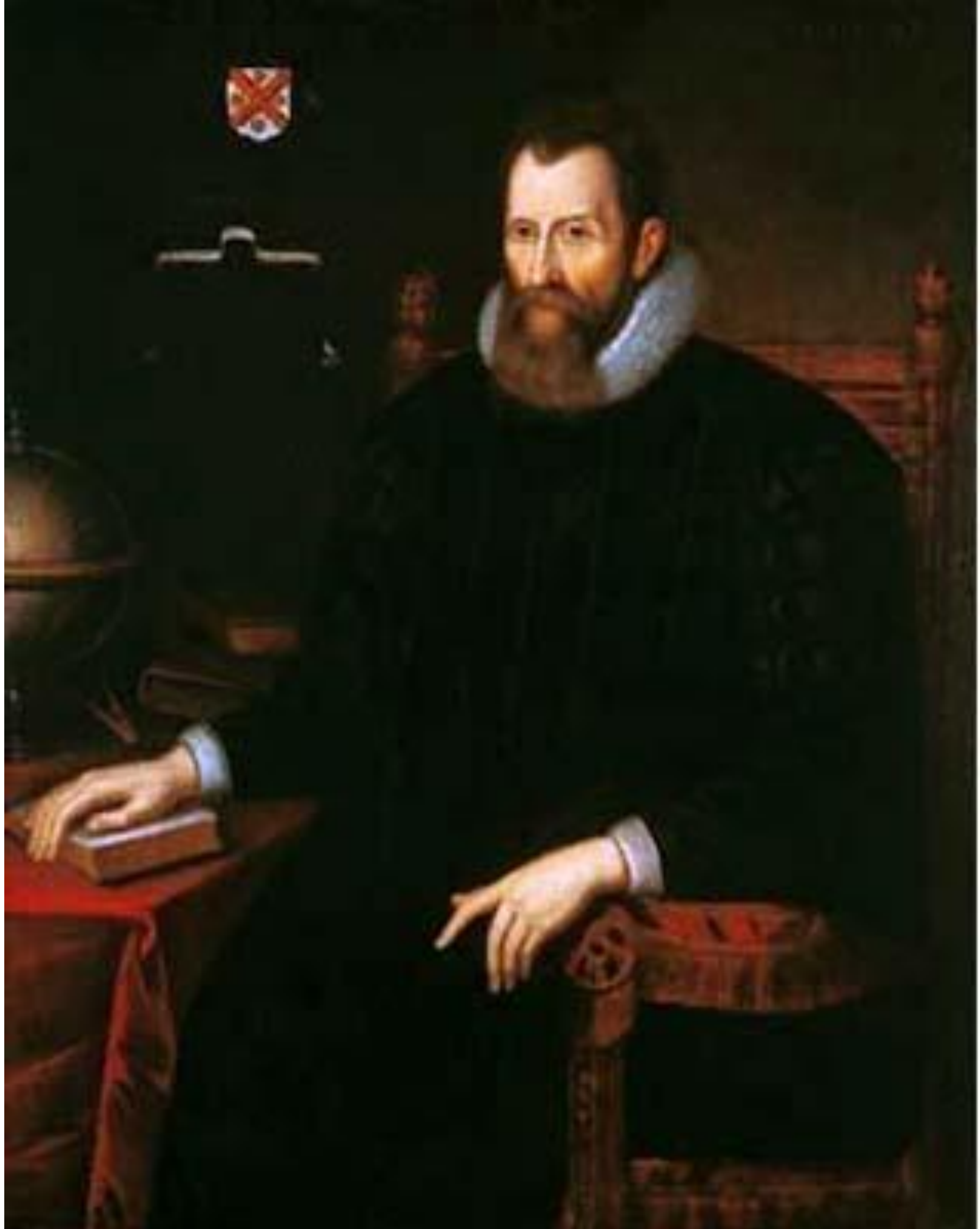
ЛОГАРИФМ И ЕГО СВОЙСТВА

ИСТРИЯ ПОЯВЛЕНИЯ ЛОГАРИФМА

Джон Непер и его «удивительная таблица логарифмов»



В 1614 году шотландский математик-любитель Джон Непер опубликовал на латинском языке сочинение под названием «Описание удивительной таблицы логарифмов»

В нём было краткое описание логарифмов и их свойств, а также 8-значные таблицы логарифмов синусов, косинусов и тангенсов, с шагом 1'. Термин логарифм, предложенный Непером, утвердился в науке.

