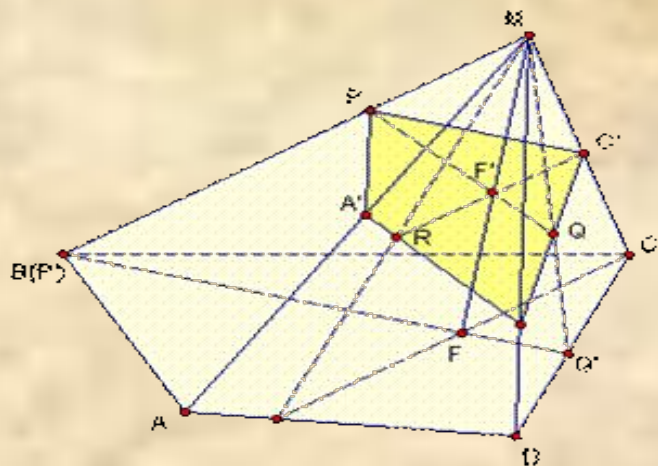
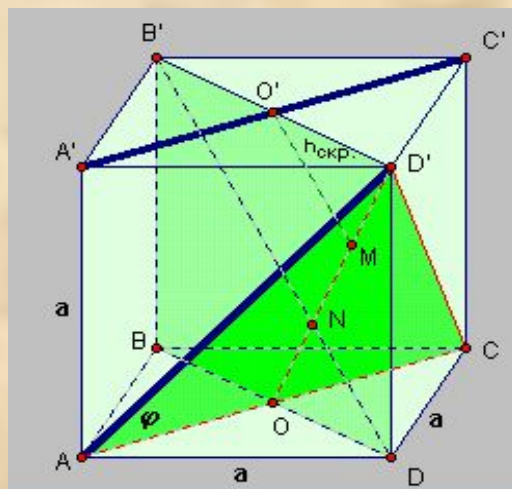


# Сечение многогранников



*Геометрия является самым могущественным средством для изощрения наших умственных способностей и дает нам возможность правильно мыслить и рассуждать.*

Галилео Галилей.



# Содержание

---



Основные понятия



Демонстрация сечений



Метод следов



Метод вспомогательных сечений



Комбинированный метод

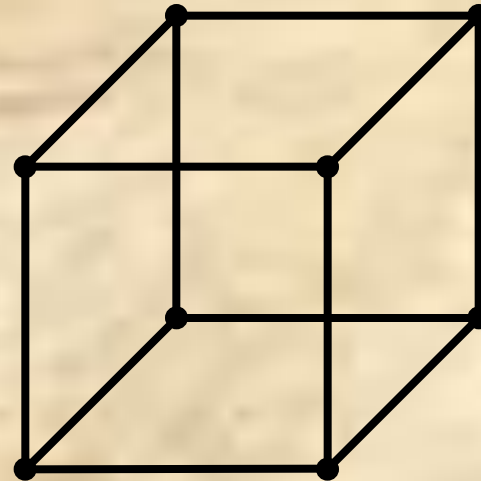
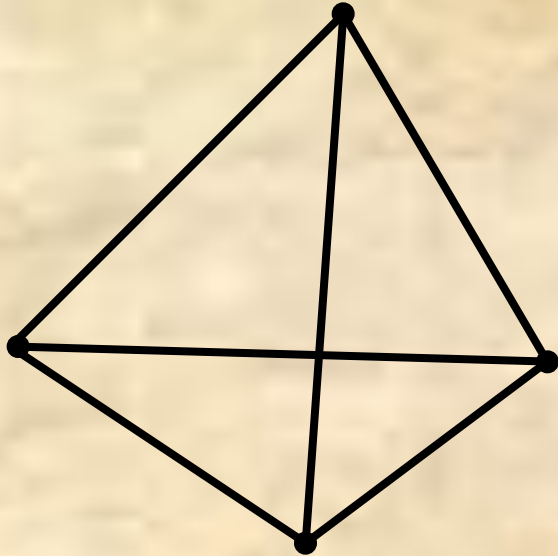


Защита проектов



Тест

# Многогранником называют



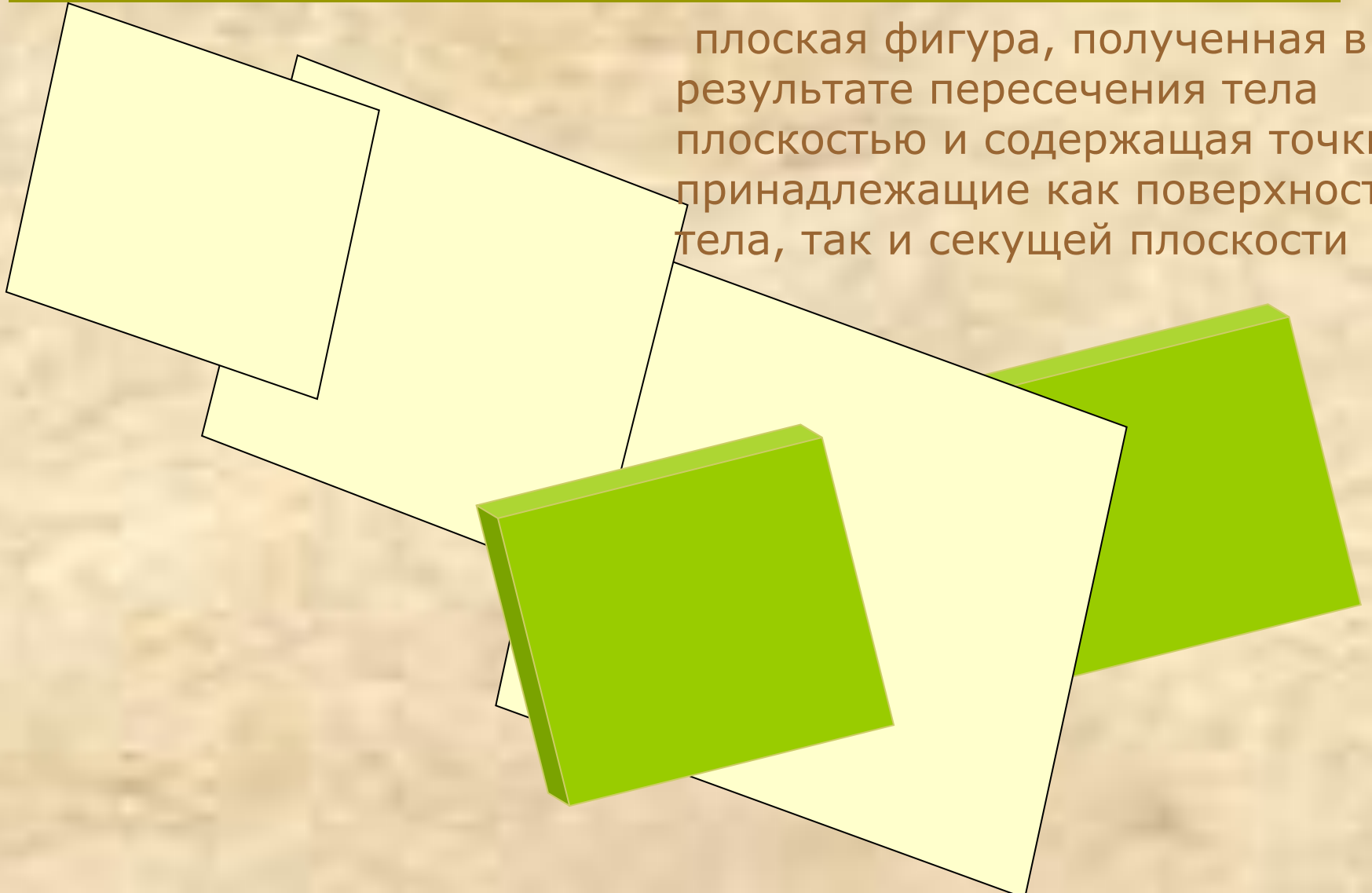
*тело, поверхность которого состоит из конечного числа плоских многоугольников.*

