

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кубанский государственный технологический университет»
(ФГБОУ ВО «КубГТУ»)



КУБАНСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Лекция

Динамика жидкости

и твердого тела

Краснодар
2020

Глава 5.

Движение молекул сплошной сред.

§ Кинематическое описание движения
текущей. Векторная форма, потоки и циркуляционная
векторная форма. Отличие св. вл. текучести и газв.

Молекулы газа соверш. беспор. хаотич. движение,
несвяз. или весьма слабо связ. между собой.
двигаются свободно и занимают весь объём сосуда.

Текучесть имеет определ. объём, и принимает
форму сосуда. В текучести сред. часть между
молекул постоянна, поэтому $V = \text{const.}$

Св. вл. тек. и газв. во многом различаются
динамикой. Гидродинамика ^{молекулярная} — раздел меха-
ники; изучает равновесие и движение текучес-
тей и газв, их взаимодействие между собой и отде-
льными или твёрдыми телами, исследует
свойств потока и циркуляц. текучести и газв.

Движение текучести характеризуется тем, что
а совокупность частиц движущейся текучести
— поток. Траектории движения текучести
образуются сплошной линией потока, которая
пробегает так, что касательная к ней совпа-
дает по направлению с вектором скорости
текущей, в соответ. точке пространства.



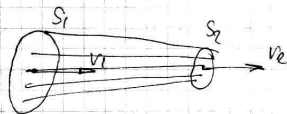
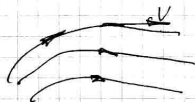


Можно мою проверку так, чтобы проверить их, сферическую поверхность откосами числа моей и площади \pm или площади, через которую они проходят, была больше там, где больше скорость и наоборот. Г.о. можно мою площадь. харак. движение пучков.

Часть пучков, симметрично исходящих от центра, называют глубокими пучками.

Течение пучков называется релятивистским или стационарным, если форма и распределение линий тока, а также угловая скорость в каждой её точке со временем не изменяются. Трансверсальное течение нестационарной пучков на поперечное сечение пучков, так как величина поперечного сечения пучков.

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 = \text{const} - \text{уравнение}$$



В месте с большой скоростью течения пучков и горы рассматриваются как стационарные равномерно распределённые в жидкой или газовой среде. Стационарные пучки и горы можно увидеть, используя понятие пестини



Вискозности - это вязкость, плотность которой всегда
функция и не изменяется со временем.

Φ численная величина, определяемая криволинейной
силой, действующей со стороны вязкости на едини-
цу площади, называется давлением p вязкости:

$$p = \Delta F / \Delta S \quad [1 \text{ Па} = 1 \text{ Н} / 1 \text{ м}^2].$$

Давление при равновесии вязкости или газа назы-
вается гидростатическим: давление в любой точке
любого жидкого или газообразного тела по всем
направлениям, примет значение гидростатического
давления по величине, поэтому называется
гидростатическим. Давление в вязкости изменя-
ется линейно с высотой и называется

$$p = \rho g h \quad \text{гидростатическим.}$$

На любое тело погруженное в вязкость или
газ действует выталкивающая сила

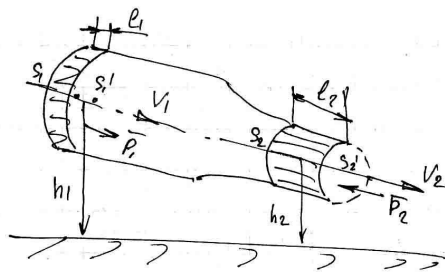
$$F_A = \rho g V$$

Гидростатическая сила Архимеда.

§ Уравнение Бернулли.

Возьмем в стационарно текущей жидкой
вязкости трубку тонка, сечение S_1 и S_2 .

За малый промежуток времени Δt
вязкость перемещается от S_1 к S_1' , S_2 к S_2'



Согласно закону сох. энергии, изменение полной энергии $E_2 - E_1$ урав. наименш. инф. должно быть равно работе A внешних сил по перемещению массы m жидкости

$$E_2 - E_1 = A$$

С правой стороны работа, это работа со всех сил перемещении всей жидкости между S_1 и S_2

$$A = F_1 l_1 + F_2 l_2$$

т.к. $F_1 = P_1 S_1$, $F_2 = P_2 S_2$, $l_1 = v_1 \Delta t$, $l_2 = v_2 \Delta t$

Полная энергия

$$E_1 = \frac{m v_1^2}{2} + m g h_1 \quad E_2 = \frac{m v_2^2}{2} + m g h_2$$

Тогда $\frac{m v_1^2}{2} + m g h_1 + P_1 S_1 v_1 \Delta t = \frac{m v_2^2}{2} + m g h_2 + P_2 S_2 v_2 \Delta t$

Согласно ур-ию неразрывности

$$\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t = \text{const}$$

Тогда $\rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g h_1 + P_1 = \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g h_2 + P_2$