Судя по документам, техникой логарифмирования Непер владел уже к 1594 году. Непосредственной целью её разработки было облегчить Неперу сложные астрологические расчёты; именно поэтому в таблицы были включены только логарифмы тригонометрических функций.

ЧТО ТАКОЕ ЛОГАРИФМ?

$$\log_a b$$

Логарифм числа b по основанию a

определяется как показатель степени, в которую надо возвести основание a, чтобы получить число b.

Из определения следует, что нахождение

$$x = \log_a b$$

равносильно решению уравнения

$$a^x = b$$

Например

$$\log_2 8 = 3$$

потому что

$$2^3 = 8.$$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМА

1. Логарифм числа a по основанию a равен 1

$$(a \neq 1; a > 0)$$

Если основание и число равны, то логарифм всегда равен 1,
так как любое число в 1 степени равно самому себе

$$\log_a a = 1 \qquad \log_3 3 = 1$$

$$a^1 = a \qquad 3^1 = 3$$

2. Логарифм числа 1 по основанию a равен 0

$(a \neq 1; a > 0)$

Если логарифм от числа 1, то он всегда равен 0,
так как любое число в степени 0 равно 1

$$\log_a 1 = 0 \qquad \log_5 1 = 0$$

$$a^0 = 1 \qquad 5^0 = 1$$

3. Логарифм числа b по основанию a в степени k

$$(a \neq 1; a > 0)$$

$$(b > 0)$$

Если основание логарифма имеет степень, то она
выноситься вперед (перед логарифмов) в перевернутом виде

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k}\log_a b$$

$$\log_{27} 3 = \log_{3^3} 3$$

$$=\frac{1}{3}\log_3 3 = \frac{1}{3}$$

4. Логарифм числа b в степени p по основанию a

$$(a \neq 1; a > 0)$$

$$(b > 0)$$

Если число логарифма имеет степень, то она выносится вперед (перед логарифмом)

$$\log_a b^p = p \log_a b$$

$$\log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2}$$

$$= -2 \log_3 3 = -2$$

5. Логарифм произведения b на c по основанию a

Если число логарифма является произведением, то
его можно разложить как сумму логарифмов

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_2(8 * 5) = \log_2 8 + \log_2 5$$

6. Логарифм деления b на c по основанию a

Если число логарифма является делением, то
его можно разложить как разность логарифмов

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_2 \frac{8}{5} = \log_2 8 - \log_2 5$$

7. a в степени логарифм числа b по основанию a

Если основание логарифма совпадает с числом, возведенным в этот логарифм, то число и логарифм сокращаются, и остается лишь число логарифма

$$a^{\log_a b} = b$$

$$3^{2\log_3 5} =$$

$$= 3^{\log_3 5^2}$$

$$= 5^2 = 25$$

8. Произведение зеркальных логарифмов

Если логарифм, основание которого равен числу другого логарифма,
основание другого логарифма ровняется числу первого логарифма, то их произведение дает 1

$$\log_a b \times \log_b a = 1$$

$$\log_{50} 199 \times \log_{199} 50 = 1$$

9. Обмен числа и основания логарифма

Если перевернуть логарифм,
то число можно убрать в основание, а основание вынести в число

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad \log_5 2 = \frac{1}{\log_2 5}$$

10. Замена числа в основании логарифма

Если нужно другое основание логарифма, то
можно представить его как деление двух логарифмов, в основании которого будет новое число

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_3 4 = \frac{\log_5 4}{\log_5 3}$$

Сокращенная форма логарифмов

$$\log_{10} x = \lg x$$

$$\log_{\mathrm{e}} x = \ln x$$