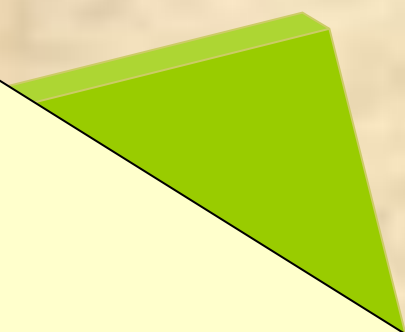
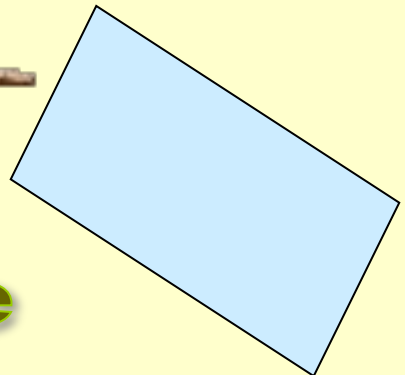
*Элементы многогранника: вершины, ребра, грани.*

# Сечением поверхности геометрических тел называется

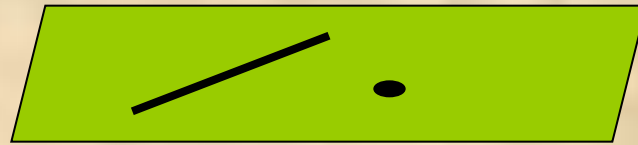
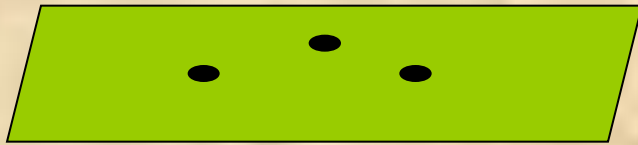
---

плоская фигура, полученная в результате пересечения тела плоскостью и содержащая точки, принадлежащие как поверхности тела, так и секущей плоскости

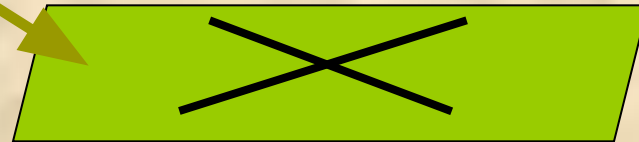




сечение

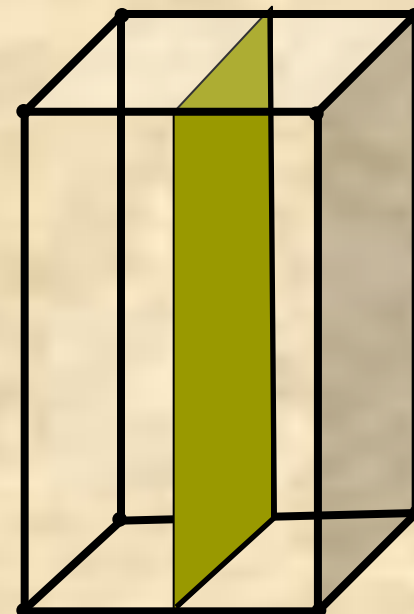
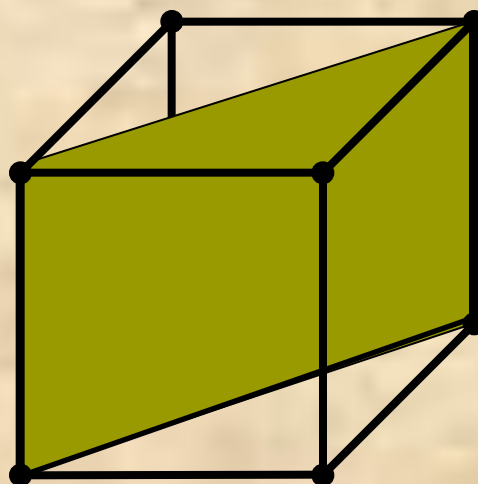
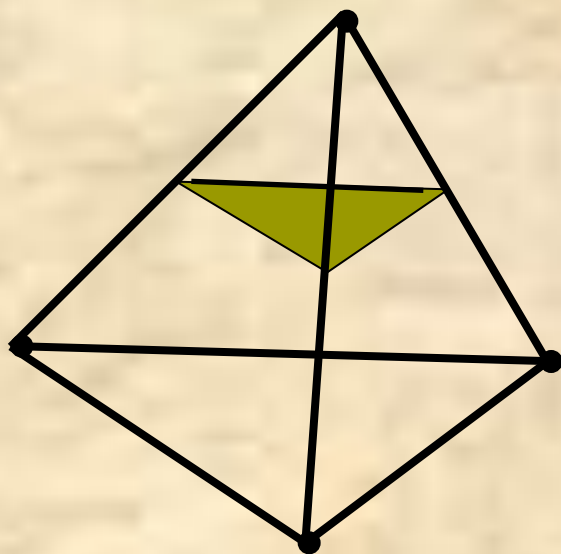


**Плоскость**  
(в том числе и  
секущую)  
можно задать  
следующим  
образом



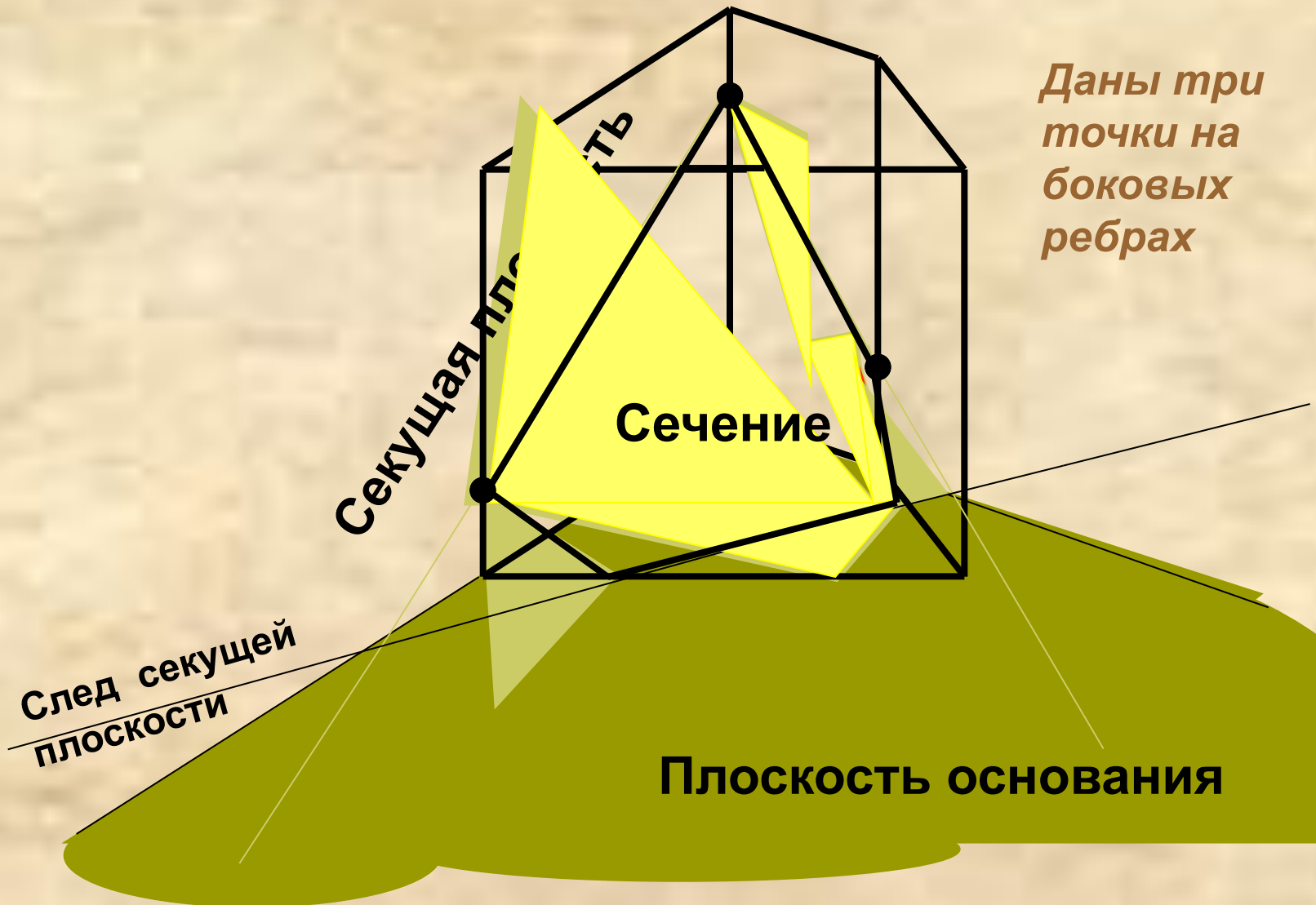
# Демонстрация сечений

---





# Призма

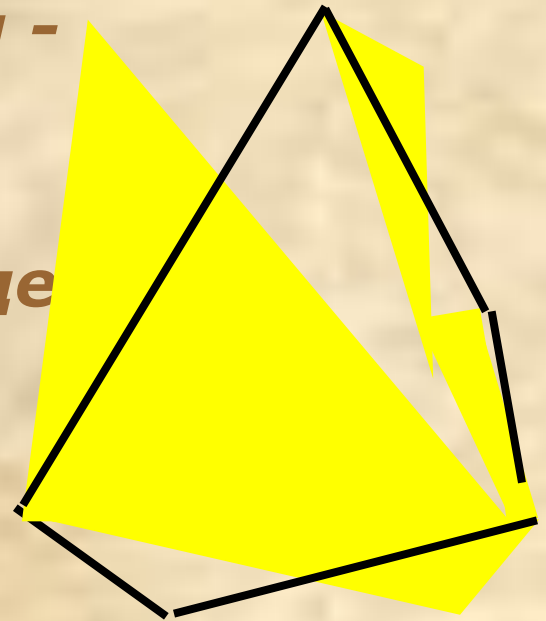




▣ **Секущая плоскость пересекает грани многогранника по прямым, а точнее по отрезкам - разрезам.**

▣ **Так как секущая плоскость иде непрерывно, то разрезы образуют замкнутую фигуру-многоугольник.**

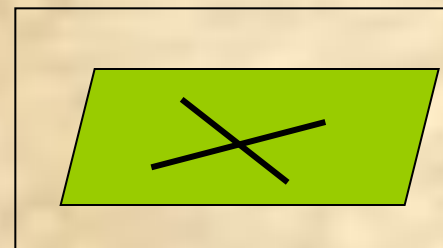
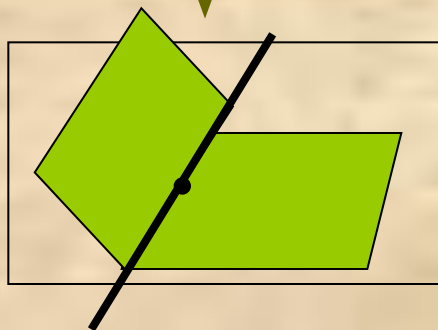
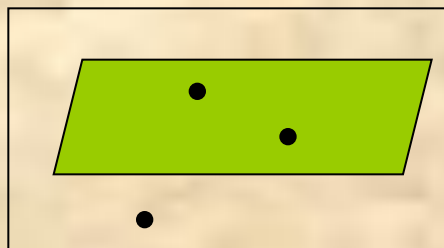
▣ **Полученный таким образом многоугольник и будет сечением тела.**



# Методы построения сечений

*Аксиоматический метод*

**Аксиомы  
стереометрии**



# Аксиоматический метод

## Метод следов

---

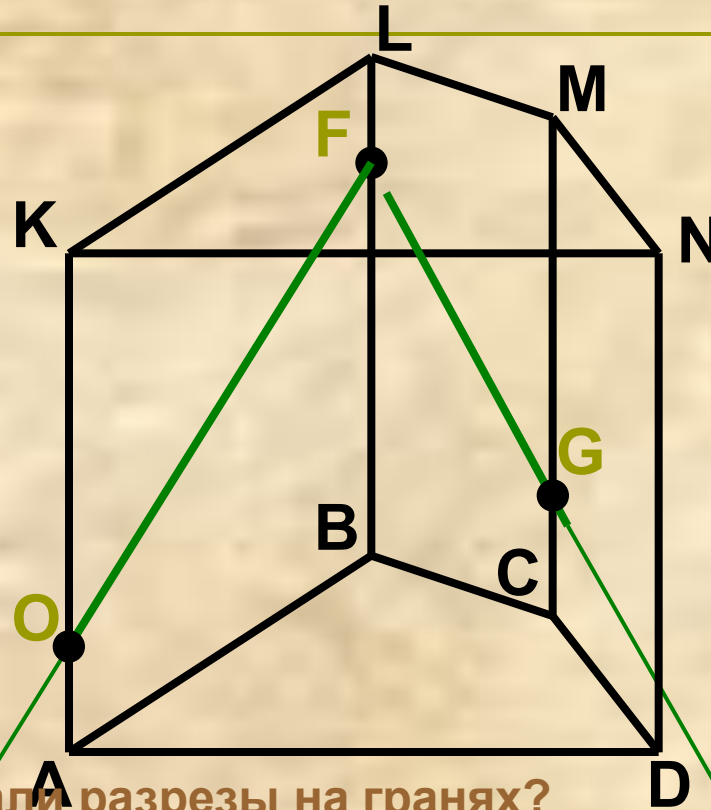
*Суть метода заключается в построении вспомогательной прямой, являющейся изображением линии пересечения секущей плоскости с плоскостью какой-либо грани фигуры . Удобнее всего строить изображение линии пересечения секущей плоскости с плоскостью нижнего основания. Эту линию называют следом секущей плоскости. Используя след, легко построить изображения точек секущей плоскости, находящихся на боковых ребрах или гранях фигуры .*



# Постройте сечение призмы, проходящее через точки O, F, G

## Шаг 1: разрезаем грани KLBA и LMCB

- Проводим через точки F и O прямую FO.
- Отрезок FO есть разрез грани KLBA секущей плоскостью.
- Аналогичным образом отрезок FG есть разрез грани LMCB.



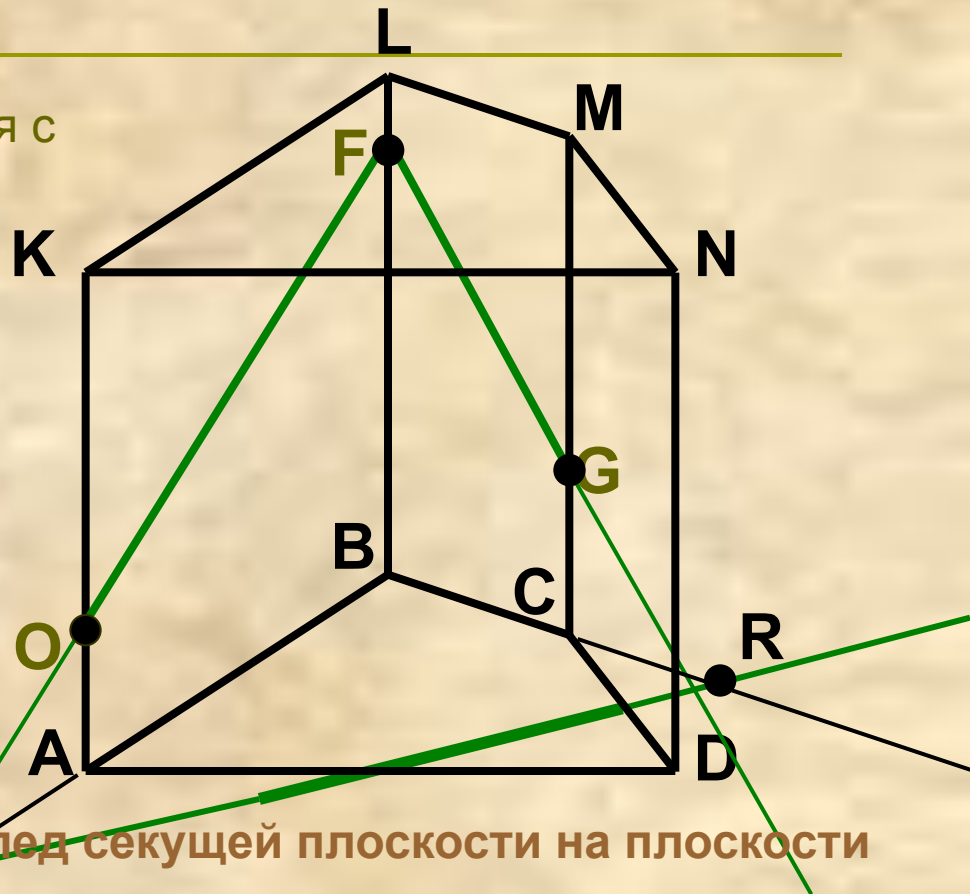
Почему мы уверены, что сделали разрезы на гранях?

**Аксиома** Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку (а у нас даже 2 точки).

**Теорема** Если две точки прямой принадлежат плоскости, то вся прямая принадлежит этой плоскости.

## Шаг 2: ищем след секущей плоскости на плоскости основания

- Проводим прямую АВ до пересечения с прямой FO.
- Получим точку Н, которая принадлежит и секущей плоскости, и плоскости основания.
- Аналогичным образом получим точку R.
- Через точки Н и R проводим прямую HR – след секущей плоскости



Почему мы уверены, прямая **HR** – след секущей плоскости на плоскости основания?

**Аксиома** Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку (а у нас даже 2 точки).

**Теорема** Если две точки прямой принадлежат плоскости, то вся прямая принадлежит этой плоскости.



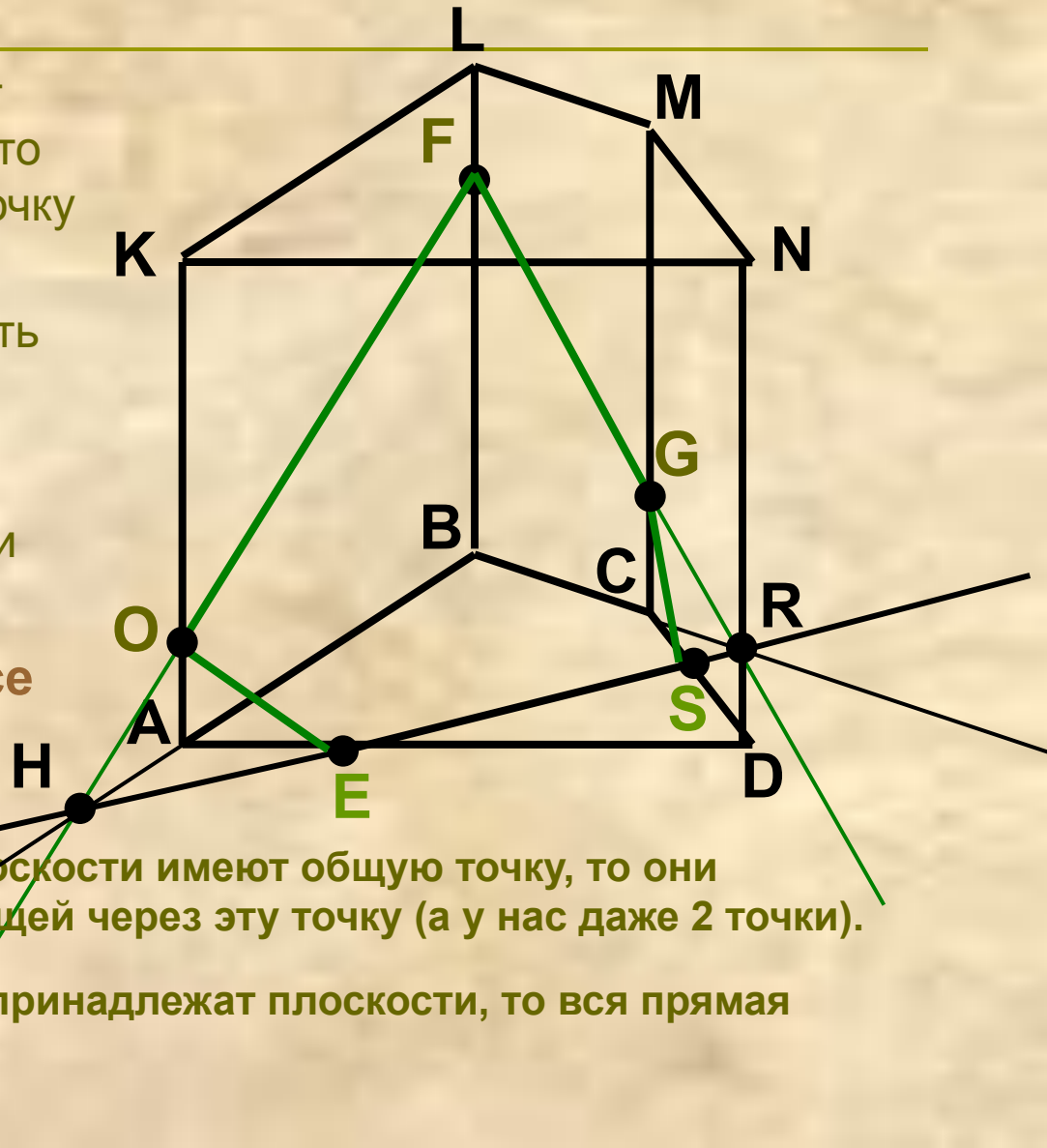
### Шаг 3: делаем разрезы на других гранях

- Так как прямая  $HR$  пересекает нижнюю грань многогранника, то получаем точку  $E$  на входе и точку  $S$  на выходе.
- Таким образом отрезок  $ES$  есть разрез грани  $ABCD$ .
- Проводим отрезки  $OE$  (разрез грани  $KNDA$ ) и  $GS$  (разрез грани  $MNDC$ ).

Почему мы уверены, что все делаем правильно?

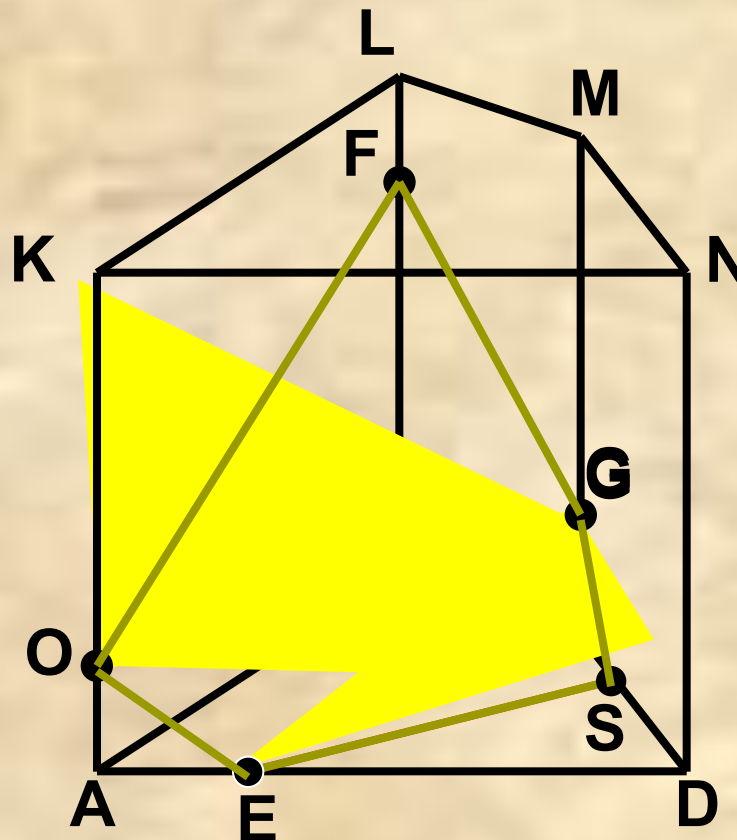
**Аксиома** Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку (а у нас даже 2 точки).

**Теорема** Если две точки прямой принадлежат плоскости, то вся прямая принадлежит этой плоскости.



## Шаг 4: выделяем сечение многогранника

Все разрезы образовали пятиугольник **OFGSE**, который и является сечением призмы плоскостью, проходящей через точки **O, F, G**.



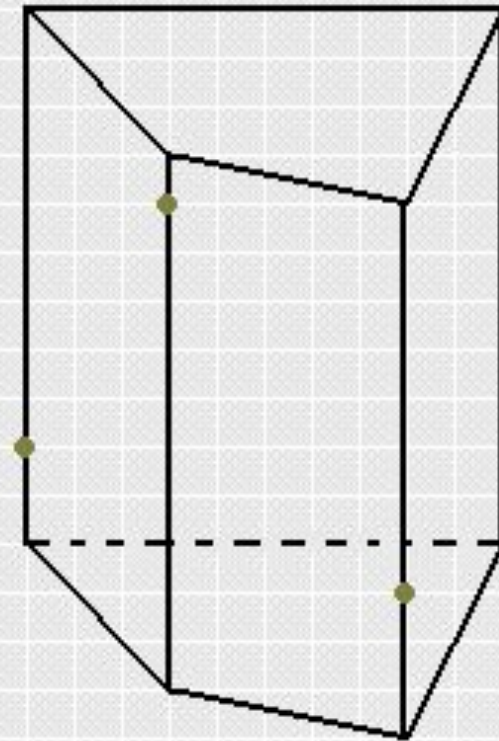
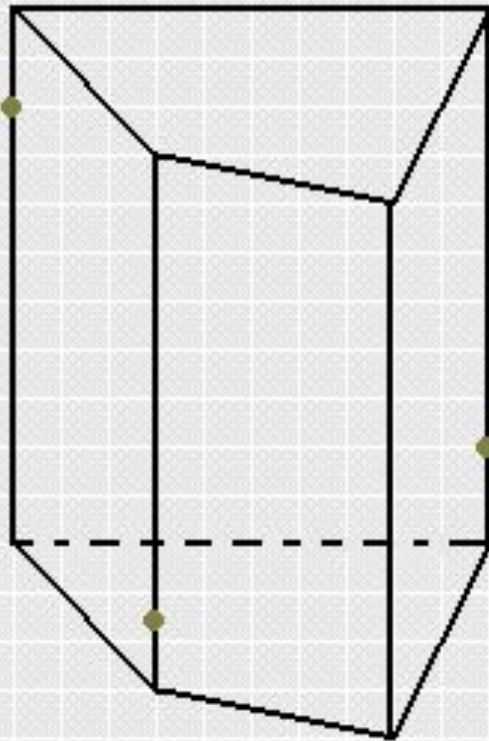


## Задание № 1

Построй сечения призмы по трем данным точкам.

## Задание № 2

А теперь проверь себя!!!



Ответ

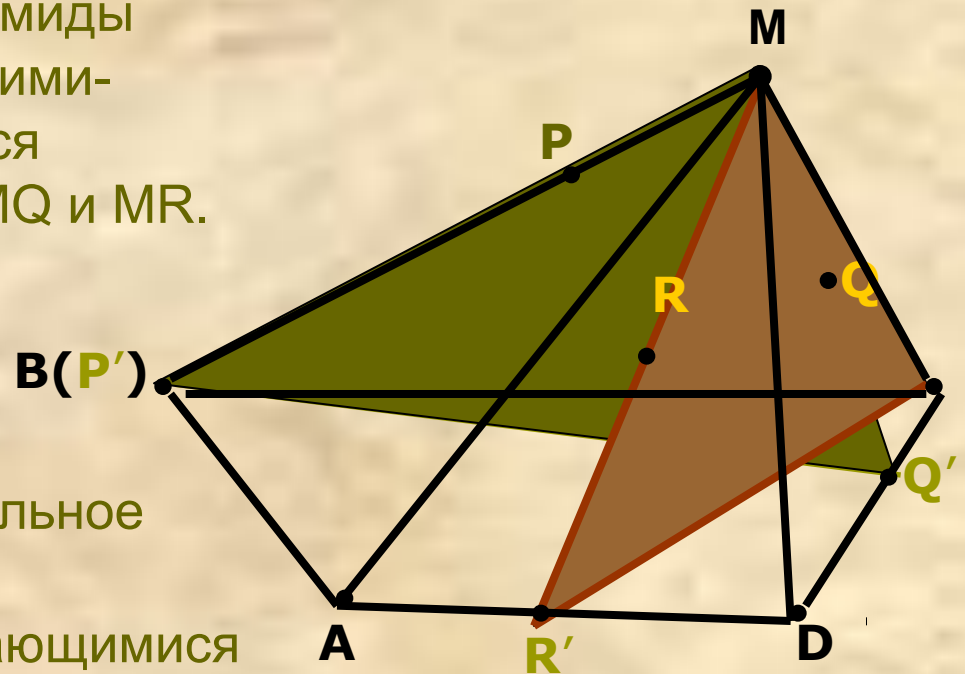
# Метод вспомогательных сечений

Этот метод построения сечений многогранников является в достаточной мере универсальным. В тех случаях, когда нужный след (или следы) секущей плоскости оказывается за пределами чертежа, этот метод имеет даже определенные преимущества. Вместе с тем следует иметь в виду, что построения, выполняемые при этом методе, зачастую получаются «искусственное». Тем не менее в некоторых случаях метод вспомогательных сечений оказывается наиболее рациональным.



На ребре  $BM$  пирамиды  $MABCD$  зададим точку  $P$ . Построим сечение пирамиды плоскостью  $PQR$ , точку  $R$  которой зададим на грани  $AMD$ , а  $Q$  на грани  $DMC$ .

1. Находим точки  $P'$ ,  $Q'$  и  $R'$  и затем строим вспомогательное сечение пирамиды плоскостью, определяемой какими-нибудь двумя пересекающимися прямыми из трех прямых  $MP$ ,  $MQ$  и  $MR$ . Например, плоскостью  $MPQ$ .

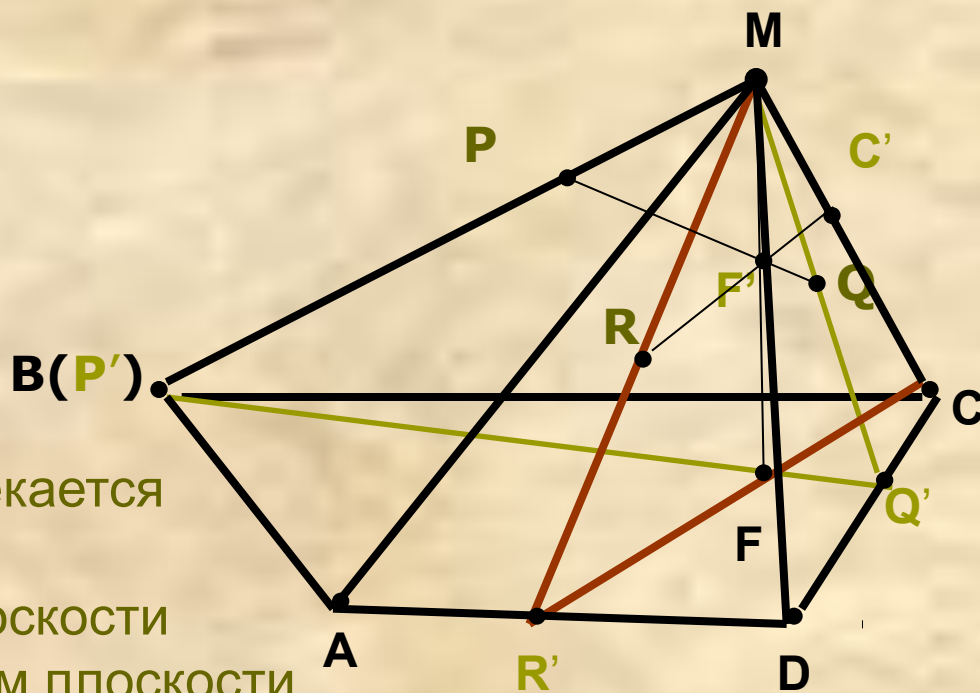


2. Построим другое вспомогательное сечение пирамиды плоскостью определяемой двумя пересекающимися прямыми, одна из которых — это прямая  $MR$ , а другая прямая — та, на которой мы хотим найти след плоскости  $PQR$ . Например, прямая  $MC$ .

3. Находим точку  $F$ , в которой пересекаются прямые  $P'Q'$  и  $R'C$ , а затем строим прямую  $MF$  — линию пересечения плоскостей.

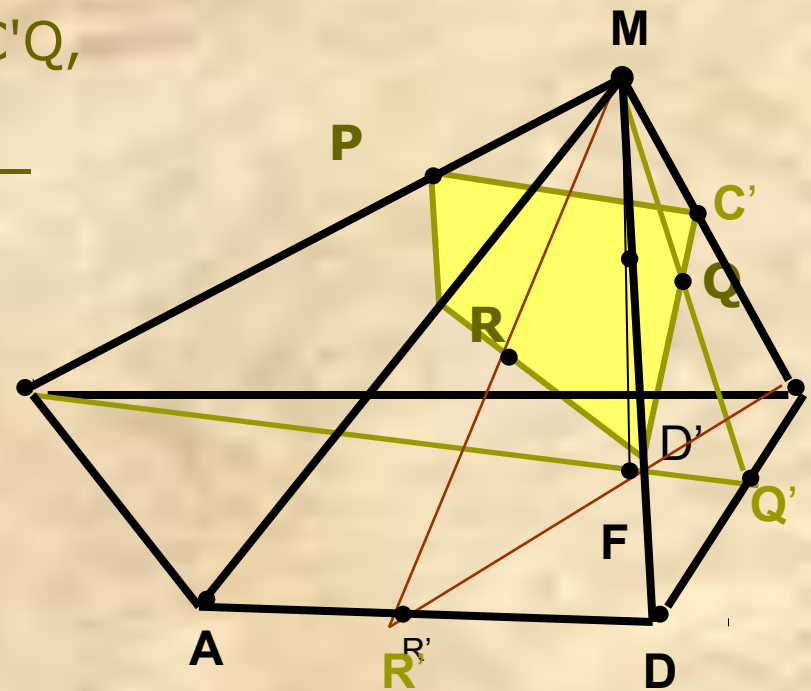
4 В плоскости  $MPQ'$  проводим прямую  $PQ$  и находим точку  $F'=PQ$  пересекается  $MF$ .

5. Так как точка  $F'$  лежит на прямой  $PQ$ , то она лежит в плоскости  $PQR$ . Тогда и прямая  $RF$ , лежит в плоскости  $PQR$ . Проводим прямую  $RF'$ , и находим точку  $C'=RF'$  пересекается  $MC$ . Точка  $C'$ , таким образом, лежит и на прямой  $MC$ , и в плоскости  $PQR$ , т. е. она является следом плоскости  $PQR$  на прямой  $MC$  (в данном случае и на ребре  $MC$ ).





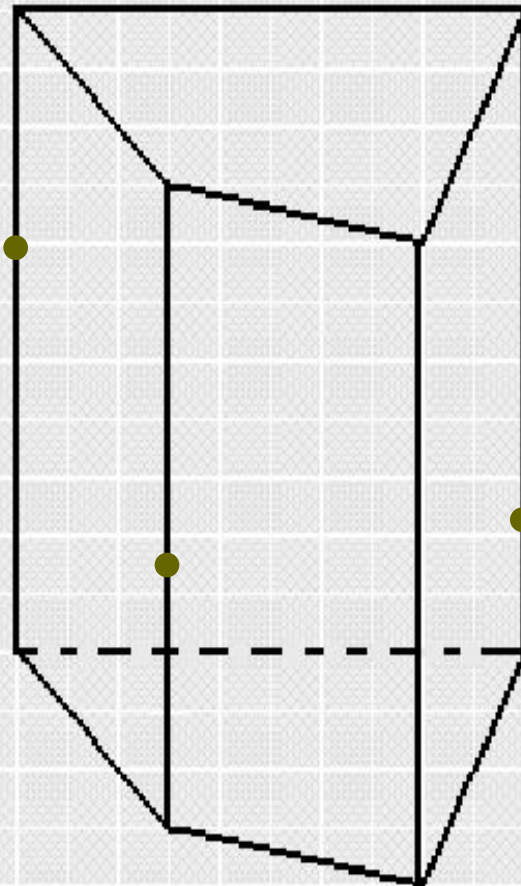
6. Дальнейшие построения  
вполне понятны: строим  $C'Q$ ,  
 $D'R$ ,  $A'P$ ,  $PC'$ .  
Четырехугольник  $PC'D'A'$  —  
искомое сечение



# Задание № 3

Построить сечение призмы по трем данным точкам

*Удачи вам, в решении задачи!*

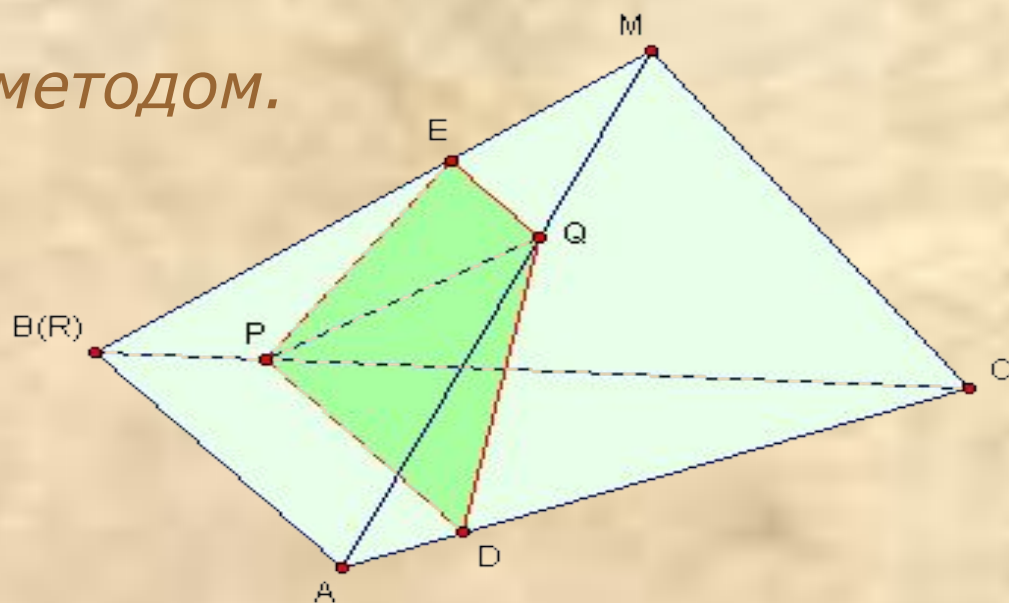


Ответ

# Комбинированный метод

---

Суть комбинированного метода построения сечений многогранников состоит в применении теорем о параллельности прямых и плоскостей в пространстве в сочетании с аксиоматическим методом.





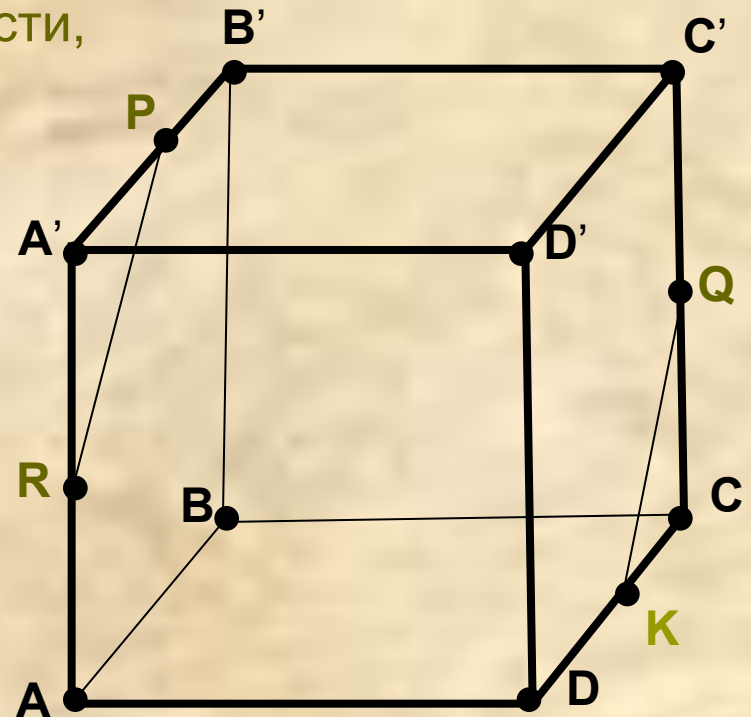
Постройте сечение куба, проходящее через точки P, R, Q.

1. Точки P и R лежат в одной плоскости, проведём прямую PR.

2. Прямая PR лежит в плоскости AA'B'B, точка Q лежит в плоскости DD'C'C, параллельной AA'B'B.

3. Проведём через точку Q прямую параллельную прямой PR, получим точку K

Почему мы уверены, что все делаем правильно?



**Теорема** Если две точки прямой принадлежат плоскости, то вся прямая принадлежит этой плоскости.

**Теорема** Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то прямые пересечения параллельны

4. Найдём точку пересечения прямых  $PR$  и  $AB$ , получим точку  $L$ .
5. Прямая  $LK$  в плоскости  $ABCD$  оставляет след  $FK$
6. Точки  $R$  и  $F$  лежат в одной плоскости  $AA'D'D$ , проведём прямую  $RF$ .

7. Прямая  $RF$  лежит в плоскости  $AA'D'D$ , точка  $Q$  в плоскости  $BB'C'C$ , параллельной плоскости  $AA'D'D$ .

8. Проведём прямую параллельную прямой  $RF$ , через точку  $Q$ , получим точку  $M$ .

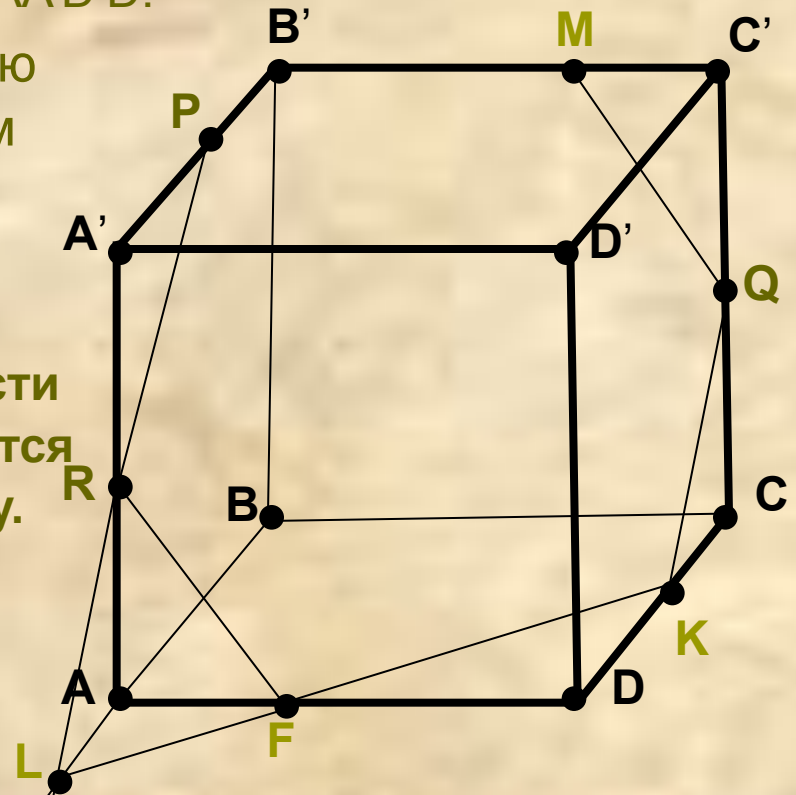
Почему мы уверены, что все делаем правильно?

**Аксиома** Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку.

**Теорема** Если две точки прямой принадлежат плоскости, то вся прямая принадлежит этой плоскости.

**Теорема**

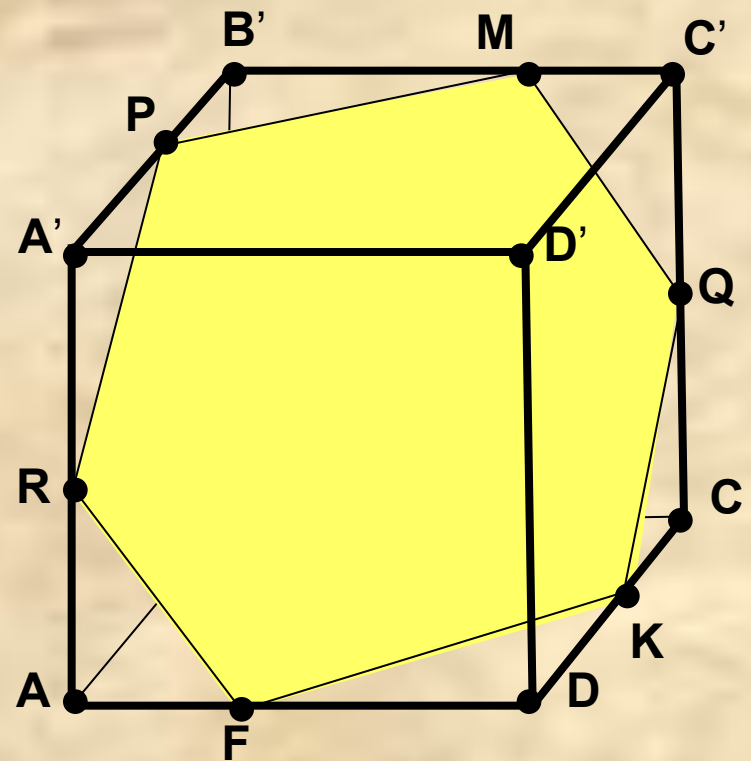
Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то прямые пересечения параллельны



пересекаются третьей, то

9. Проведем  $PM$ .

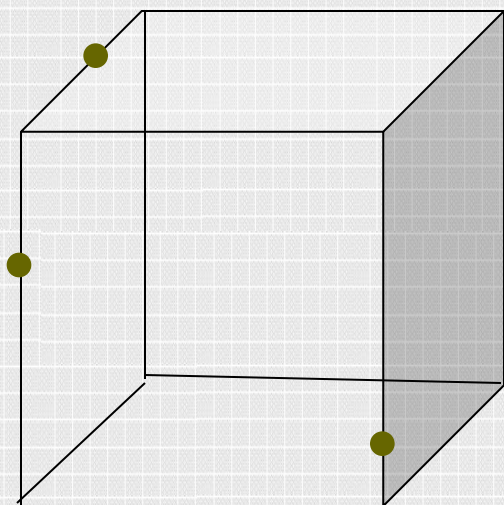
10. Полученный  
шестиугольник является  
искмым сечением



# Задание № 4

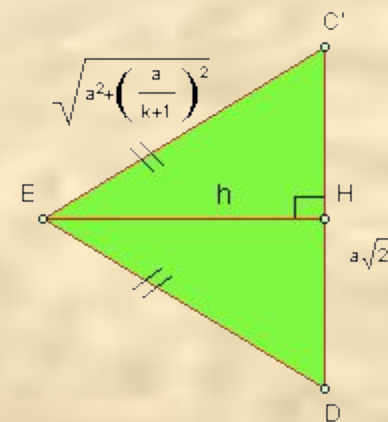
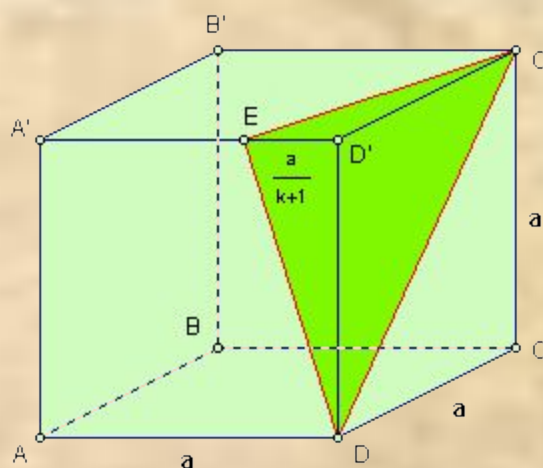
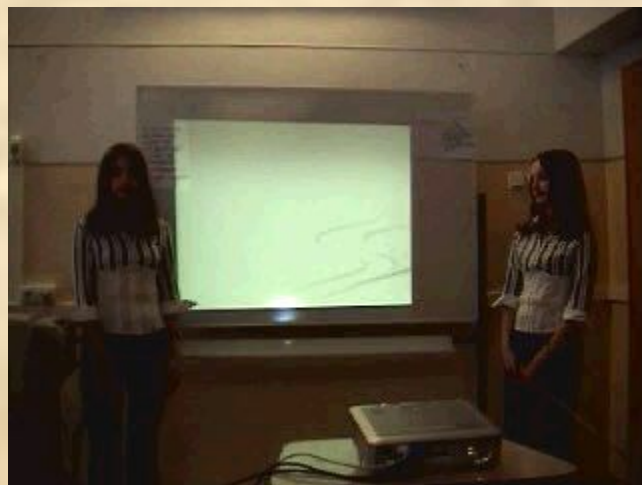
Построй сечение куба, по трем данным точкам, а потом проверь себя, кликнув по этому рисунку

---



А теперь проверь себя!!!

