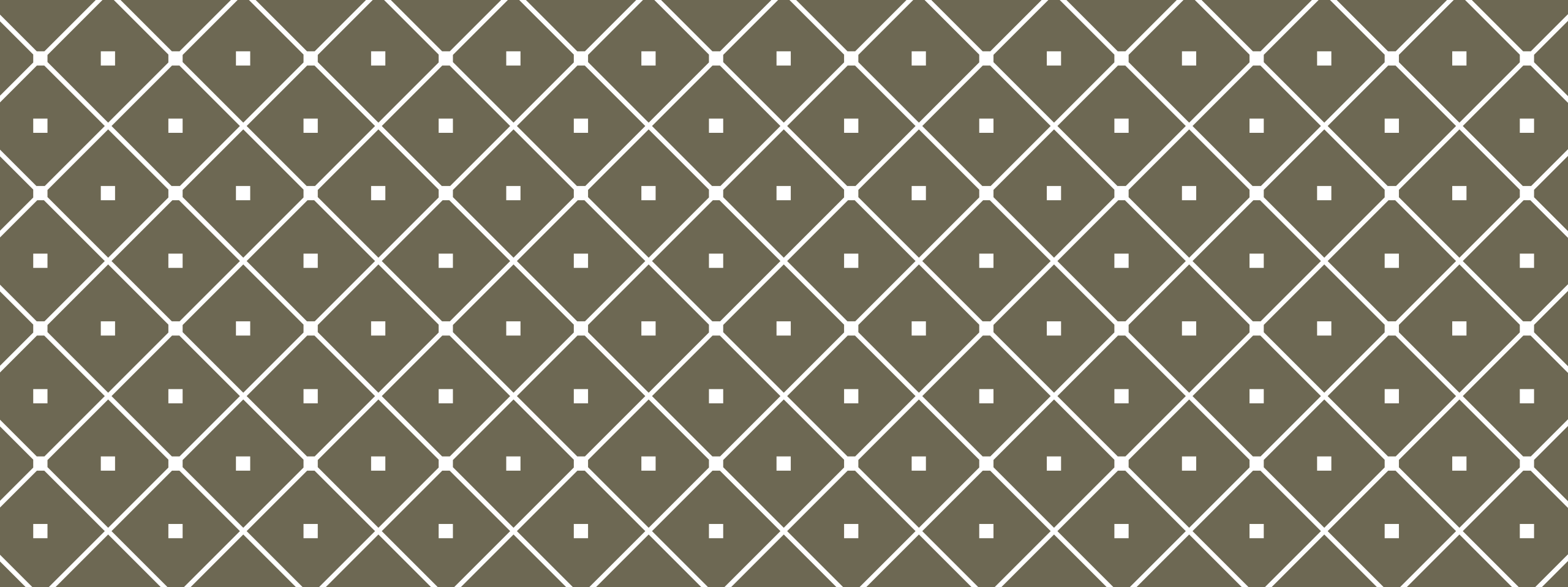


# ЛОГАРИФМ И ЕГО СВОЙСТВА



# ИСТРИЯ ПОЯВЛЕНИЯ ЛОГАРИФМА

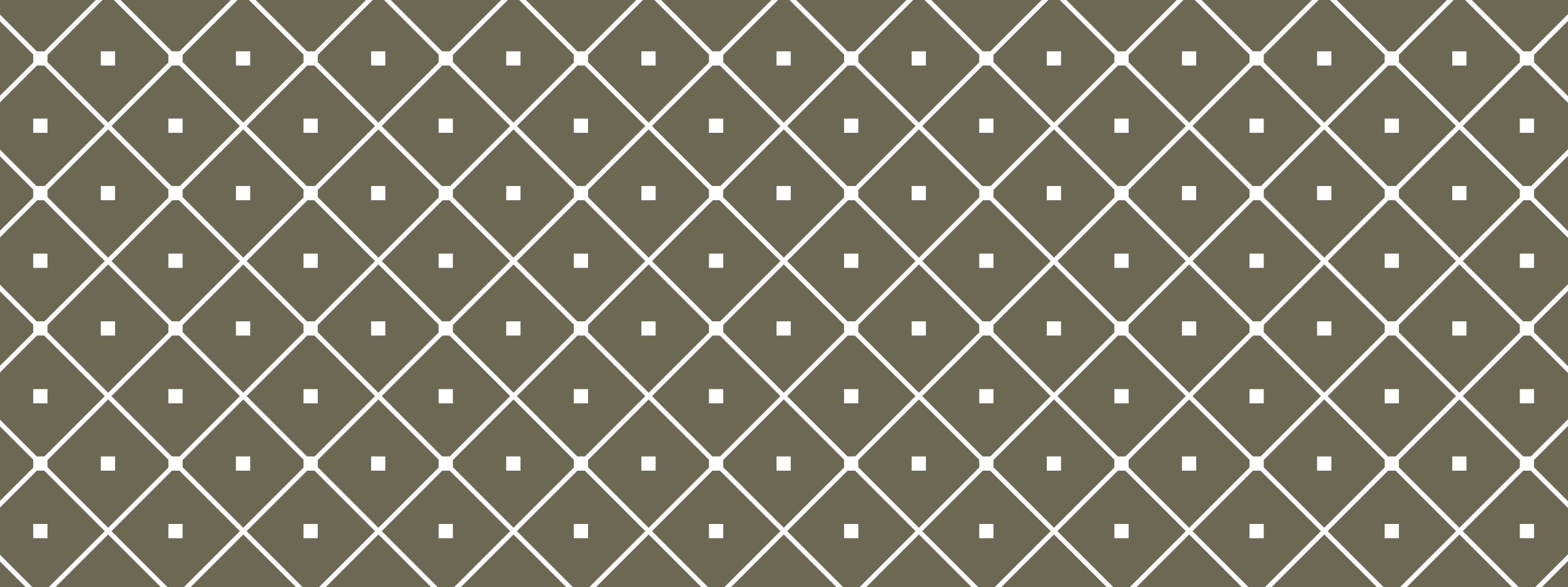
# Джон Непер и его «удивительная таблица логарифмов»

В 1614 году шотландский математик-любитель Джон Непер опубликовал на латинском языке сочинение под названием «Описание удивительной таблицы логарифмов»

В нём было краткое описание логарифмов и их свойств, а также 8-значные таблицы логарифмов синусов, косинусов и тангенсов, с шагом  $1'$ . Термин логарифм, предложенный Непером, утвердился в науке.

Судя по документам, техникой логарифмирования Непер владел уже к 1594 году. Непосредственной целью её разработки было облегчить Неперу сложные астрологические расчёты; именно поэтому в таблицы были включены только логарифмы тригонометрических функций.





ЧТО ТАКОЕ ЛОГАРИФМ?

# $\log_a b$

Логарифм числа  $b$  по основанию  $a$

определяется как показатель степени, в которую надо возвести основание  $a$ , чтобы получить число  $b$ .

