

Задача про дружбу

Анализ вариантов

1. Дружба

Каждый мальчик дружит с пятью девочками, а каждая девочка – с разным количеством мальчиков.

Какое наименьшее количество детей может быть в этой компании?

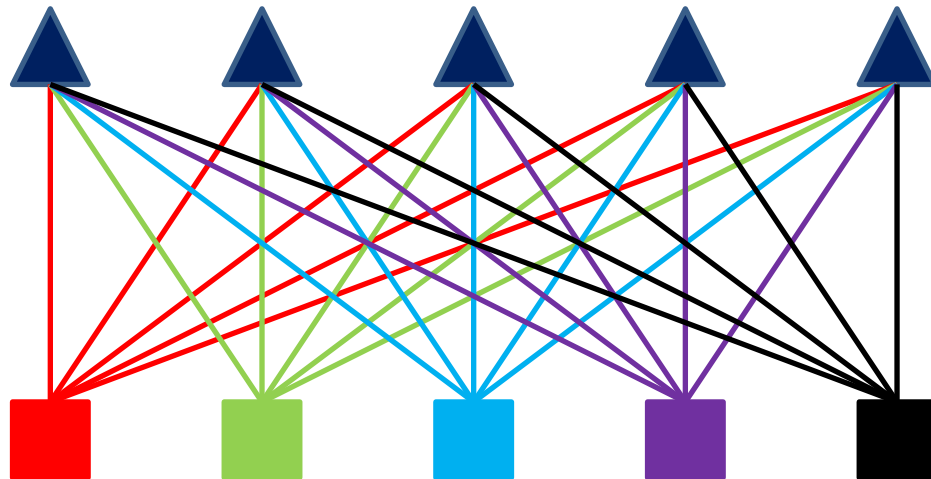


1. Дружба

Каждый мальчик дружит с пятью девочками, а каждая девочка – с разным количеством мальчиков.

Какое наименьшее количество детей может быть в этой компании? 10 – неверный ответ!

Если в компании 5 мальчиков и 5 девочек, и каждый мальчик дружит с пятью девочками, то и каждая девочка будет дружить с пятью мальчиками!



- Каждый мальчик дружит с одним и тем же количеством девочек.
- Каждая девочка дружит с разным количеством мальчиков.

- Каждый мальчик дружит с одним и тем же количеством девочек.
- Каждая девочка дружит с разным количеством мальчиков.

Пусть в группе m мальчиков.

Первая девочка дружит с одним мальчиком

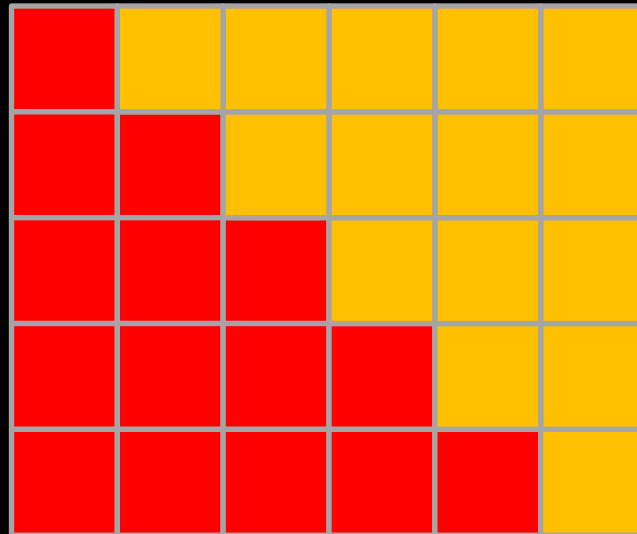
Вторая девочка дружит с двумя мальчиками

Третья девочка дружит с тремя мальчиками

Девочка № m дружит с m мальчиками

Тогда общее количество «дружб» = $1+2+3+4+\dots+m$

Общее количество «дружб» = $1+2+3+4+\dots+m$



$$S + S = m \times (m + 1); \quad S = m \times (m+1)/2$$

- Каждый мальчик дружит с одним и тем же количеством девочек.
- Каждая девочка дружит с разным количеством мальчиков.

Общее число «дружб» = $1+2+3+4+\dots+m = m \times (m+1)/2$

С другой стороны, это число равно $m \times q$, где m – число мальчиков, а q – количество девочек, с которым дружит каждый мальчик.

Получаем равенство $m \times (m+1)/2 = m \times q$ или $q = (m+1)/2$

- Каждый мальчик дружит с одним и тем же количеством девочек.
- Каждая девочка дружит с разным количеством мальчиков.

Если в группе из m мальчиков и m девочек выполняются условия задачи, то каждый мальчик дружит с $(m+1)/2$ девочками.

Выражение $(m+1)/2$ будет натуральным числом, если m – нечётное число. Например, $m = 3; 5; 7; 9;$
...

- Каждый мальчик дружит с одним и тем же количеством девочек.
- Каждая девочка дружит с разным количеством мальчиков.

Если в группе из m мальчиков и m девочек выполняются условия задачи, то каждый мальчик дружит с $(m+1)/2$ девочками.

Если каждый мальчик дружит ровно с пятью девочками, то можно узнать количество мальчиков (и девочек) в группе, решив уравнение: $(m+1)/2 = 5$.

Это возможно, если $m = 9$. То есть в группе 9 мальчиков и 9 девочек.

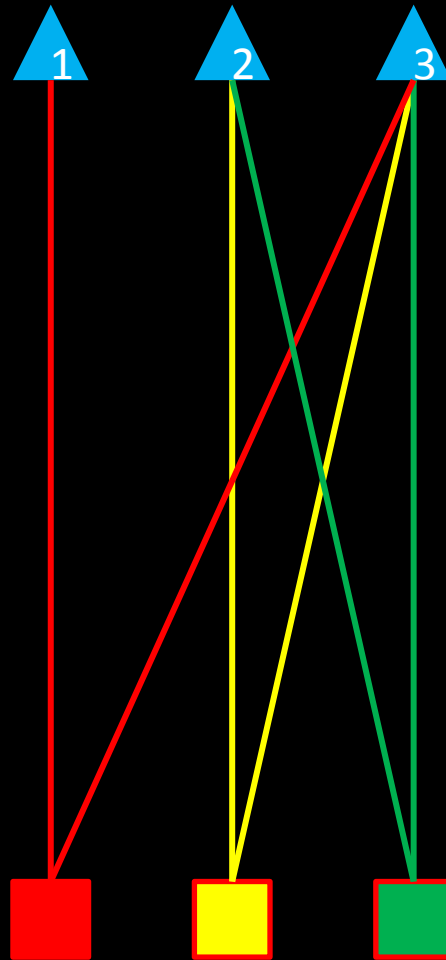
- Каждый мальчик дружит с одним и тем же количеством девочек.
- Каждая девочка дружит с разным количеством мальчиков.

Если каждый мальчик дружит ровно с пятью девочками, то можно узнать количество мальчиков (и девочек) в группе, решив уравнение: $(m+1)/2 = 5$.

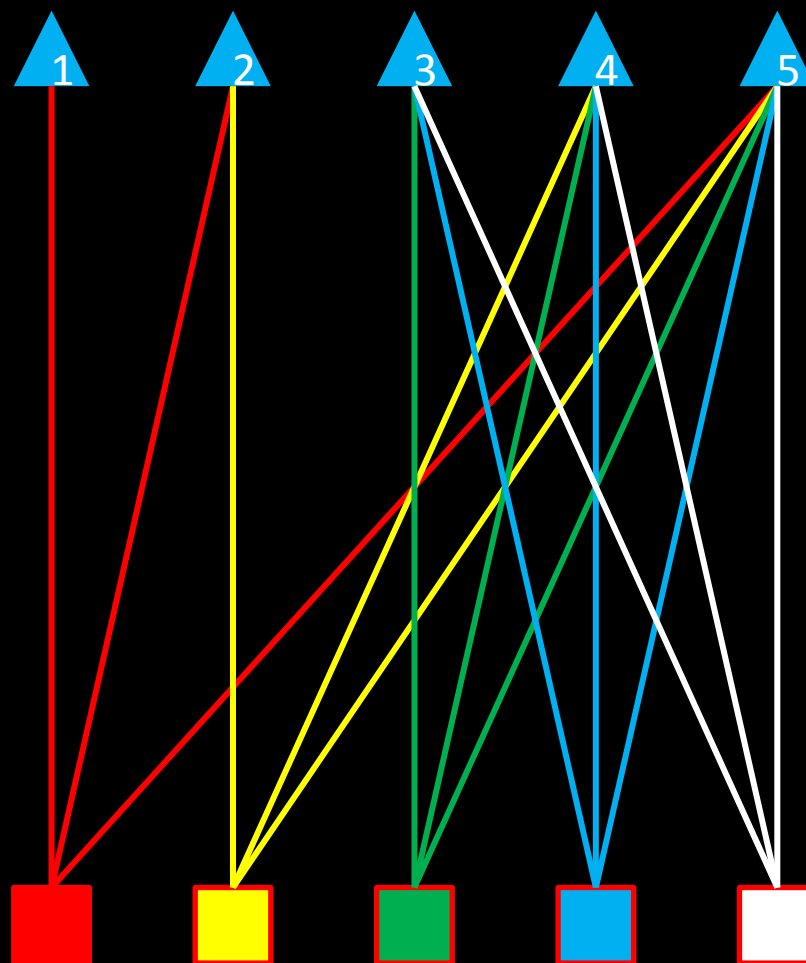
Это возможно, если $m = 9$. То есть в группе 9 мальчиков и 9 девочек.

