta} = \frac{\langle v \rangle d}{\nu}$$

где $\nu = \eta / \rho$ - кинематическая вязкость,
 d - ϕ .

Ламинарный $Re \leq 1000$

Турбулентное $Re \geq 2000$.

§ формула Пуазейя.

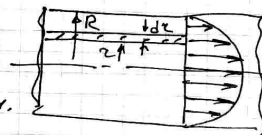
Меню основан на ламинарном течении
жидкости в трубе постоянного диаметра.

Рассмотрим. Диаметр R и l . Внешний слой dx
и тол. dr . Сила внутр. трения

$$F = -\eta \frac{dv}{dr} dS = -\eta 2\pi r l \frac{dv}{dr}$$

dS - боковая поверхность цилинд.

" " " при $r \neq R$ $V \neq 0$



Для установ. течения F урав. силой рав. на его
основание.



$$-\eta \cdot 2\pi r l \frac{dV}{dr} = \Delta p \pi r^2 l$$

$$dV = -\frac{\Delta p}{2\eta l} r dr$$

Интегрируем $V = \frac{\Delta p}{4\eta l} (r^2 - r_0^2)$

по параболическому закону, так как ось
трубки.

За время t из трубки вытекает объем нефти

$$V = \int_0^R v r \cdot 2\pi r dr = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8\eta l}$$

Тогда вязкость $\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8Vl}$

§ Формула Стоя.

Получ. на осев. цифр. анализе сред. тем. лавы
формулы (между породн.). Дуга в пач. вкр. вкуч
указ шарик, на него действуют силы:

гравитации $P = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$, Архимед $F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g$

сила сопротивления (энергетика) $F = 6\pi \eta r v$

При равновесии движ.

$$P = F_A + F$$

или $\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g + 6\pi \eta r v$

Отсюда $v = \frac{2(\rho - \rho')gr^2}{9\eta}$

Измерив v по формуле $\eta = \frac{2(\rho - \rho')gr^2}{9v}$

§ Упругие деформации, закон Гука. Растяжение, сжатие, кручение.

Деформацией твердого тела называется изменение размеров и формы тела. Деформации подразделяются на упругие и пластические. При упругих деформациях происходит смещение частиц, находящихся в узлах кристаллических решеток твердых тел, из первоначального положения в равновесия в другое. Этому препятствует сила взаимного притяжения между частицами, вследствие чего в деформированном теле возникает внутренняя упругая сила, которая уравновешивает внешние силы.

Упругой называется деформация, которая исчезает после прекращения действия сил. При этом происходит обратное смещение частиц из новых положений равновесия в первоначальное. Кристальные деформации твердого тела, сопровождающиеся необратимой перестройкой его кристаллической решетки, называются пластическими.

Напряжением σ называется физическая величина численно равная упругой силе Гук, приходящейся на единицу площади S сечения тела:

$$\sigma = \frac{F_{\text{Гук}}}{S}$$





напряжения σ направляется нормальными, если сила $dF_{уп}$ нормальна к поверхности dS , и касательными, если сила касательна к этой поверхности. Мерой деформации является относительная деформация $\Delta x / x$, равная отношению абсолютной деформации к первоначальному значению величины x .

Закон Гука: напряжение σ при упругой деформации тела пропорционально относительной деформации: $\sigma = k \frac{\Delta x}{x}$.

k - модуль упругости, численно равной напряжению, которая возникает при относительной деформации равной 1.

Величина $a = \frac{F}{k}$ называется показателем жесткости.

Напряжение при потере упругости пропорционально между напряжением и деформацией, называется пределом пропорциональности.

Продольное растяжение (сжатие) состоит в изменении размеров тела под действием разности боковой и сжимающей силы F . Упругое растяжение (сжатие) прекращается при условии $F_{упр} = F$. Мерой деформации является относительное удлинение $\frac{\Delta l}{l}$. В этом случае $k = E$ называется модулем Юнга. При $\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta l}{l}$ по закону Гука

$$\Delta l = \frac{Fl}{ES}$$

При $\Delta l = l$ модуль Юнга $E = \frac{F}{S} = \sigma$.



Одноосновное расширение (сжатие) образца сопровождается его относительным поперечным сужением (расширением) $\Delta d/d$, коэффициентом Пуассона μ называется отношение относительного поперечного сужения (расширения) Δd к относительному продольному удлинению (сжатие) $\frac{\Delta l}{l}$:

$$\mu = \frac{\Delta d}{d} / \frac{\Delta l}{l}$$

A' - перед упряжкой

B' - перед плугом

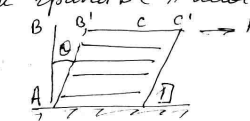
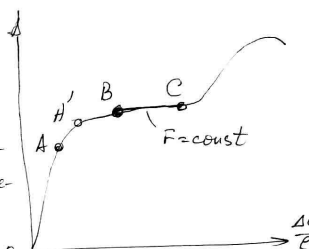
Предом прочности называется наименьшее, соответствующее наибольшей нагрузке, всевозможной тягой через рессоры.

Объёмная ^{тепловой} потенциальной энергии тела $W_{\text{об}} = A_{\text{упр}} = \frac{d^2}{2E}$

Всестороннее сжатие (сжатие)

$$\sigma = k \frac{\Delta V}{V}$$

Светом - называемая деформация, при которой все точки одной твёрдой среды, // которой плоскости (плоскости света), не изменяются в размерах, сдвигаются // друг другу. Светом параллельно к грани BC // плоскости света. Мерой деформации является угол сдвига θ $\tan \theta = \frac{\Delta x}{X}$
 $\Delta X = c \alpha$. Зк. Гуна $c_{\text{св}} = \frac{F}{S} = G \theta$





G - модуль сдвига.

$$G = \frac{E}{2} (1 + \mu)$$

Кручение - кав. деформация образца с одной закреплённой концы под действием пары сил, моментов ~~и~~ M_k и оси образца.

Момент M_k - этой пары сил равнов. крут. момент. Кручение состоит в относительно повороте // друг другу сечений, проведённых \perp к оси образца.

Если φ - угол поворота, Z - измеренное по оси образца расстояние от закреплённого конца, то радиус r угол поворота двух бесконечно длинных сечений равен
$$d\varphi = \frac{d\varphi}{dZ} dZ = \theta dZ \quad \theta = \frac{d\varphi}{dZ} - \text{относ. угол}$$

θ - мера деформации при кручении. кручение.

Полный поворот $\varphi = \theta Z$.

Закон Гука при кручении

$$\theta = \frac{M_k}{G J_p}$$

J_p - полярный момент инерции кручения.
Для круглого сечения радиуса R

$$J_p = \pi R^4 / 2$$

Угол поворота $\varphi = \frac{M_k L}{G J_p}$ или $M_k = \frac{G J_p \varphi}{L}$.

Угловая потенциальная энергия

$$\omega_k = \frac{M_k^2 L}{2 G J_p^2}$$



БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ!