Пропорции

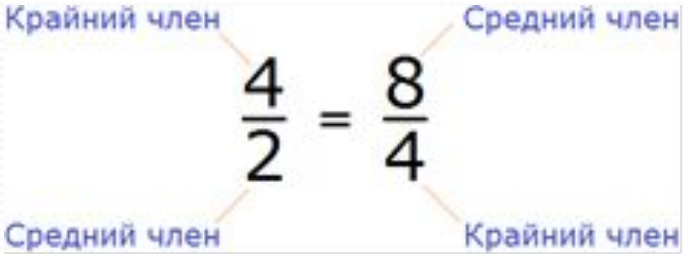
Пропорцией называется равенство двух отношений:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

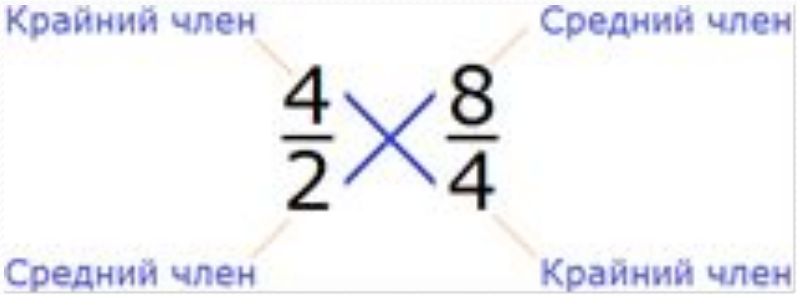
Читается: *a так относится к b, как c относится к d.*

Все числа, находящиеся в пропорции (числители и знаменатели обеих дробей) называются *членами пропорции*: *a* и *d* — это крайние члены пропорции, *b* и *c* — средние члены пропорции.

Например, отношение $\frac{10}{5}$ равно отношению $\frac{2}{1}$, т.е. $\frac{10}{5} = \frac{2}{1}$.



Основное свойство пропорции: произведение крайних членов пропорции равно произведению её средних членов. Перемножаем члены пропорции «крест-накрест»:



$4 \times 4 = 16$ — произведение крайних членов пропорции равно 16.

$2 \times 8 = 16$ — произведение средних членов пропорции так же равно 16.

$4 \times 4 = 2 \times 8$

$16 = 16$

$4 \times 4 = 2 \times 8$ — произведение крайних членов равно произведению средних членов.

Значит пропорция $\frac{4}{2} = \frac{8}{4}$ составлена правильно.

Проценты

Определение: сотая часть любой величины или числа называется ПРОЦЕНТОМ.

Например, 1 копейка – один процент рубля, 1 см – 1 процент метра, 1 цент – 1 процент доллара, а число 0,05 – 1 процент от 5.

Для краткости слово «процент» после числа заменяют знаком %, то есть

$$1\%=1:100=0,01.$$

Правило 1: чтобы обратить десятичную дробь в проценты, ее надо умножить на 100.

Правило 2: чтобы перевести проценты в десятичную дробь, надо число процентов разделить на 100.

Примеры

1) Записать десятичные дроби в процентах:

0,25 = 0,25 × 100 = 25%;

0,5 = 0,5 × 100 = 50%;

0,003 = 0,003 × 100 = 0,3%;

0,0158 = 0,0158 × 100 = 1,58%;

1,534 = 1,534 × 100 = 153,4%.

2) Записать проценты в виде десятичных дробей:

а) $2\,\% = \frac{2}{100} = 0,02;$

б) $27\,\% = \frac{27}{100} = 0,27;$

в) $0,07\,\% = \frac{0,07}{100} = \frac{7}{10\,000} = 0,0007;$

г) $120\,\% = \frac{120}{100} = 1,2;$

д) $500\,\% = \frac{500}{100} = 5.$

Основные задачи на проценты

$$p\,\% = 0{,}01p = p/100$$

1. Нахождение процентов данного числа.

Чтобы найти $p\,\%$ от a, надо $a*0{,}01p$

2. Нахождение числа по его процентам.

Если известно, что $p\%$ числа равно b,

то $$a = b: 0{,}01p$$

3. Нахождение процентного отношения чисел.

Чтобы найти процентное отношение чисел, надо отношение этих чисел умножить на 100%

$$a/b\ *100$$

MyShared

Примеры задач на проценты

1 вид задачи Нахождение процентов от числа	2 вид задачи Нахождение числа по его процентам	3 вид задачи Нахождение процентного отношения
Найдите 30% от числа 90	Найти число, 25% которого равны 10	Сколько % составляет 15 от 60
30 % = 0,3	25%=0,25	
$90 \cdot 0,3 = 27$	10:0,25=40	15:60=0,25=25%

Основные задачи на проценты

Задача 1. *В зоопарке 800 попугаев. Из них 46% умеют разговаривать. Сколько же попугаев умеют разговаривать?*

Решение:

1) Найдем 1% от 800 попугаев:

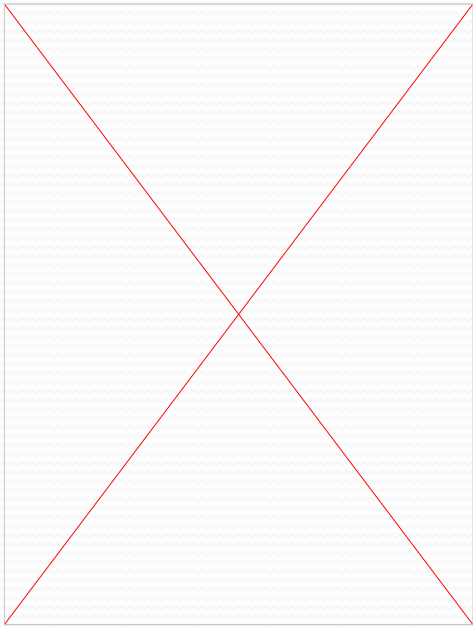
$$800 : 100 = 8 \quad (\text{попугаев}),$$

2) Найдем теперь 46% от 800:

$$8 \times 46 = 368 \quad (\text{попугаев}).$$

Ответ: *368 попугаев.*

А можно и короче!



Решение предложенной задачи можно оформить и короче, если перевести 46% в десятичную дробь: 46%=0,46.

А теперь полученный результат умножим на число всех попугаев, т.е.

$$800 \times 0{,}46 = 368.$$

Решение можно записать и в виде пропорции:

800 попугаев составляют 100%

X попугаев составляют 46%

$X = (800 \times 46) : 100 = 368.$

Правило: ***для того, чтобы найти p процентов от числа a, надо:***

1) ***перевести p процентов в десятичную дробь;***
2) ***умножить число a на полученную десятичную дробь.***

Примеры:

а) Найти 17% от 32.

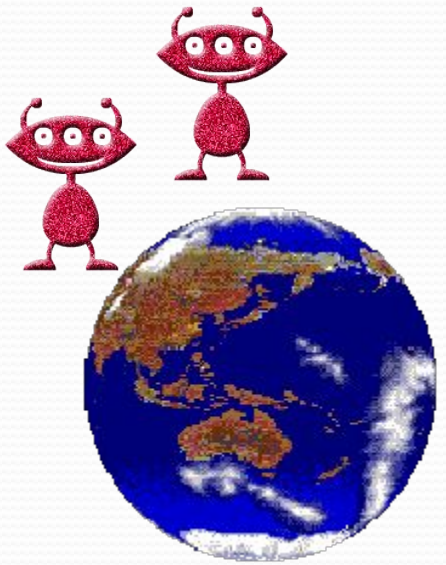
17%=0,17 и 32 × 0,17 = **5,44**.

б) Найти 30% от 1,8.

30%=0,3 и 1,8 × 0,3 = **0,54.**

Задача 2. *На планету Земля с мирным визитом прибыло 140 инопланетян, что составило 3,5% всех желавших прибыть к нам. Сколько всего инопланетян хотели побывать на планете Земля?*

Решение:



1) Найдем сначала 1% всех желавших:

$$140 : 3{,}5 = 40 \text{ (инопл.)};$$

2) Найдем количество всех желавших:

$$40 \times 100 = 4000 \text{ (инопл.)}.$$

Ответ: 4000 инопланетян.

А можно и по-другому!

