



ДИНАМИКА И УСТОЙЧИВОСТЬ СООРУЖЕНИЙ

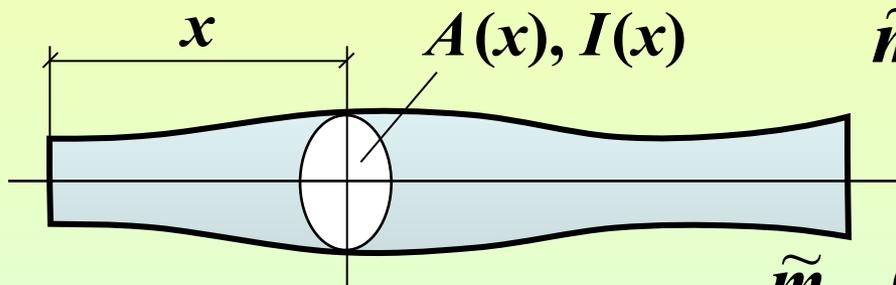
ДИНАМИКА СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ
С РАСПРЕДЕЛЁННЫМИ МАССАМИ



Основные предпосылки и гипотезы

- 1. Рассматриваются линейно деформируемые системы.**
- 2. Исходное состояние – равновесие при статических (квазистатических) воздействиях.**
- 3. Определяются динамические составляющие характеристик напряжённо- деформированного состояния системы.**
- 4. Сопротивление движению учитывается по модели вязкого трения.**

Плоский динамический изгиб прямолинейного стержня с распределённой массой



$$\begin{aligned}\tilde{m}(x) &= \tilde{m}_{\text{соб}}(x) + \tilde{m}_{\text{пр}}(x) \\ &= \rho(x) \cdot A(x) + \tilde{m}_{\text{пр}}(x)\end{aligned}$$

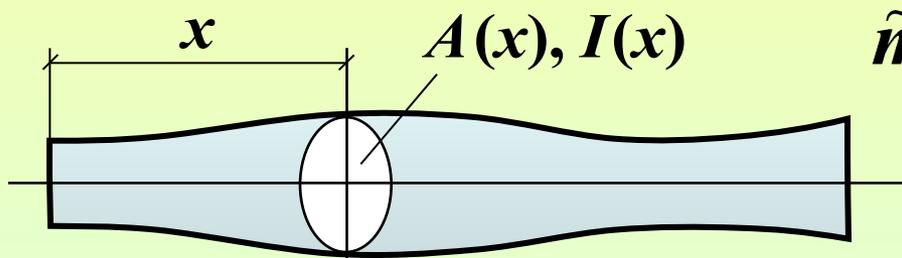
$\tilde{m}_{\text{соб}}(x)$ – собственная масса стержня

$\tilde{m}_{\text{пр}}(x)$ – присоединённая масса

Рабочие гипотезы

- Динамический изгиб стержня считается независимым от влияния других видов деформаций (кручения, растяжения-сжатия, сдвига).
- Инерция поворота масс при изгибе не учитывается.

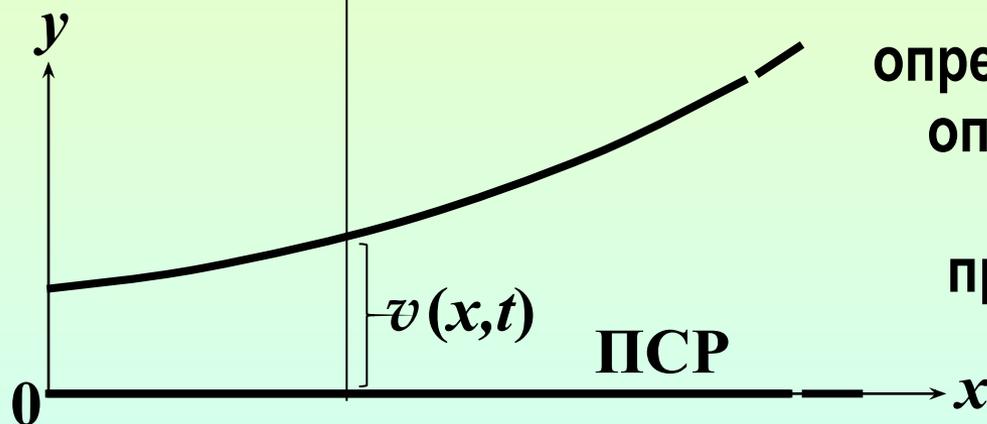
Свободное изгибное движение прямолинейного стержня с распределённой массой



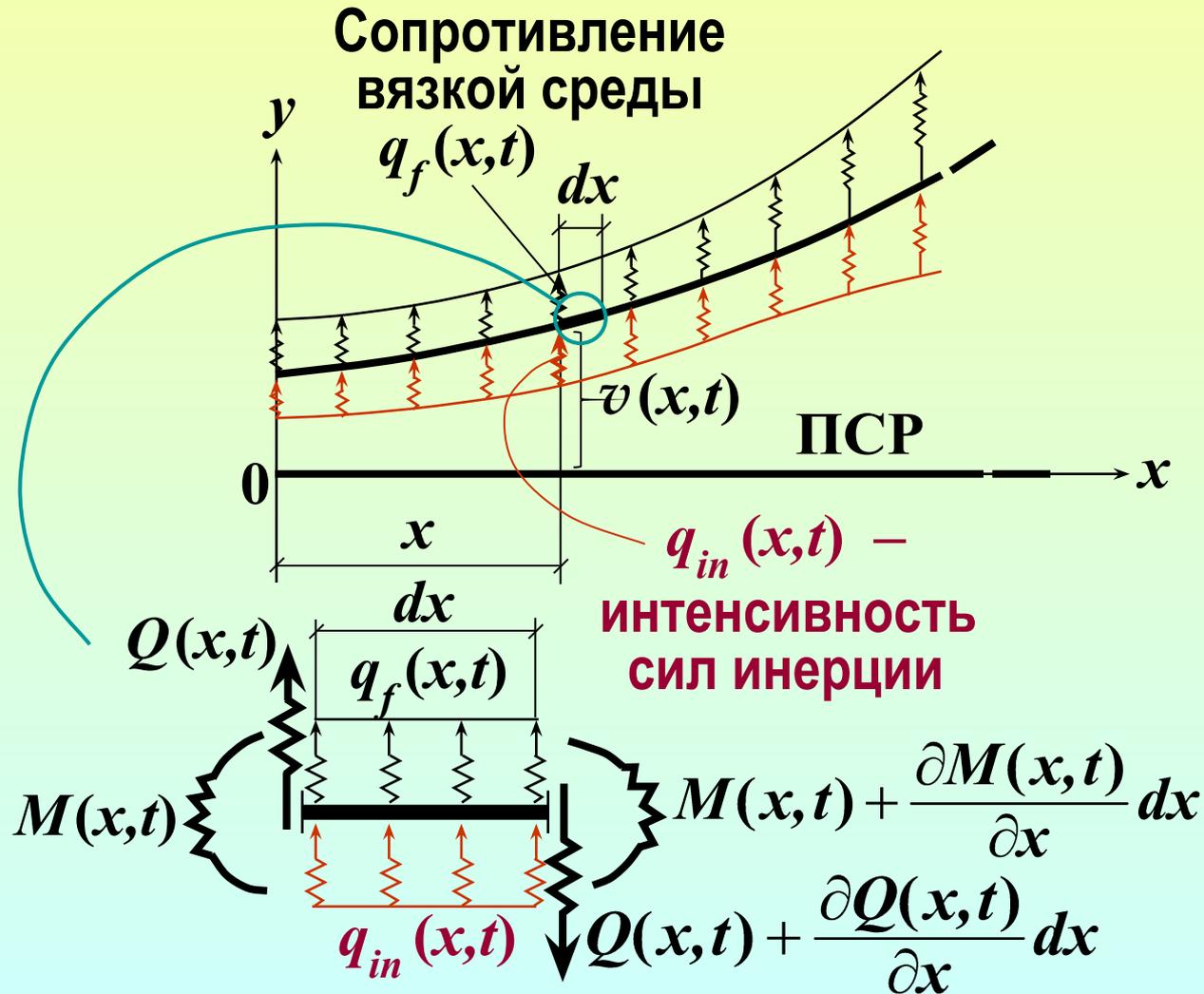
$$\begin{aligned}\tilde{m}(x) &= \tilde{m}_{\text{соб}}(x) + \tilde{m}_{\text{пр}}(x) \\ &= \rho(x) \cdot A(x) + \tilde{m}_{\text{пр}}(x)\end{aligned}$$

Задача:

определить функцию $v(x, t)$,
описывающую движение
центра тяжести
произвольного сечения
с абсциссой x .



