

# Задача про дружбу

Анализ вариантов

# 1. Дружба

Каждый мальчик дружит с пятью девочками, а каждая девочка – с разным количеством мальчиков.

***Какое наименьшее количество детей может быть в этой компании?***

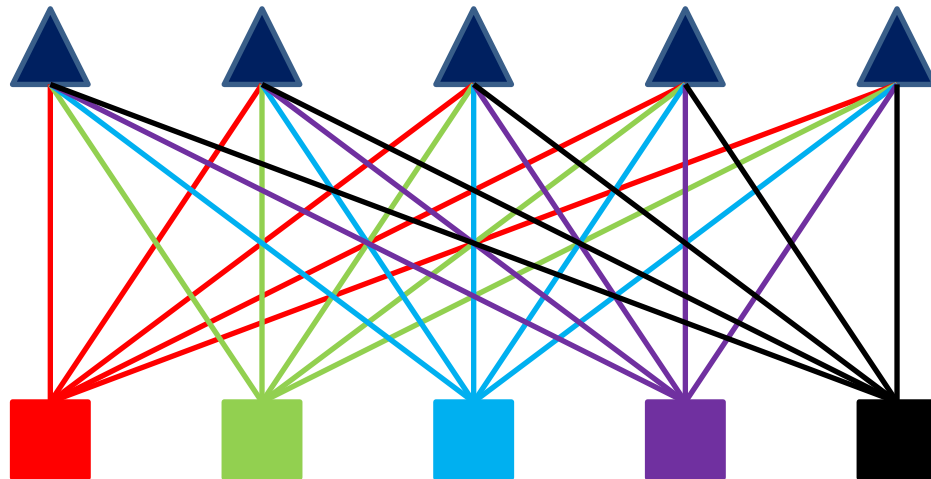


# 1. Дружба

Каждый мальчик дружит с пятью девочками, а каждая девочка – с разным количеством мальчиков.

**Какое наименьшее количество детей может быть в этой компании? 10 – неверный ответ!**

**Если в компании 5 мальчиков и 5 девочек, и каждый мальчик дружит с пятью девочками, то и каждая девочка будет дружить с пятью мальчиками!**



- Каждый мальчик дружит с одним и тем же количеством девочек.
- Каждая девочка дружит с разным количеством мальчиков.

- Каждый мальчик дружит с одним и тем же количеством девочек.
- Каждая девочка дружит с разным количеством мальчиков.

Пусть в группе  $m$  мальчиков.

Первая девочка дружит с одним мальчиком

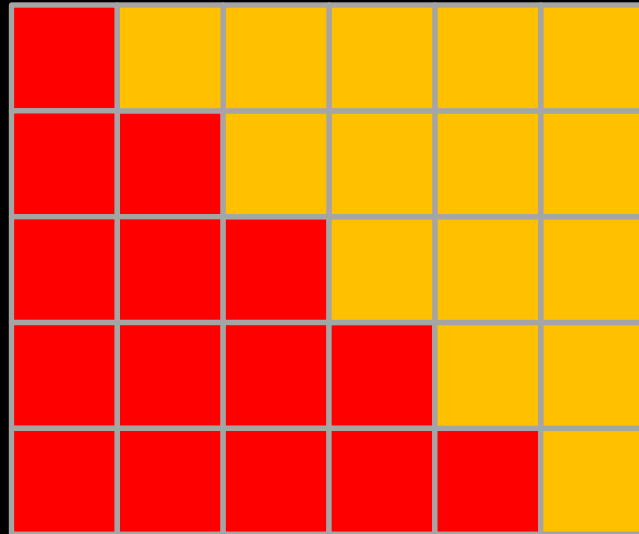
Вторая девочка дружит с двумя мальчиками

Третья девочка дружит с тремя мальчиками

-----  
Девочка №  $m$  дружит с  $m$  мальчиками

Тогда общее количество «дружб» =  $1+2+3+4+\dots+m$

Общее количество «дружб» =  $1+2+3+4+\dots+m$



$$S + S = m \times (m + 1); \quad S = m \times (m+1)/2$$

- Каждый мальчик дружит с одним и тем же количеством девочек.
- Каждая девочка дружит с разным количеством мальчиков.

Общее число «дружб» =  $1+2+3+4+\dots+m = m \times (m+1)/2$

С другой стороны, это число равно  $m \times q$ , где  $m$  – число мальчиков, а  $q$  – количество девочек, с которым дружит каждый мальчик.

Получаем равенство  $m \times (m+1)/2 = m \times q$  или  $q = (m+1)/2$

- Каждый мальчик дружит с одним и тем же количеством девочек.
- Каждая девочка дружит с разным количеством мальчиков.

Если в группе из  $m$  мальчиков и  $m$  девочек выполняются условия задачи, то каждый мальчик дружит с  $(m+1)/2$  девочками.

Выражение  $(m+1)/2$  будет натуральным числом, если  $m$  – нечётное число. Например,  $m = 3; 5; 7; 9;$   
...



- Каждый мальчик дружит с одним и тем же количеством девочек.
- Каждая девочка дружит с разным количеством мальчиков.