Замечание. Теоретически девочек может быть 10. Десятая девочка не дружит ни с одним мальчиком. Однако, в задаче спрашивается про минимальное количество детей, поэтому остановимся на варианте 18 детей.

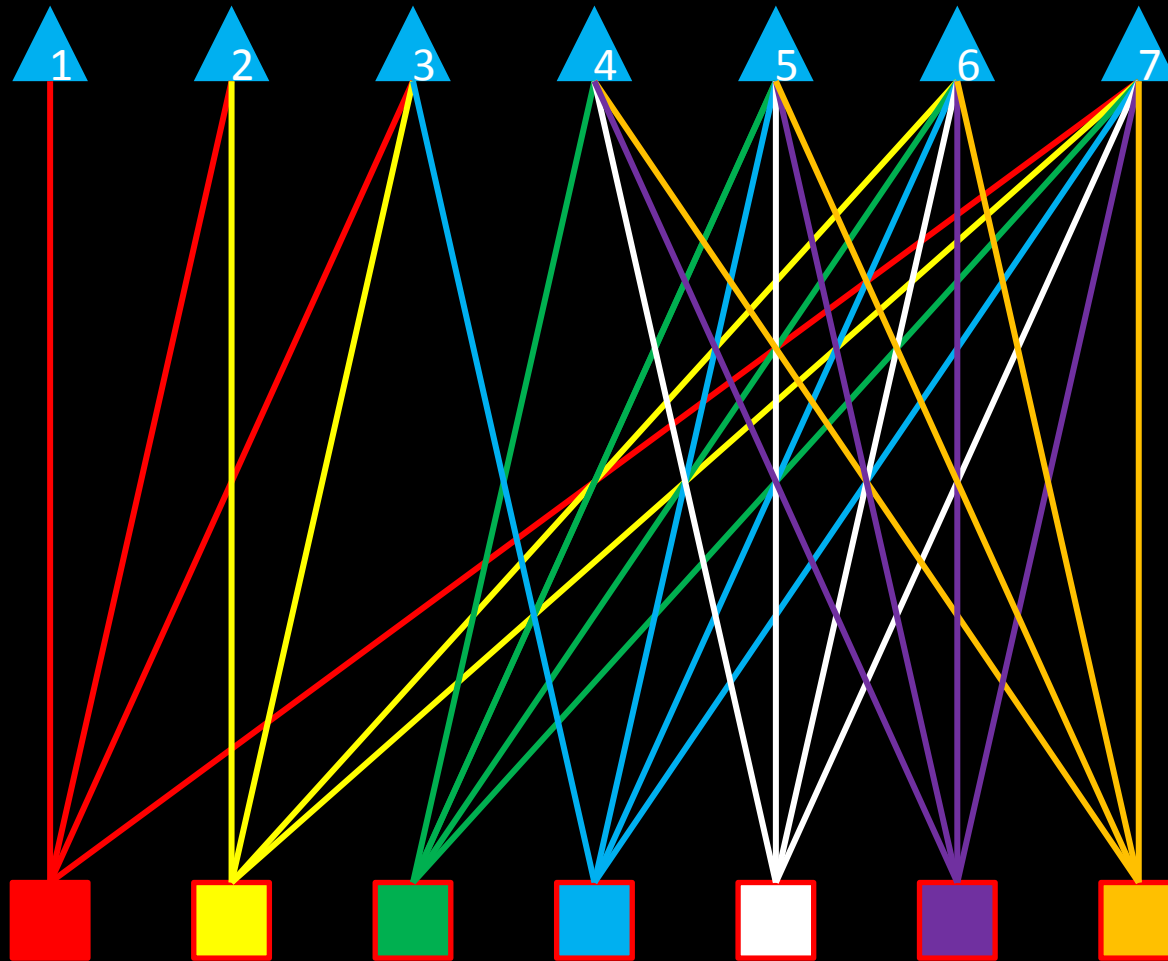
$$q = (m+1)/2 \quad m = 3; q = 2$$



$q = (m+1)/2$ $m = 5; q = 3$



$q = (m+1)/2$ $m = 7; q = 4$



$q = (m+1)/2$ $m = 9; q = 5$