Решение кинетостатическим методом



Уравнения состояния элемента dx

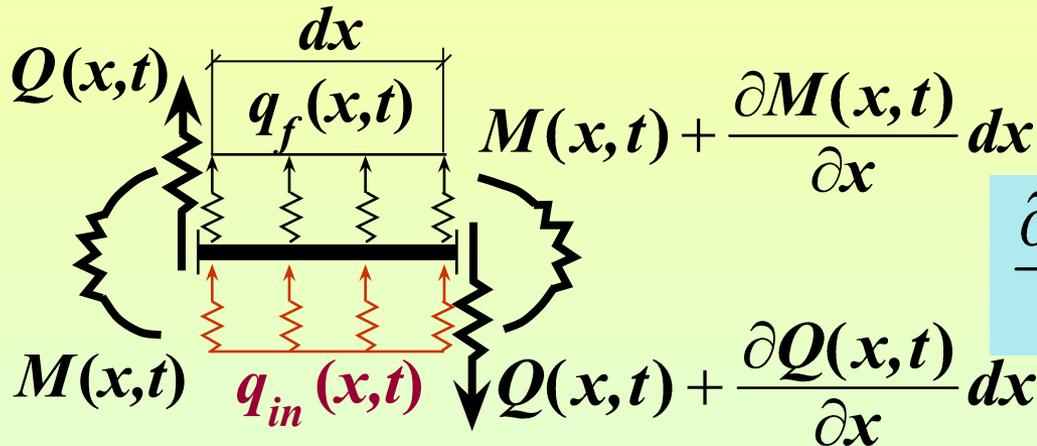
1. Уравнения равновесия (статика)

$$\left[\begin{array}{l} \Sigma m = 0, \\ \Sigma y = 0. \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\partial M(x,t)}{\partial x} = Q(x,t), \\ \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = q_{in}(x,t) + q_f(x,t) \end{array} \right.$$

Уравнения состояния элемента dx

1. Уравнения равновесия (статика)



Разрешающее уравнение равновесия:

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} = q_{in}(x,t) + q_f(x,t)$$

2. Уравнение совместности перемещений и деформаций (геометрия)

$$\frac{1}{r(x,t)} = \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}$$

3. Физические зависимости

Закон инерции $q_{in}(x,t) = -\tilde{m}(x) \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}$

Модель Фойгта $q_f(x,t) = -k_f(x) \frac{\partial v(x,t)}{\partial t}$

Закон Гука при изгибе $\frac{1}{r(x,t)} = \frac{M(x,t)}{EI(x)}$

**Дифференциальное уравнение
свободного изгибного движения
прямолинейного стержня
переменной жёсткости
с неравномерно распределённой массой
(сопротивление вязкой среды –
по модели Фойгта)**

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \right] + \tilde{m}(x) \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + k_f(x) \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = 0$$

**– уравнение в частных производных по x и t
с переменными коэффициентами**

Частные случаи дифференциального уравнения свободного изгибного движения прямолинейного стержня

1. Стержень постоянной жёсткости $EI(x) = \text{const} = EI$

$$\frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\tilde{m}(x)}{EI} * \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + \frac{k_f(x)}{EI} * \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = 0$$

2. Стержень постоянной жёсткости EI

с равномерно распределённой массой $\tilde{m}(x) = \text{const} = \tilde{m}$
без учета демпфирования (внешнего и внутреннего трения)

$$\frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\tilde{m}}{EI} * \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = 0$$

или $v^{IV}(x,t) + \frac{\tilde{m}}{EI} \square v(x,t) = 0$

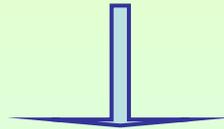
(A)

Общее решение уравнения (А) по методу Фурье:

$$v(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} v_j(x) \sin(\omega_j t + \varphi_{0j})$$

**Частный случай –
собственные изгибные колебания:**

$$v(x, t) = v(x) \sin(\omega t + \varphi_0)$$



Дифференциальное уравнение амплитуд прогибов
при собственных изгибных колебаниях
прямолинейного стержня постоянной жёсткости
с равномерно распределённой массой, без учета демпфирования:

$$v^{IV}(x) - k^4 v(x) = 0 \quad (\text{В}), \quad \text{где } k = \sqrt[4]{\frac{\tilde{m} \omega^2}{EI}}$$

Характеристическое уравнение дифференциального уравнения (В):

$$r^4 - k^4 = 0$$

$$r_1 = k, \quad r_2 = -k, \quad r_3 = ki, \quad r_4 = -ki$$

Решение дифференциального уравнения (В):

$$v(x) = C_1 e^{kx} + C_2 e^{-kx} + C_3 \cos kx + C_4 \sin kx$$

Линейное преобразование постоянных интегрирования:

$$\bar{C}_1 = C_1 + C_2; \quad \bar{C}_2 = C_1 - C_2$$

$$v(x) = \bar{C}_1 \operatorname{ch} kx + \bar{C}_2 \operatorname{sh} kx + C_3 \cos kx + C_4 \sin kx$$

$$v(x) = \tilde{C}_1 A_{kx} + \tilde{C}_2 B_{kx} + \tilde{C}_3 C_{kx} + \tilde{C}_4 D_{kx}$$

Балочные функции А.Н. Крылова:

$$A_{kx} = (\operatorname{ch} kx + \cos kx)/2$$

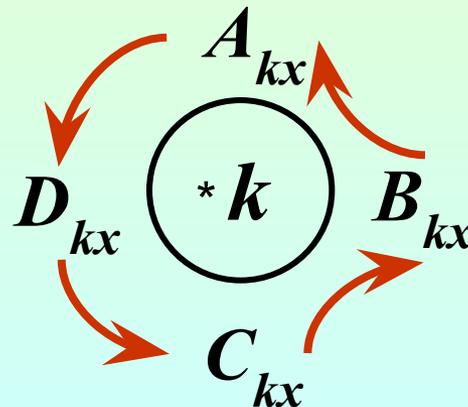
$$B_{kx} = (\operatorname{sh} kx + \sin kx)/2$$

$$C_{kx} = (\operatorname{ch} kx - \cos kx)/2$$

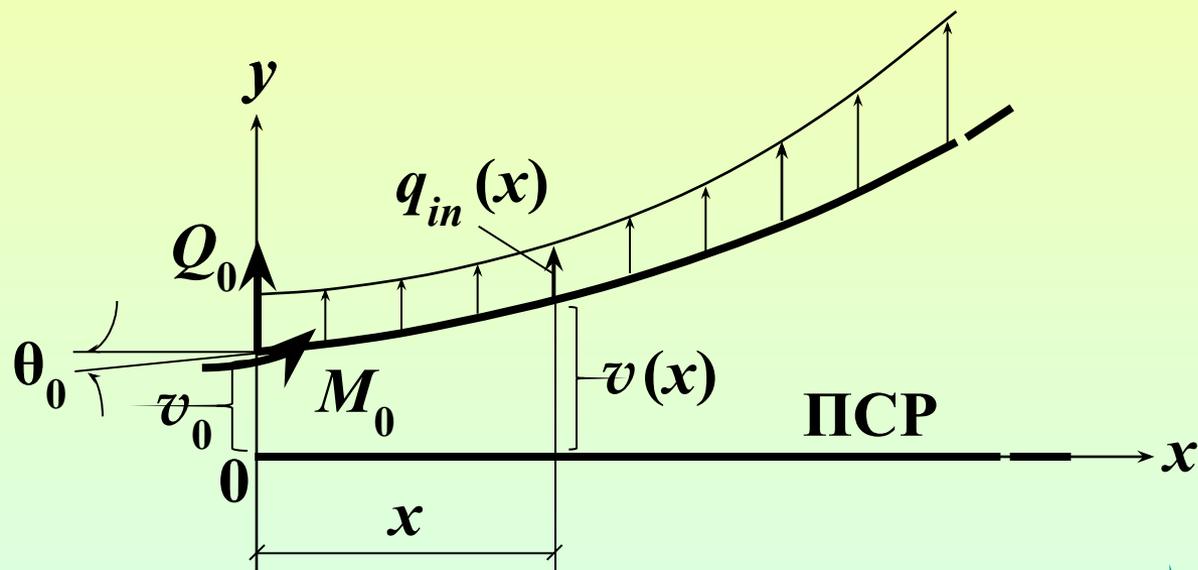
$$D_{kx} = (\operatorname{sh} kx - \sin kx)/2$$

Свойства функций Крылова:

1. При $x = 0$: $A_0 = 1, B_0 = C_0 = D_0 = 0$
2. Правило дифференцирования функций:



Функция амплитуд прогибов при собственных колебаниях – в форме метода начальных параметров



Граничные условия при $x = 0$:

1) статические

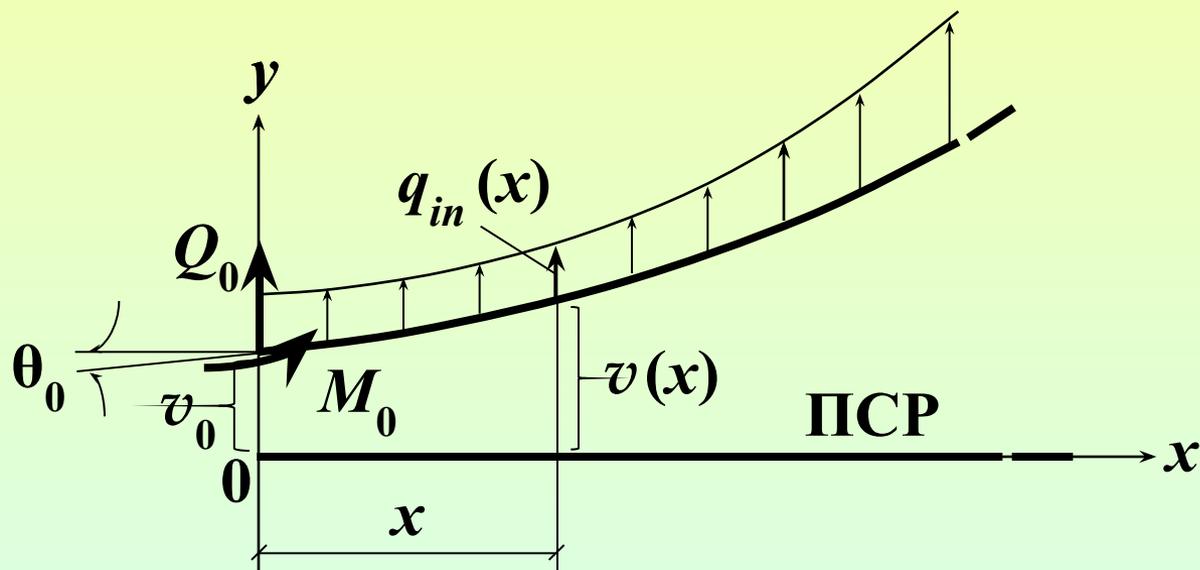
2) кинематические

The free body diagram shows a beam element of length dx . At the left end, there is a shear force Q_0 acting upwards, a bending moment M_0 acting counter-clockwise, and a rotation θ_0 . At the right end, there is a shear force $Q(0)$ acting downwards and a bending moment $M(0)$ acting clockwise.

$$\left[\begin{array}{l} \Sigma m = 0 \rightarrow M(0) = M_0 \\ \Sigma y = 0 \rightarrow Q(0) = Q_0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} v(0) = v_0 \\ \theta(0) = \theta_0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \tilde{C}_1 &= v_0 \\ \tilde{C}_2 &= \frac{\theta_0}{k} \\ \tilde{C}_3 &= \frac{M_0}{k^2 EI} \\ \tilde{C}_4 &= \frac{Q_0}{k^3 EI} \end{aligned}$$

Функция амплитуд прогибов при собственных колебаниях – в форме метода начальных параметров



$$v(x) = v_0 A_{kx} + \theta_0 \frac{B_{kx}}{k} + \frac{M_0}{EI} \cdot \frac{C_{kx}}{k^2} + \frac{Q_0}{EI} \cdot \frac{D_{kx}}{k^3}$$

Функции амплитуд характеристик НДС при собственных колебаниях – в форме метода начальных параметров

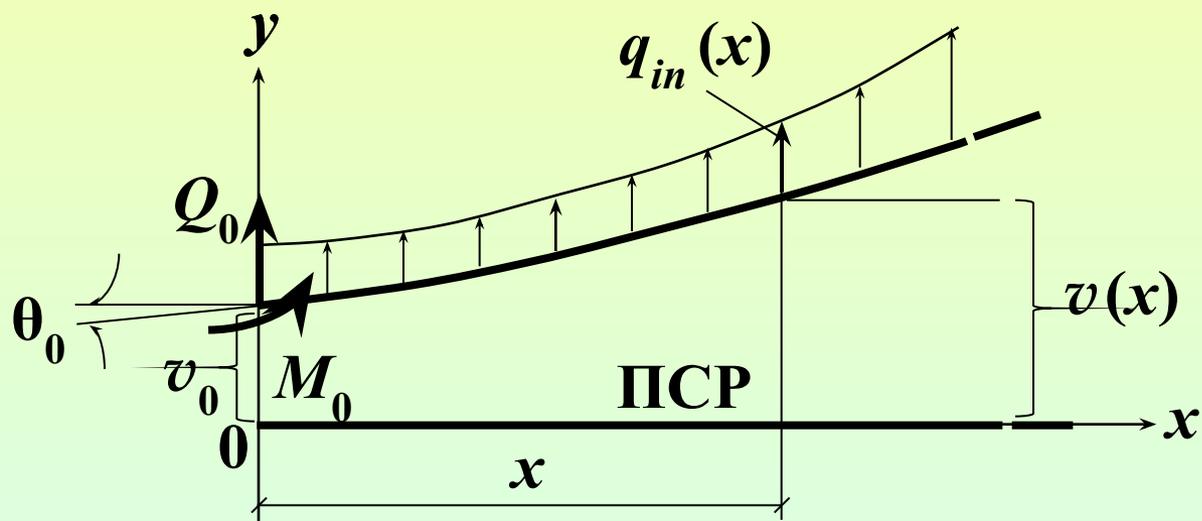
$$v(x) = v_0 A_{kx} + \theta_0 \frac{B_{kx}}{k} + \frac{M_0}{EI} \cdot \frac{C_{kx}}{k^2} + \frac{Q_0}{EI} \cdot \frac{D_{kx}}{k^3};$$

$$\theta(x) = \frac{dv(x)}{dx} = v_0 k D_{kx} + \theta_0 A_{kx} + \frac{M_0}{EI} \cdot \frac{B_{kx}}{k} + \frac{Q_0}{EI} \cdot \frac{C_{kx}}{k^2};$$