Из определения следует, что нахождение

$$x = \log_a b$$

равносильно решению уравнения

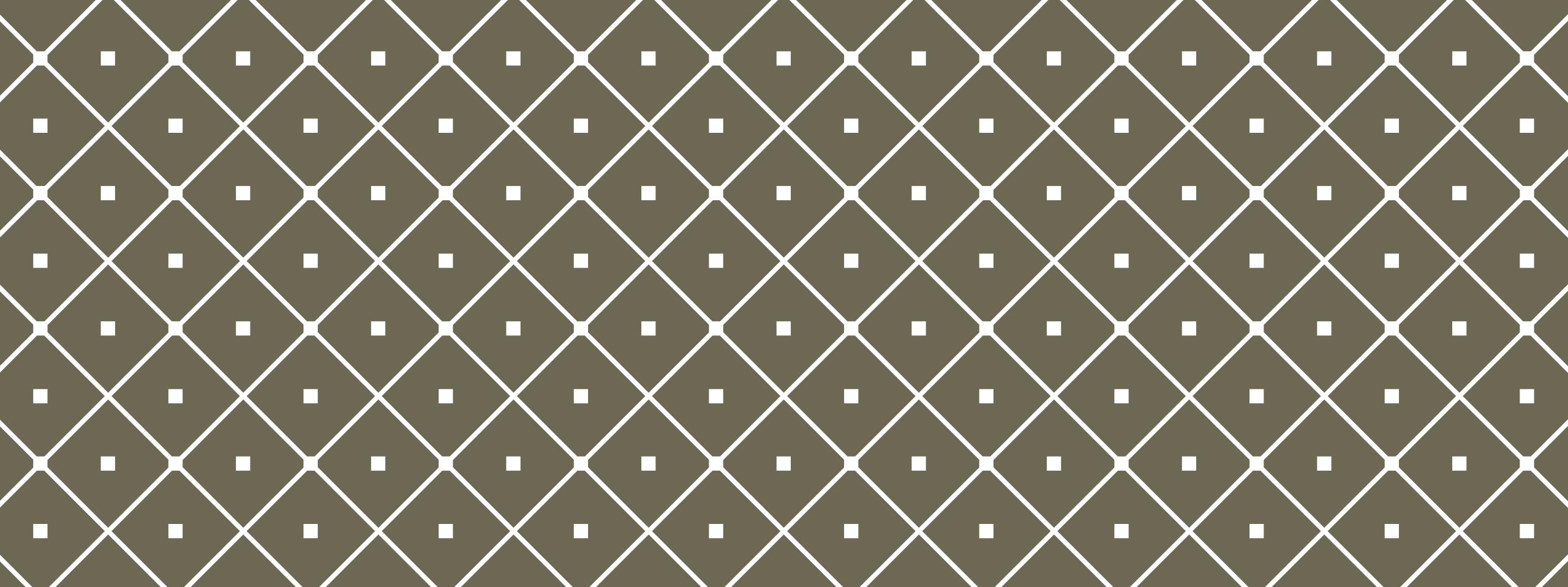
$$a^x = b$$

Например

$$\log_2 8 = 3$$

потому что

$$2^3 = 8.$$



# СВОЙСТВА ЛОГАРИФМА

1. Логарифм числа  $a$  по основанию  $a$  равен 1  
( $a \neq 1; a > 0$ )

Если основание и число равны, то логарифм всегда равен 1,  
так как любое число в 1 степени равно самому себе

$$\log_a a = 1 \qquad \log_3 3 = 1$$
$$a^1 = a \qquad 3^1 = 3$$

2. Логарифм числа 1 по основанию  $a$  равен 0  
( $a \neq 1; a > 0$ )

Если логарифм от числа 1, то он всегда равен 0,  
так как любое число в степени 0 равно 1

$$\log_a 1 = 0$$
$$a^0 = 1$$

$$\log_5 1 = 0$$
$$5^0 = 1$$



3. Логарифм числа  $b$  по основанию  $a$  в степени  $k$

$$(a \neq 1; a > 0)$$

$$(b > 0)$$

Если основание логарифма имеет степень, то она выносится вперед (перед логарифмов) в перевернутом виде

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b \quad \log_{27} 3 = \log_{3^3} 3$$
$$= \frac{1}{3} \log_3 3 = \frac{1}{3}$$

4. Логарифм числа  $b$  в степени  $p$  по основанию  $a$

$$(a \neq 1; a > 0)$$

$$(b > 0)$$

Если число логарифма имеет степень, то она выносится вперед

(перед логарифмом)

$$\log_a b^p = p \log_a b \quad \log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2}$$
$$= -2 \log_3 3 = -2$$

## 5. Логарифм произведения $b$ на $c$ по основанию $a$

Если число логарифма является произведением, то его можно разложить как сумму логарифмов

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c \quad \log_2(8 * 5) = \log_2 8 + \log_2 5$$

## 6. Логарифм деления $b$ на $c$ по основанию $a$

Если число логарифма является делением, то его можно разложить как разность логарифмов

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_2 \frac{8}{5} =$$

$$\log_a b - \log_a c \quad \log_2 8 - \log_2 5$$

## 7. $a$ в степени логарифм числа $b$ по основанию $a$

Если основание логарифма совпадает с числом, возведенным в этот логарифм, то число и логарифм сокращаются, и остается лишь число логарифма

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\begin{aligned} 3^{2 \log_3 5} &= \\ &= 3^{\log_3 5^2} \\ &= 5^2 = 25 \end{aligned}$$

## 8. Произведение зеркальных логарифмов

Если логарифм, основание которого равен числу другого логарифма, основание другого логарифма равняется числу первого логарифма, то их произведение дает 1

$$\log_a b \times \log_b a = 1$$

$$\log_{50} 199 \times \log_{199} 50 = 1$$

## 9. Обмен числа и основания логарифма

Если перевернуть логарифм,  
то число можно убрать в основание, а основание вынести в число

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad \log_5 2 = \frac{1}{\log_2 5}$$

## 10. Замена числа в основании логарифма

Если нужно другое основание логарифма, то можно представить его как деление двух логарифмов, в основании которого будет новое число

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_3 4 = \frac{\log_5 4}{\log_5 3}$$



## Сокращенная форма логарифмов

$$\log_{10} x = \lg x$$

$$\log_e x = \ln x$$