В предложенной задаче можно было перевести 3,5% в десятичную дробь (3,5%=0,035), а затем число инопланетян, прилетевших на Землю, разделить на полученную десятичную дробь, т.е.

$$140 : 0{,}035 = 4000.$$

Решение можно записать и в виде пропорции:

X инопланетян составляют 100%

140 инопланетян составляют 3,5%

$$X = (140 \times 100) : 3{,}5 = 4000.$$

Правило: *Для того чтобы найти все число от известной части b и числу соответствующих процентов p, надо:*

1) *перевести p процентов в десятичную дробь;*
2) *разделить b на полученную десятичную дробь.*

Примеры:

1) Найти число, если 12% его составляют 66.

$$66 : 0{,}12 = 550.$$

2) Найти число, если 150% его равны 960.

$$960 : 1{,}5 = 640.$$

3) Гном Ворчун положил в банк некоторую сумму денег под 80% в год. Через год он получил прибыль 30 000 рублей. Найти величину вклада.

$$30\,000 : 0{,}8 = 37\,500.$$

Задача 3. *В финале спортивных соревнований приняли участие 160 мультяшек, из них 24 мультяшки стали призерами. Какой процент мультяшек стал призерами соревнований?*

Решение:

1) Найдем сначала 1% всех мультяшек: 160 : 100 = 1,6 (чел.);

2) Найдем процент призеров:

$$24 \times 1{,}6 = 15\% .$$

Ответ: 15% всех участников стали призерами.

Но можно и по-другому!

Решая предложенную задачу, можно было найти дробь 24/160 и умножить ее на 100, чтобы перевести в процент, т.е.

$$24/160 \times 100 = 0{,}15 \times 100 = 15\%.$$

Так же можно было представить решение в виде пропорции:

160 мультяшек составляют 100%

24 мультяшки составляют X%

$$X = (24 \times 100) : 160 = 15\%.$$

Правило: ***Чтобы найти процент числа b от числа a, надо дробь $\frac{b}{a}$ умножить на 100.***

Примеры:

1) Найти, сколько процентов составляет число 15,57 от числа 90.

(15,57:90) × 100 = (15,57 × 100):90 = 155,7:9 = 17,3%.

2) Найти, сколько процентов составляет число 150 от числа 120.

(150:120) × 100 = 15000:120 = 500:4 = 125%.

3) Найти, сколько процентов составляет число 0,3 от числа 1,9.

(0,3:1,9) × 100 = (0,3 × 100):1,9 = 300:19 ≈ 15,8%.

№2

Задачи на проценты. Расчет дохода по вкладу

Клиент взял в банке кредит 90000 рублей на год. Погашая кредит, он вносит в банк ежемесячно 8850 рублей, с тем, чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько процентов платит клиент банку за пользование этим кредитом?

Решение.

1) 8850 • 12 = 106200(руб.) – общая сумма выплат за год

2) 106200 – 90000 = 16200(руб.) – сумма процентов

90000 руб.	– 100%
16200 руб.	– x%

Составим и решим пропорцию:

90000:16200=100:x

x = (16200•100):90000=18% - процентная ставка за год

Ответ: 18%.

Задания для самостоятельного решения

1) Записать десятичную дробь в процентах:
   - 0,8
   - 2,45
   - 30,1
2) Записать проценты в виде десятичных дробей:
   - 78%
   - 4,3%
   - 0,002%
   - 340%
3) Найти 20% от 45.
4) Найти 0,8% от 230.
5) Найти число, если 12% его составляют 54.
6) Найти число, если 140% его равны 420.
7) Найти число, если 0,5% его равны 40.
8) Найти, сколько процентов составляет число 1,5 от числа 30.
9) Найти, сколько процентов составляет число 110 от числа 220.
10) Найти, число 1,2 от числа 4,8.

Задачи на простые проценты

Нахождение процентов от числа.

Нахождение числа по его процентам.

Нахождение процентного отношения двух величин.

1. Турист проехал 800км, что составляет 20% всего пути. Каков намеченный путь туриста?

2. В школе 1200 учащихся, 120 из них учатся на «5». Сколько процентов учащихся учится на «5» ?

3. Студенты посадили 2800 деревьев, 40% из них – липы. Сколько лип посадили студенты?