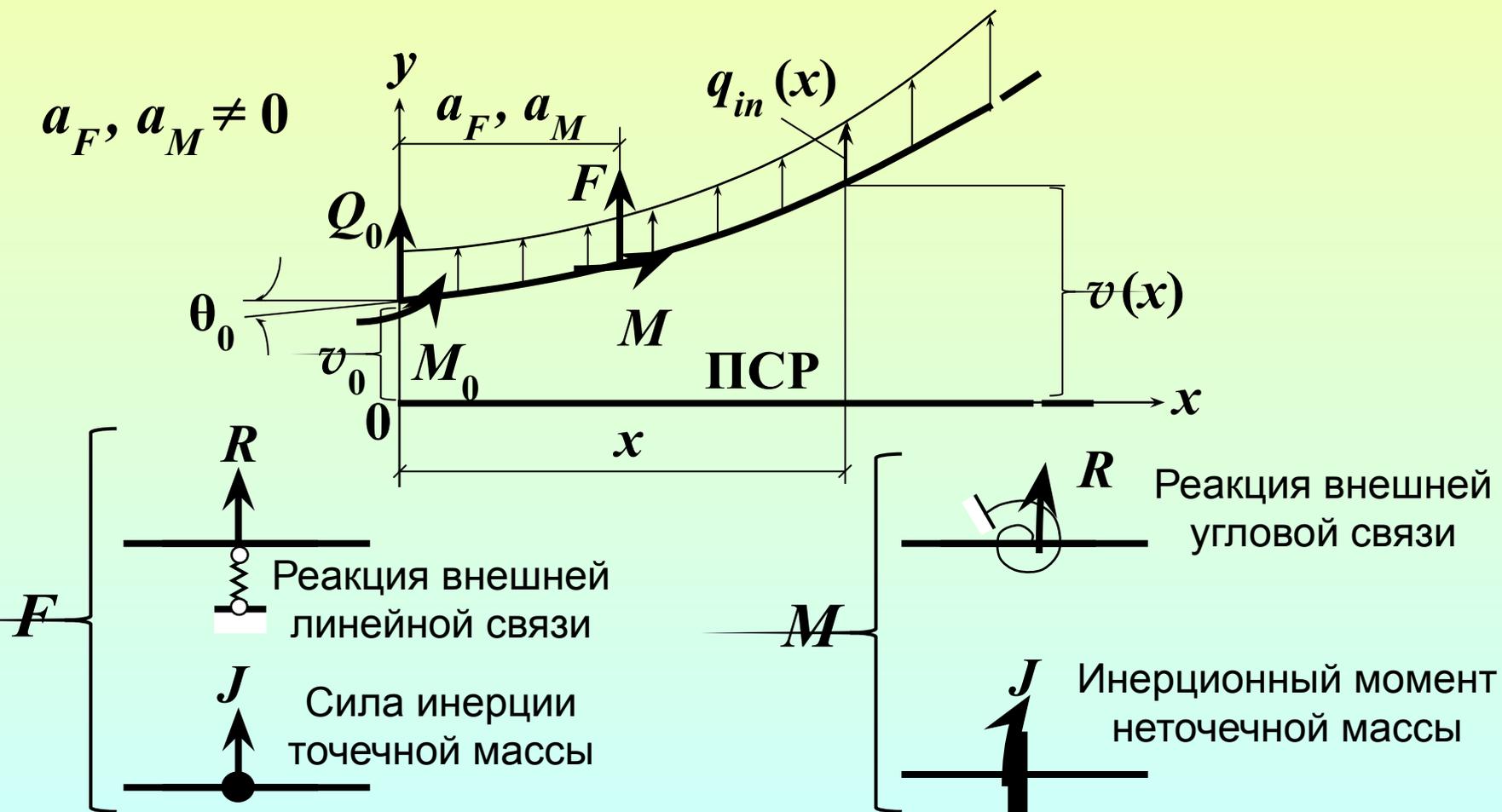
$$\begin{aligned} M(x) &= EI \frac{d^2 v(x)}{dx^2} = EI \frac{d\theta(x)}{dx} = \\ &= EI v_0 k^2 C_{kx} + EI \theta_0 k D_{kx} + M_0 A_{kx} + Q_0 \cdot \frac{B_{kx}}{k}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(x) &= \frac{dM(x)}{dx} = EI \frac{d^3 v(x)}{dx^3} = \\ &= EI v_0 k^3 B_{kx} + EI \theta_0 k^2 C_{kx} + M_0 k D_{kx} + Q_0 A_{kx} \end{aligned}$$

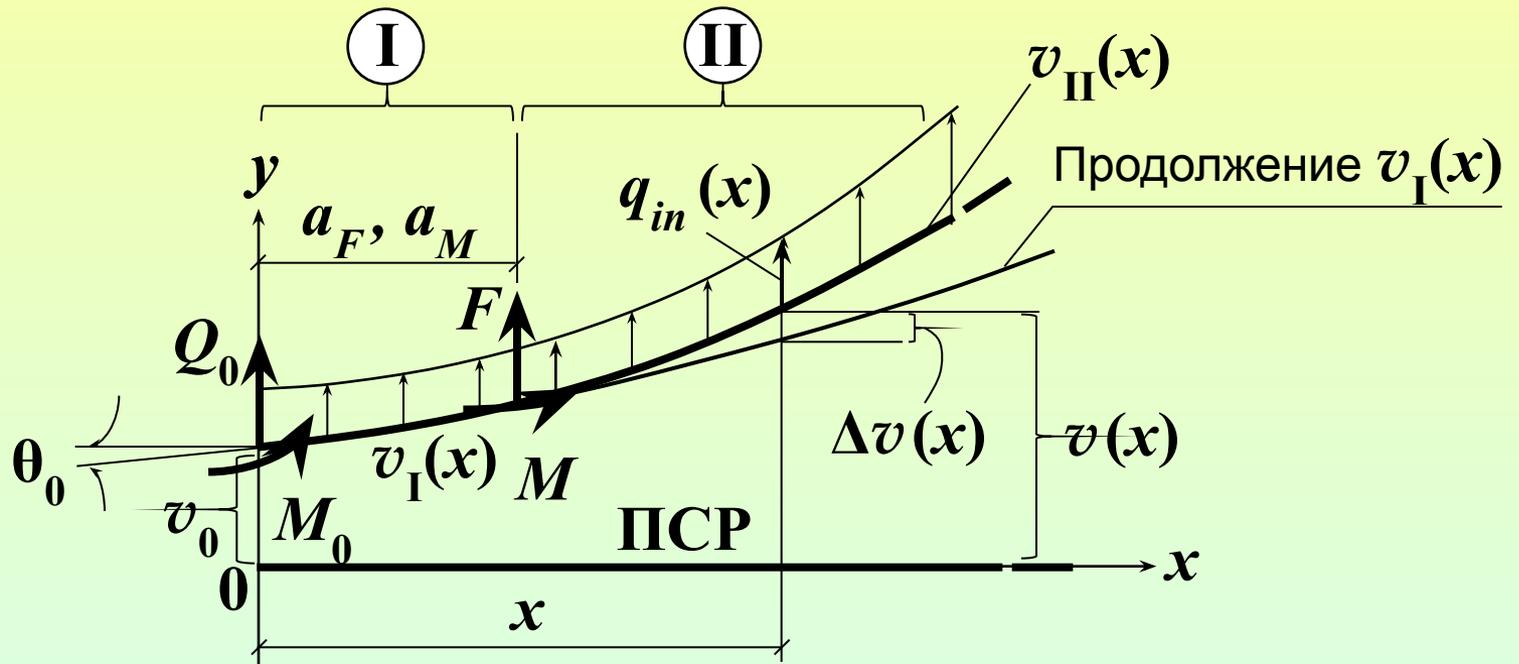
Учет сосредоточенных сил и моментов в выражениях характеристик НДС по МНП