т.к. сечения кондир. произвольны



То можно решить

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const$$

Ур-не Бернулли, справедливо для струйки
где p - статическое давление,

$\rho v^2/2$ - динамическое давление,

$\rho g h$ - гидростатическое давление,

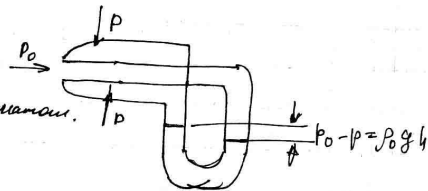
Для горизонт. трубы

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = const - \text{используем}$$

Скорость потока невязкой измеряют трубой
Пито-Прандтля.

$$p_0 - p = \rho_0 g h$$

p_0 - давление невязки в манометре.

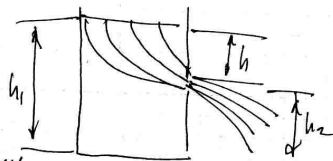


$$v = \sqrt{2 \rho_0 g h}$$

Скорость потока невязкой.

Скорость истечения
струи через отверстие
в сосуде

$$v_2 = \sqrt{2 g h} - \text{фор. Торричелли}$$



§ Вязкость: Коэф. вязкости

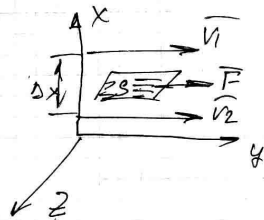


Вязкость (внутреннее трение) - это св-во реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой. При перемещении одной слоев реальной жидкост относительно другой возникает возмущающая сила внутреннего трения, направленная по направлению и поверх, слоев. Упорядочив. и термодинамич. силы.

\vec{F}_1 или $S \cdot \vec{v}$, и равен

от роста v_1 к v_2 .

Направлен, в котором отст. расстояние между слоями \perp скорости течения слоев.



Величина $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta x}$ харак. как быстро изменяется скорость от слоя к слою и направ. градиента скорости.

Можно силой внут. трения

$$F = \eta \frac{\Delta v}{\Delta x} S$$

η - динамическая вязкость. [$\text{Па} \cdot \text{с} = 1 \text{ Н} \cdot \text{с} / \text{м}^2$]

\vec{F}_1 \vec{F}_2 , вязкость не скалярна.

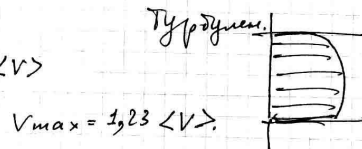
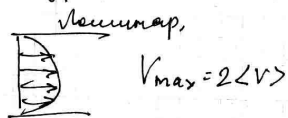
$\eta = f(t)$. y и z осей $t \neq \eta$.
 y и z осей $t \neq \eta$.



Сущ. два режима течения,

Ламинарный (слоистый) - без перемешив. слоев.

Турбулентное (вихревое) - перемешив. слоев.



Характер течения зависит от числа Рейнольдса, Re

$$Re = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta} = \frac{\langle v \rangle d}{\nu}$$

где $\nu = \eta / \rho$ - кинематическая вязкость,
 d - ϕ .

Ламинарный $Re \leq 1000$

Турбулентное $Re \geq 2000$.

§ формула Пуассона.

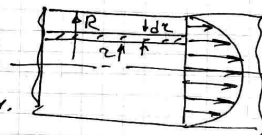
Меню основан на ламинарном течении
жидкости в трубе постоянного диаметра.

Рассмотрим. Диаметр R и l . Взяли слой dx
и тол. dr . Сила внутр. трения

$$F = -\eta \frac{dv}{dr} dS = -\eta 2\pi r l \frac{dv}{dr}$$

dS - боковая поверхность цилиндра.

" " " при $r \neq R$ $V \neq 0$



Для установ. течения F урав. сил рав. на его
основание.



$$-\eta 2\pi r \ell \frac{dV}{dr} = \Delta p \pi r^2 \ell$$

$$dV = -\frac{\Delta p}{2\eta \ell} r dr$$

Интегрируем $V = \frac{\Delta p}{4\eta \ell} (R^2 - r^2)$

по параболическому закону, так как ось
трубы.

За время t из трубы вытекает объем нефти

$$V = \int_0^R v t 2\pi r dr = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8\eta \ell}$$

Тогда вязкость $\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8V \ell}$

§ Формула Стоя.

Получ. на осев. цифр. анализе сред. тем. лавы
формулы (между породами). Дуга в пач. ввр. в пач.
указ шарик, на него действуют силы:

гравитации $P = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g$, Архимед $F_A = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho' g$

сила сопротивления (энергетика) $F = 6\pi \eta r v$

При равновесии движение,

$$P = F_A + F$$

или $\frac{4}{3} \pi r^3 \rho g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho' g + 6\pi \eta r v$

Отсюда $v = \frac{2(\rho - \rho') g r^2}{9\eta}$

Измерив v по формуле $\eta = \frac{2(\rho - \rho') g r^2}{9v}$

§ Упругие деформации, закон Гука. Растяжение, сжатие, кручение.