# Защита проектов





# Защита проектов

---

Многоугольники, полученные при сечении куба



Нахождение площади сечений  
многогранников



# ТЕСТ

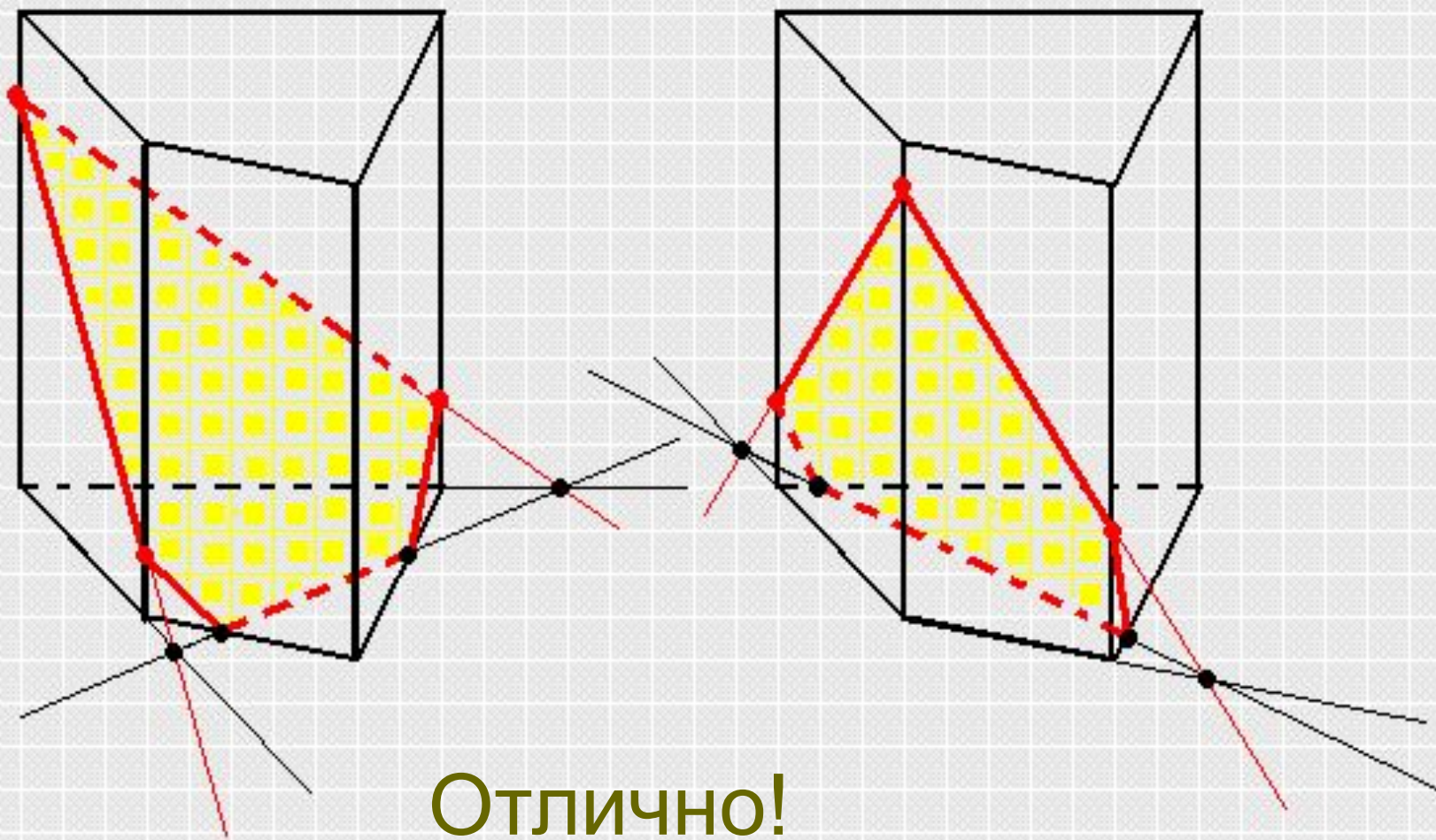
---

Давайте, протестируемся

Желаю удачи!

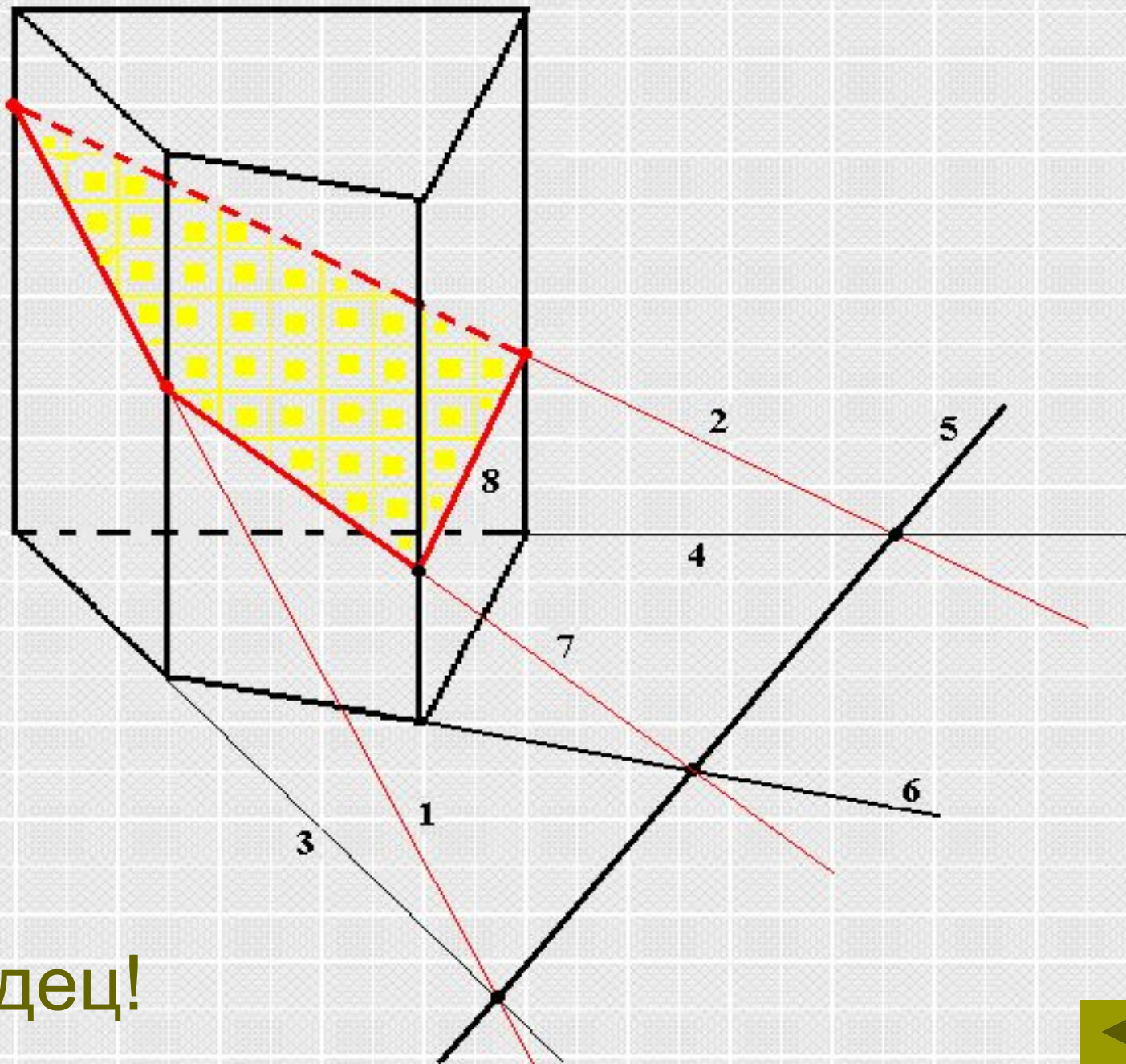






Отлично!





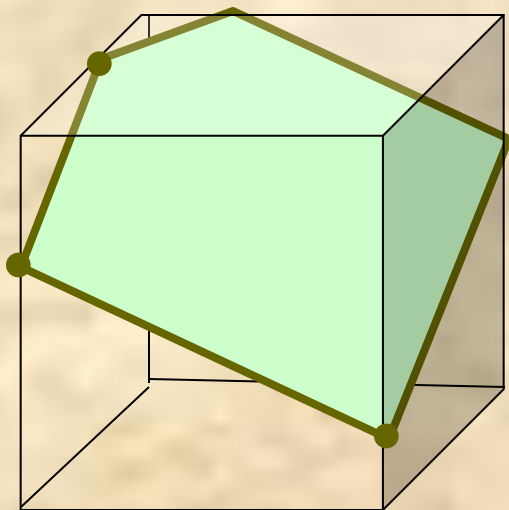
Молодец!





# Молодцы! Я за вас рада.

---



*Если все сечения совпали, то тема усвоена!*

...



...