Учет сосредоточенных сил и моментов в выражениях характеристик НДС по МНП



Учет сосредоточенных сил и моментов в выражениях характеристик НДС по МНП



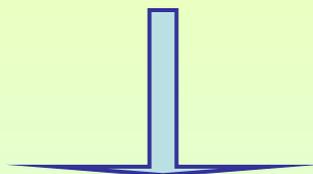
$$\Delta v(x) = v_{II}(x) - v_I(x) =$$

$$= \Delta v_0 A_{k(x-a)} + \Delta \theta_0 \frac{B_{k(x-a)}}{k} + \frac{\Delta M_0}{EI} \cdot \frac{C_{k(x-a)}}{k^2} + \frac{\Delta Q_0}{EI} \cdot \frac{D_{k(x-a)}}{k^3}$$

Из условий на границе $x = a$
 ($a = a_F, a_M$) $\blacktriangleright \Delta v_0 = 0, \Delta \theta_0 = 0, \Delta M_0 = M, \Delta Q_0 = F$

Учет сосредоточенных сил и моментов в выражениях характеристик НДС по МНП

$$\Delta v(x) = \frac{M}{EI} \cdot \frac{C_{k(x-a_M)}}{k^2} + \frac{F}{EI} \cdot \frac{D_{k(x-a_F)}}{k^3}$$

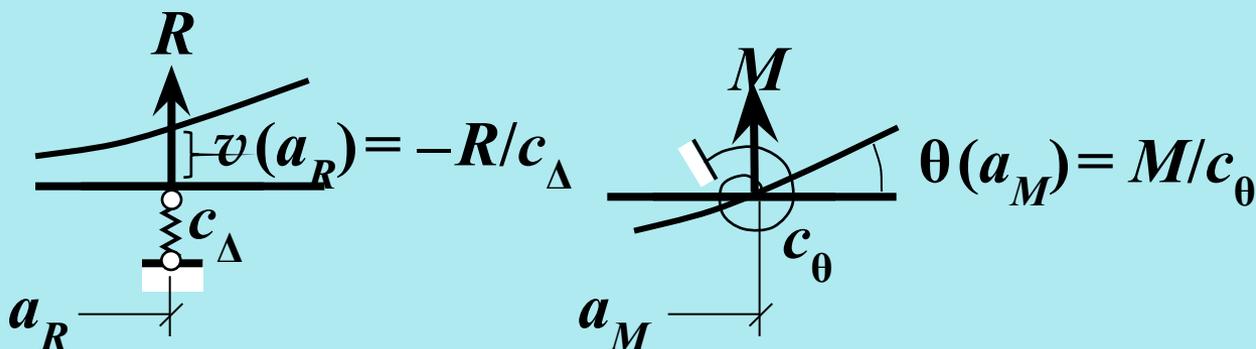


$$v(x) = v_0 A_{kx} + \theta_0 \frac{B_{kx}}{k} + \frac{M_0}{EI} \cdot \frac{C_{kx}}{k^2} + \frac{Q_0}{EI} \cdot \frac{D_{kx}}{k^3} +$$
$$+ \sum \frac{M}{EI} \cdot \frac{C_{k(x-a_M)}}{k^2} + \sum \frac{F}{EI} \cdot \frac{D_{k(x-a_F)}}{k^3}$$

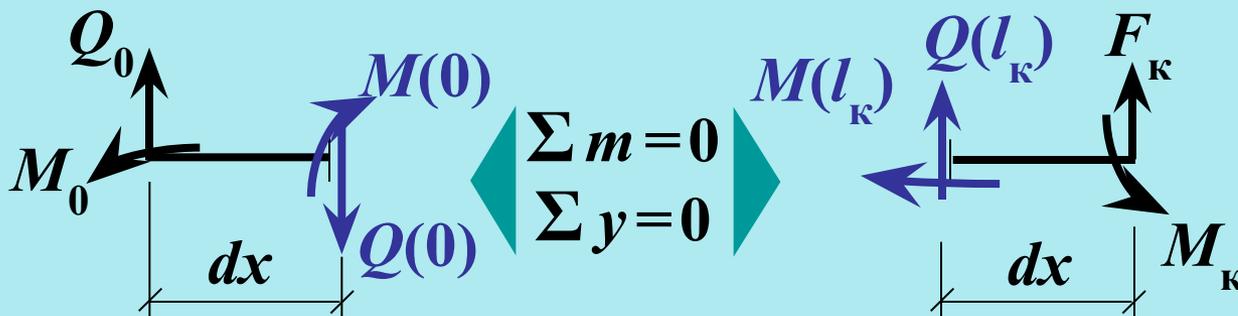
Основные уравнения и уравнение частот собственных колебаний по МНП

Граничные условия (ГУ)

Кинематические ГУ



Статические ГУ



Основные
уравнения

МНП:

$$f^* W = 0$$

- Правила:
1. Кинематические ГУ записываются для точек, где имеются **внешние связи**.
 2. Статические ГУ – уравнения равновесия **двух элементов dx** по концам стержня.

Основные уравнения и уравнение частот собственных колебаний по МНП

$$f * W = 0$$

$$W = \begin{bmatrix} v_0 \\ \theta_0 \\ M_0 \\ Q_0 \\ [R] \end{bmatrix} \left. \vphantom{\begin{bmatrix} v_0 \\ \theta_0 \\ M_0 \\ Q_0 \\ [R] \end{bmatrix}} \right\} n \quad f = \begin{matrix} (n * n) \\ \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1k} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2k} & \dots & f_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{i1} & f_{i2} & \dots & f_{ik} & \dots & f_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nk} & \dots & f_{nn} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad f = f(k)$$

Решение основных уравнений МНП

1. Тривиальное решение: $W = 0$ — \otimes
2. Нетривиальное решение: $W \neq 0$ (условие существования собственных колебаний)

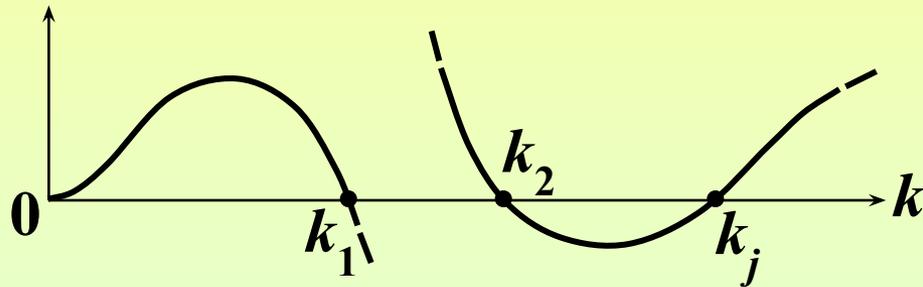
Уравнение частот
собственных колебаний
по МНП:

$$Det(f) = 0$$

Спектр частот собственных колебаний и главные формы колебаний

$Det(f)$ Поиск корней частотного уравнения

Определение частот
собственных колебаний



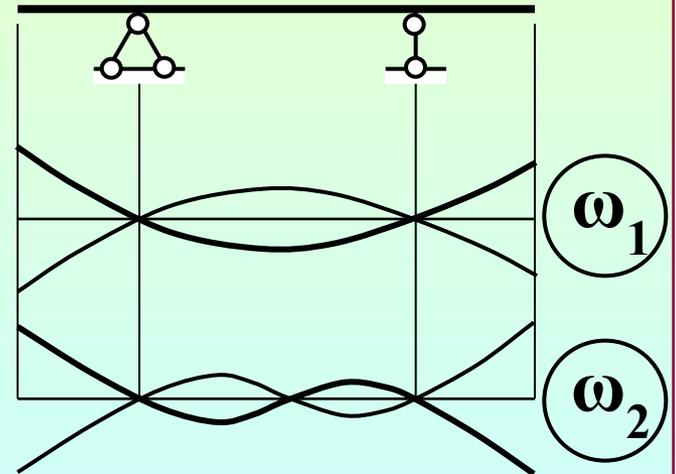
$$k_j \Rightarrow \omega_j = \sqrt{\frac{k_j^4 EI}{\tilde{m}}}, \quad j = 1, \infty$$