Деформацией твердого тела называется изменение размеров и формы тела. Деформации подразделяются на упругие и пластические. При упругих деформациях происходит смещение частиц, находящихся в узлах кристаллических решеток твердых тел, из первоначального положения в равновесия в другое. Этому препятствует сила взаимного притяжения между частицами, вследствие чего в деформированном теле возникает внутренняя упругая сила, которая уравновешивает внешние силы.

Упругой называется деформация, которая исчезает после прекращения действия сил. При этом происходит обратное смещение частиц из новых положений равновесия в первоначальное. Кристальные деформации твердого тела, сопровождающиеся необратимой перестройкой его кристаллической решетки, называются пластическими.

Напряжением σ называется физическая величина численно равная упругой силе Гук, приходящейся на единицу площади S сечения тела:

$$\sigma = \frac{F_{\text{Гук}}}{S}$$





напряжения направляется нормальными, если сила $dF_{уп}$ нормальна к поверхности dS , и касательными, если сила касательна к этой поверхности. Мерой деформации является относительная деформация $\Delta x / x$, равная отношению абсолютной деформации к первоначальному значению величины x .

Закон Гука: напряжение σ при упругой деформации тела пропорционально относительной деформации: $\sigma = k \frac{\Delta x}{x}$.

k - модуль упругости, численно равной напряжению, которая возникает при относительной деформации равной 1.

Величина $a = \frac{1}{k}$ называется поперечностью упругости.

Напряжение при потере упругости пропорционально между напряжением и деформацией, называется пределом пропорциональности.

Продольное растяжение (сжатие) состоит в изменении размеров тела под действием разнородной и смешанной силы F . Упругое растяжение (сжатие) прекращается при условии $F_{уп} = F$. Мерой деформации является относительное удлинение $\frac{\Delta l}{l}$. В этом случае $k = E$ называется модулем Юнга. При $\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta l}{l}$ по закону Гука

$$\Delta l = \frac{Fl}{ES}$$

При $\Delta l = l$ модуль Юнга $E = \frac{F}{S} = \sigma$.



Одноосновное расширение (сжатие) образца сопровождается его относительным поперечным сужением (расширением) $\Delta d/d$, коэффициентом Пуассона μ называется отношение относительного поперечного сужения (расширения) Δd к относительному продольному удлинению (сжатие) $\frac{\Delta l}{l}$:

$$\mu = \frac{\Delta d}{d} / \frac{\Delta l}{l}$$

A' - перед упрочности

B' - перед текучести

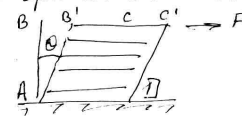
Предельной прочностью называется напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке, выдерживаемой металлом перед разрушением.

Объёмная ^{плотной} потенциальной энергии тела $W_{\sigma} = A_{упр} = \frac{\sigma^2}{2E}$

Всестороннее сжатие (натяжение)

$$\sigma = k \frac{\Delta V}{V}$$

Сдвига - называемая деформацией, при которой все точки тела твердого тела, // линии которой (линии сдвига), не перемещаются и не изменяются в размерах, сдвигающей // друг другу. Сдвиг происходит под действием силы F, приложенной перпендикулярно к грани BC // линии сдвига. Мера деформации $\theta \times \tan \theta = \frac{\Delta x}{x}$
 $\Delta x = c \cdot a$. Зк. Гуна $c = \frac{F}{S} = G \cdot \theta$





G - модуль сдвига.

$$G = \frac{E}{2} (1 + \mu)$$

Кручение - кав. деформация образца с одной закреплённой концы под действием пары сил, моментов иной ~~формы~~. \perp к оси образца.

Момент M_k - этой пары сил равнов. крут. момент. Кручение состоит в относительном повороте // друг другу сечений, проводящихся \perp к оси образца.

Если φ - угол поворота, Z - измеренное по оси образца расстояние от закреплённого конца, то радиусы углов поворота двух бесконечно длинных сечений равны $d\varphi = \frac{d\varphi}{dZ} dZ = \theta dZ$ $\theta = \frac{d\varphi}{dZ}$ - относ. угол

θ - мера деформации при кручении. кручение.
Положит. поворот $\varphi = \theta Z$.

Закон Гука при кручении

$$\theta = \frac{M_k}{G J_p}$$

J_p - полярный момент инерции кручения.
Для круглого сечения радиуса R

$$J_p = \pi R^4 / 2$$

Угол поворота $\varphi = \frac{M_k L}{G J_p}$ или $M_k = \frac{G J_p \varphi}{L}$.

Угловая потенциальная энергия

$$\omega_k = \frac{M_k^2 L}{2 G J_p^2}$$



БЛАГОДАРЮ ЗА ВНИМАНИЕ!