Выявление главных форм колебаний

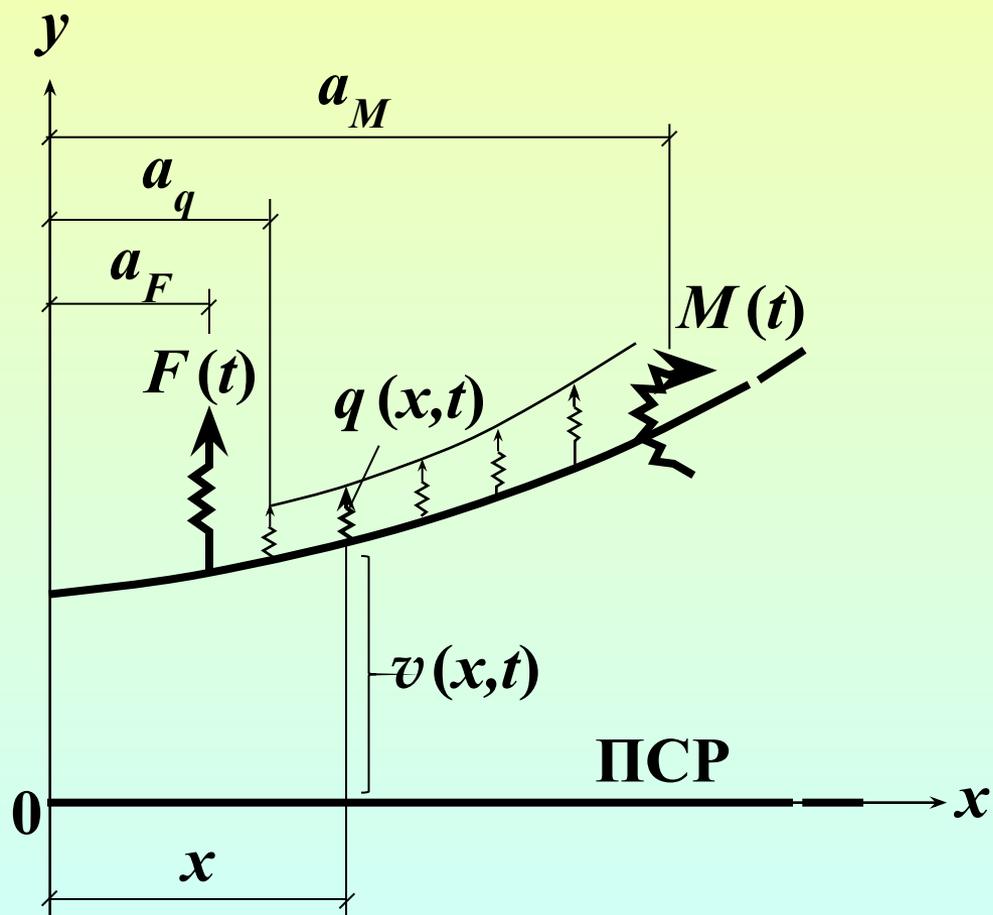
$k_j \Rightarrow f$ – числовая матрица;

$$\frac{1}{W_k} \cdot f \cdot W = f \cdot \beta_W = 0 \quad (W_k \neq 0)$$

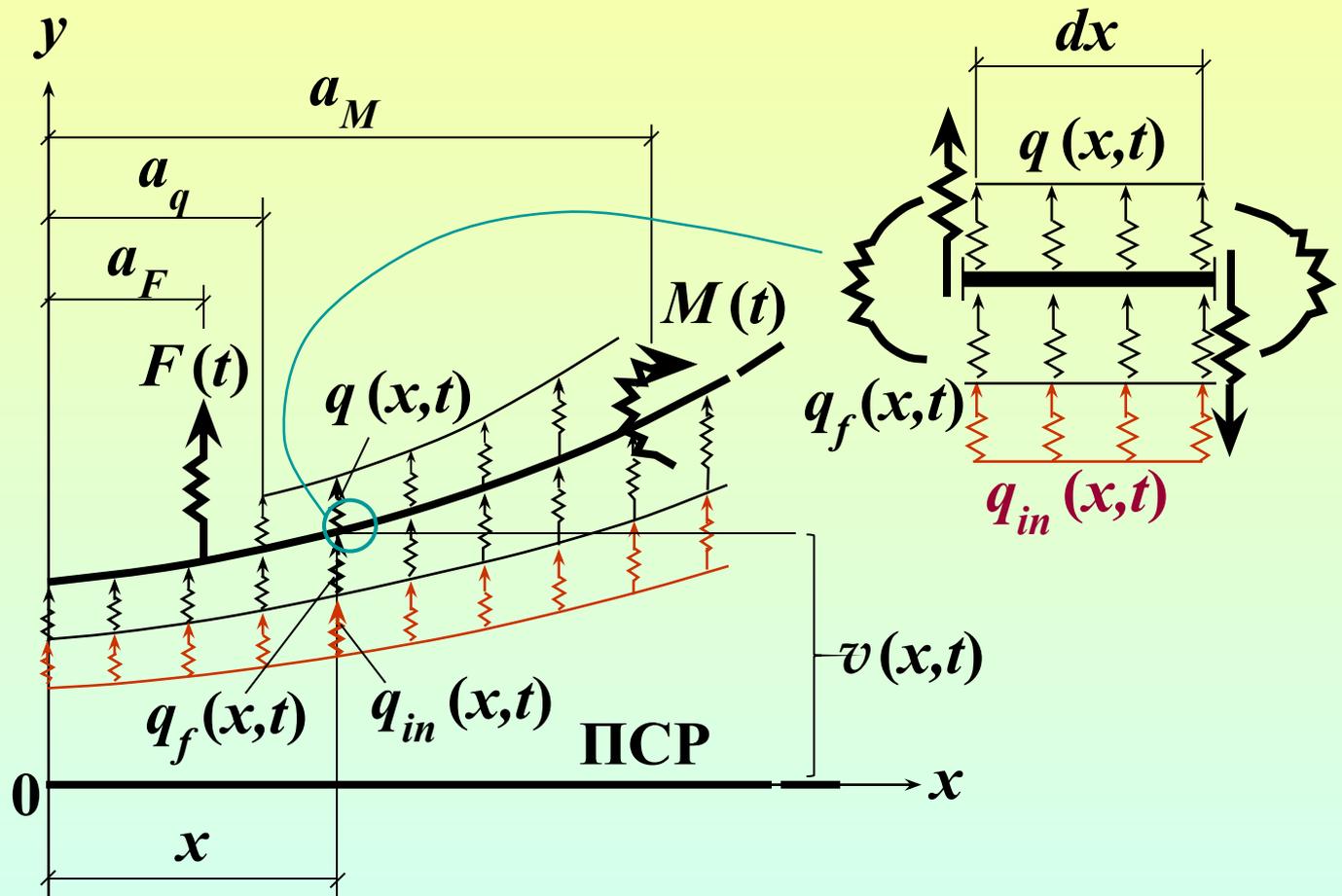
$$\beta_W = \begin{bmatrix} \beta_{W1} \\ \beta_{W2} \\ \boxtimes \\ \beta_{Wi} \\ \boxtimes \\ \beta_{Wn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_0/W_k \\ \theta_0/W_k \\ \boxtimes \\ W_i/W_k \\ \boxtimes \\ W_n/W_k \end{bmatrix}; \quad \beta_{Wi} = W_i/W_k; \quad \beta_{Wk} = 1$$



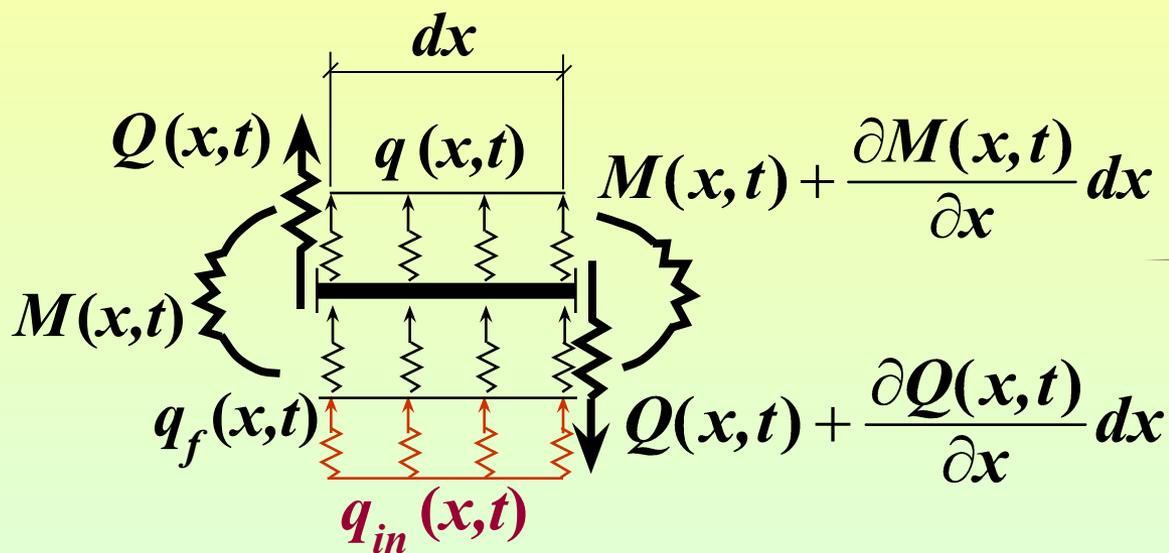
Вынужденное изгибное движение прямолинейного стержня с распределённой массой



Решение кинетостатическим методом



Решение кинетостатическим методом



Уравнения
равновесия
(статика)

$$\left[\begin{array}{l} \Sigma m = 0, \\ \Sigma y = 0. \end{array} \right.$$

Разрешающее
уравнение равновесия:

$$\frac{\partial^2 M(x, t)}{\partial x^2} = q(x, t) + q_{in}(x, t) + q_f(x, t)$$

**Дифференциальное уравнение
вынужденного изгибного движения
прямолинейного стержня
переменной жёсткости
с неравномерно распределённой массой
(сопротивление вязкой среды –
по модели Фойгта)**

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \right] + \tilde{m}(x) \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + k_f(x) \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = q(x,t)$$

**– неоднородное уравнение
в частных производных по x и t
с переменными коэффициентами**

Частный случай – дифференциальное уравнение вынужденного изгибного движения прямолинейного стержня переменной жёсткости с неравномерно распределённой массой без учета сопротивления вязкой среды

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \right] + \tilde{m}(x) \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} = q(x, t)$$

**– неоднородное уравнение
в частных производных по x и t
с переменными коэффициентами**

Решение дифференциального уравнения

$$v(x,t) = \bar{v}(x,t) + v^*(x,t)$$

$\bar{v}(x,t)$ – общее решение однородного диф. уравнения

$v^*(x,t)$ – частное решение неоднородного диф. уравнения

Для стержня постоянной жёсткости EI
с равномерно распределённой массой \tilde{m}
без учета демпфирования (внешнего и внутреннего трения):

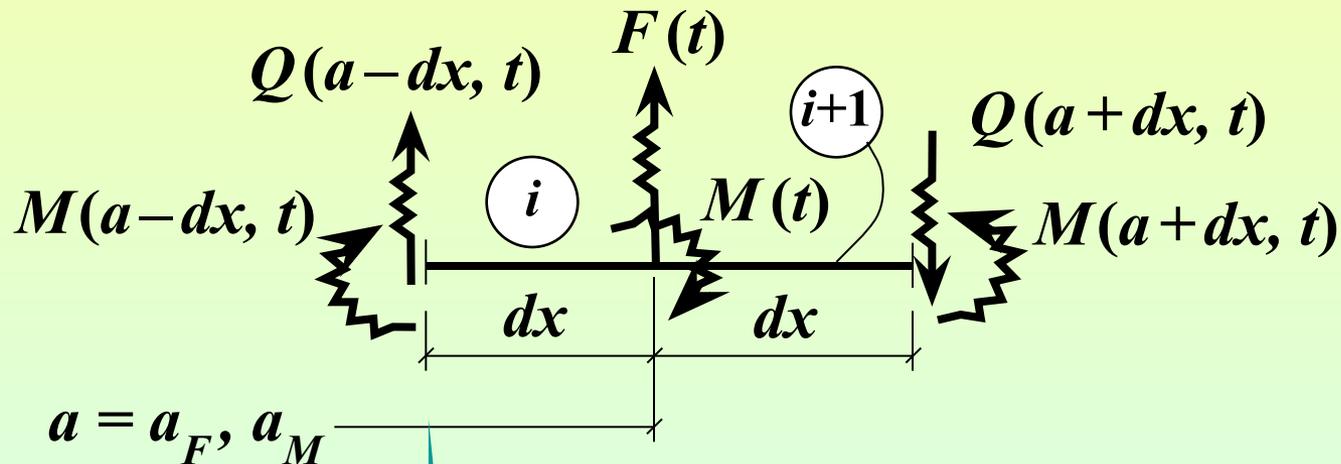
$$\frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\tilde{m}}{EI} \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = q(x,t)$$

$$\bar{v}(x,t) = \sum_{j=1}^{\infty} v_j(x) \sin(\omega_j t + \varphi_{0j})$$

При отсутствии распределённой нагрузки ($q(x,t) = 0$): $v(x,t) = \bar{v}(x,t)$

Учёт сосредоточенных нагрузок

Статические условия на границе участков
в точке приложения $F(t)$, $M(t)$



$$\left[\begin{array}{l} \Sigma m = 0, \\ \Sigma y = 0. \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} Q(a + dx, t) - Q(a - dx, t) = F(t) \\ M(a + dx, t) - M(a - dx, t) = M(t) \end{array}$$

$$\frac{d^3 v_{i+1}(x, t)}{dx^3} \Big|_{x=a_F} - \frac{d^3 v_i(x, t)}{dx^3} \Big|_{x=a_F} = \frac{F(t)}{EI}; \quad \frac{d^2 v_{i+1}(x, t)}{dx^2} \Big|_{x=a_M} - \frac{d^2 v_i(x, t)}{dx^2} \Big|_{x=a_M} = \frac{M(t)}{EI}$$

Установившиеся вынужденные изгибные колебания прямолинейного стержня постоянной жёсткости с равномерно распределённой массой, без учёта демпфирования (случай гармонической нагрузки)

$$\left. \begin{aligned} F(t) &= F \\ q(x,t) &= q(x) \\ M(t) &= M \end{aligned} \right\} \sin \omega_F t \quad \rightarrow \quad v(x,t) = v(x) \sin \omega_F t = [\bar{v}(x) + v^*(x)] \sin \omega_F t$$

функция прогибов, удовлетворяющая дифференциальному уравнению

$$\frac{d^4 v(x)}{dx^4} - \frac{\tilde{m} \omega_F^2}{EI} v(x) = \frac{q(x)}{EI} \quad \left| \quad \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\tilde{m}}{EI} \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = q(x,t) \right.$$

уравнение в амплитудах прогибов $v(x) = \bar{v}(x) + v^*(x)$

Полное общее решение однородного уравнения параметров:

$$\bar{v}(x) = v_0 A_{kx} + \theta_0 \frac{B_{kx}}{k} + \frac{M_0}{EI} \cdot \frac{C_{kx}}{k^2} + \frac{Q_0}{EI} \cdot \frac{D_{kx}}{k^3} + \sum \frac{M}{EI} \cdot \frac{C_{k(x-a_M)}}{k^2} + \sum \frac{F}{EI} \cdot \frac{D_{k(x-a_F)}}{k^3} + \sum \frac{q(x)}{EI} \cdot \frac{D_{k(x-a_q)}}{k^4}$$

где $k = \sqrt[4]{\frac{\tilde{m} \omega_F^2}{EI}}$ Частное решение неоднородного уравнения при $q(x) = \text{const}$

$$v^*(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq x \leq a_q \\ \frac{q}{k^4 EI} & \text{при } x \geq a_q \end{cases}$$

Добавка к прогибам за счёт нагрузки q при $x > a_q$:

$$\Delta v_q(x_1) = \Delta v_0 A_{kx_1} + \Delta \theta_0 \frac{B_{kx_1}}{k} + \Delta M_0 \frac{C_{kx_1}}{k^2} + \Delta Q_0 \frac{D_{kx_1}}{k^3} + \frac{q}{k^4 EI}$$

($x_1 = x - a_q$)

Условия в начале участка (при $x = a_q$, $x_1 = 0$):

$$\Delta v_q(0) = 0; \quad \Delta \theta_q(0) = \frac{d}{dx} \Delta v_q(x_1) \Big|_{x_1=0} = 0; \quad \Delta M_q(0) = EI \frac{d^2}{dx^2} \Delta v_q(x_1) \Big|_{x_1=0} = 0; \quad \Delta Q_q(0) = EI \frac{d^3}{dx^3} \Delta v_q(x_1) \Big|_{x_1=0} = 0$$

$$\begin{aligned} \downarrow \Delta v_0 + \frac{q}{k^4 EI} = 0 & \quad \downarrow \Delta \theta_0 = 0 & \quad \downarrow \Delta M_0 = 0 & \quad \downarrow \Delta Q_0 = 0 \end{aligned}$$

**Установившиеся вынужденные изгибные колебания
прямолинейного стержня постоянной жёсткости
с равномерно распределённой массой, без учёта демпфирования
(случай гармонической нагрузки)**

$$\left. \begin{aligned} F(t) &= F \\ q(x,t) &= q(x) \\ M(t) &= M \end{aligned} \right\} \sin \omega_F t \quad \rightarrow \quad \mathbf{v}(x,t) = \mathbf{v}(x) \sin \omega_F t = [\bar{\mathbf{v}}(x) + \mathbf{v}^*(x)] \sin \omega_F t$$

функция прогибов, удовлетворяющая дифференциальному уравнению

$$\frac{d^4 \mathbf{v}(x)}{dx^4} - \frac{\tilde{m} \omega_F^2}{EI} \mathbf{v}(x) = \frac{q(x)}{EI} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial^4 \mathbf{v}(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\tilde{m}}{EI} \frac{\partial^2 \mathbf{v}(x,t)}{\partial t^2} = q(x,t)$$

уравнение в амплитудах прогибов $\mathbf{v}(x) = \bar{\mathbf{v}}(x) + \mathbf{v}^*(x)$

Полное решение в форме метода начальных параметров:

$$\bar{\mathbf{v}}(x) = \mathbf{v}_0 A_{kx} + \theta_0 \frac{B_{kx}}{k} + \frac{M_0}{EI} \cdot \frac{C_{kx}}{k^2} + \frac{Q_0}{EI} \cdot \frac{D_{kx}}{k^3} + \sum \frac{M}{EI} \cdot \frac{C_{k(x-a_M)}}{k^2} + \sum \frac{F}{EI} \cdot \frac{D_{k(x-a_F)}}{k^3} +$$

$$\text{где } k = \sqrt[4]{\frac{\tilde{m} \omega_F^2}{EI}} \quad + \sum \frac{q}{EI} \cdot \frac{A_{k(x-a_q)} - 1}{k^4}$$

Основные уравнения МНП:
(из КГУ и СГУ)

$$\mathbf{f} * \mathbf{W} + \mathbf{B}_F = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} v_0 \\ \theta_0 \\ M_0 \\ Q_0 \\ [R] \end{bmatrix} \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1k} & \dots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & \dots & f_{2k} & \dots & f_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{i1} & f_{i2} & \dots & f_{ik} & \dots & f_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{nk} & \dots & f_{nn} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_F = \begin{bmatrix} B_{1F} \\ B_{2F} \\ B_{3F} \\ B_{4F} \\ [B_{RF}] \end{bmatrix}$$

$\mathbf{W} = -\mathbf{f}^{-1} * \mathbf{B}_F$
 $\text{Det}(\mathbf{f}) \neq 0$

Контрольные вопросы

(в скобках даны номера слайдов, на которых можно найти ответы на вопросы; для перехода к слайду с ответом можно сделать щелчок мышью по номеру в скобках*); для возврата к контрольным вопросам сделать щелчок правой кнопкой мыши и выбрать «Перейти к слайду 32»)

1. Каковы основные предпосылки и гипотезы теории динамических расчётов линейно деформируемых систем с распределёнными массами? (2)
2. Какие рабочие гипотезы дополнительно вводятся в теории динамического изгиба прямолинейных стержней с распределённой массой (РМ)? (3)
3. Расчётная схема в случае решения кинетостатическим методом задачи о свободных изгибных колебаниях прямолинейного стержня с РМ. (5)
4. Какие силовые факторы учитываются в статических уравнениях? (6)
5. Как записываются геометрические соотношения? (7)
6. Какие физические зависимости используются в решении задачи? (7)
7. Вывод разрешающего дифференциального уравнения прогибов прямолинейного стержня с РМ в общем случае свободного изгибного движения. (6 – 8)
Частные случаи. (9)
8. Как получается дифференциальное уравнение амплитуд прогибов стержня постоянного сечения с равномерно распределённой массой в случае собственных изгибных колебаний? (10) Какой вид имеет его решение? (11)
9. Представление решения в балочных функциях Крылова. (11)
Каковы свойства функций Крылова? (12)
10. Выражения амплитуд динамических прогибов, углов поворота сечений, изгибающих моментов и поперечных сил при собственных колебаниях в форме метода начальных параметров (МНП). (15), (19)
11. Как учитывается в выражениях амплитуд характеристик напряжённо-деформированного состояния (НДС) стержня влияние сосредоточенных сил и моментов в произвольных точках стержня? (19) Какими могут быть по физическому смыслу эти сосредоточенные воздействия при собственных колебаниях? (17)

*) Только в режиме «Показ слайдов»

Контрольные вопросы

(в скобках даны номера слайдов, на которых можно найти ответы на вопросы; для перехода к слайду с ответом можно сделать щелчок мышью по номеру в скобках); для возврата к контрольным вопросам сделать щелчок правой кнопкой мыши и выбрать «Перейти к слайду 33»)*

12. Из каких условий получаются основные уравнения метода начальных параметров в задаче о собственных изгибных колебаниях прямолинейного стержня с РМ? [\(20\)](#)
13. Какие граничные условия стержня учитываются и по какому правилу они записываются? [\(20\)](#)
14. Каковы варианты решения системы основных уравнений МНП и какой из них используется для получения уравнения частот собственных колебаний? [\(21\)](#)
15. Сколько корней имеет уравнение частот и почему? [\(22\)](#)
16. Сколько главных форм и соответствующих частот собственных колебаний имеет стержень с распределённой массой? [\(22\)](#)
17. Как определяется главная форма, соответствующая некоторой частоте собственных изгибных колебаний? [\(23\)](#)
18. Чем отличается расчётная схема прямолинейного стержня с РМ в случае вынужденного изгибного движения от схемы в задаче о собственных колебаниях? [\(23 – 24\)](#)
19. Как получается разрешающее дифференциальное уравнение прогибов прямолинейного стержня с РМ в общем случае вынужденного изгибного движения? [\(24 – 26\)](#)
Его частные случаи. [\(27\)](#)
20. Какой вид имеет общее решение дифференциального уравнения вынужденных колебаний? [\(28\)](#)
21. Уравнение в форме метода начальных параметров для амплитуд динамических прогибов при установившихся изгибных колебаниях прямолинейного стержня постоянного сечения с равномерно распределённой массой от вибрационных воздействий. [\(30\)](#)
22. Основные уравнения метода начальных параметров в случае установившихся вынужденных изгибных колебаний стержня от вибрационных воздействий – получение уравнений и их использование для определения амплитуд характеристик НДС. [\(31\)](#)

*~~Только в режиме «Показ слайдов»~~