Если в группе из  $m$  мальчиков и  $m$  девочек выполняются условия задачи, то каждый мальчик дружит с  $(m+1)/2$  девочками.

Если каждый мальчик дружит ровно с пятью девочками, то можно узнать количество мальчиков (и девочек) в группе, решив уравнение:  $(m+1)/2 = 5$ .

Это возможно, если  $m = 9$ . То есть в группе 9 мальчиков и 9 девочек.

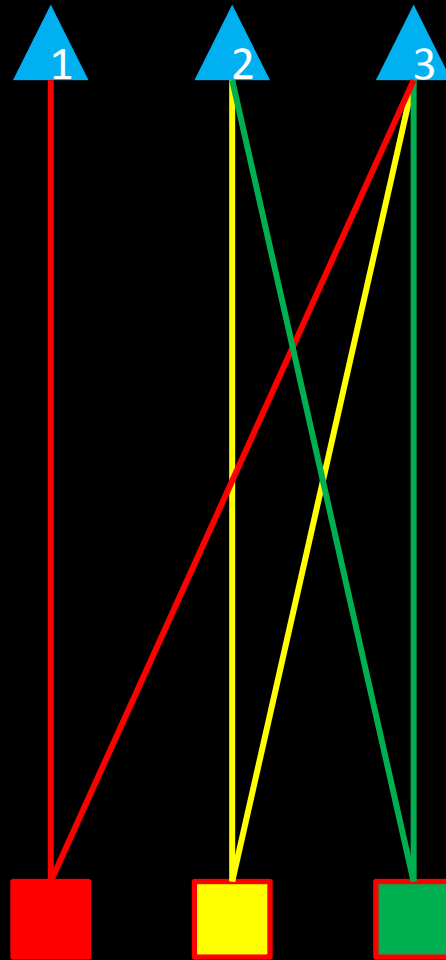
- Каждый мальчик дружит с одним и тем же количеством девочек.
- Каждая девочка дружит с разным количеством мальчиков.

Если каждый мальчик дружит ровно с пятью девочками, то можно узнать количество мальчиков (и девочек) в группе, решив уравнение:  $(m+1)/2 = 5$ .

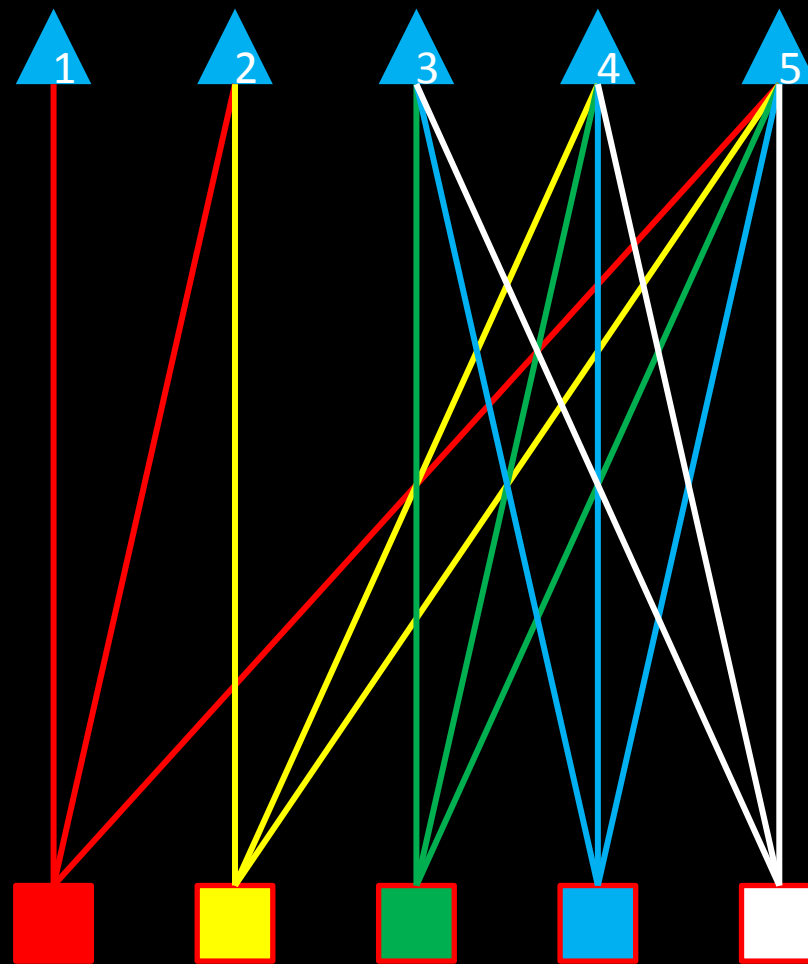
Это возможно, если  $m = 9$ . То есть в группе 9 мальчиков и 9 девочек.

Замечание. Теоретически девочек может быть 10. Десятая девочка не дружит ни с одним мальчиком. Однако, в задаче спрашивается про минимальное количество детей, поэтому остановимся на варианте 18 детей.

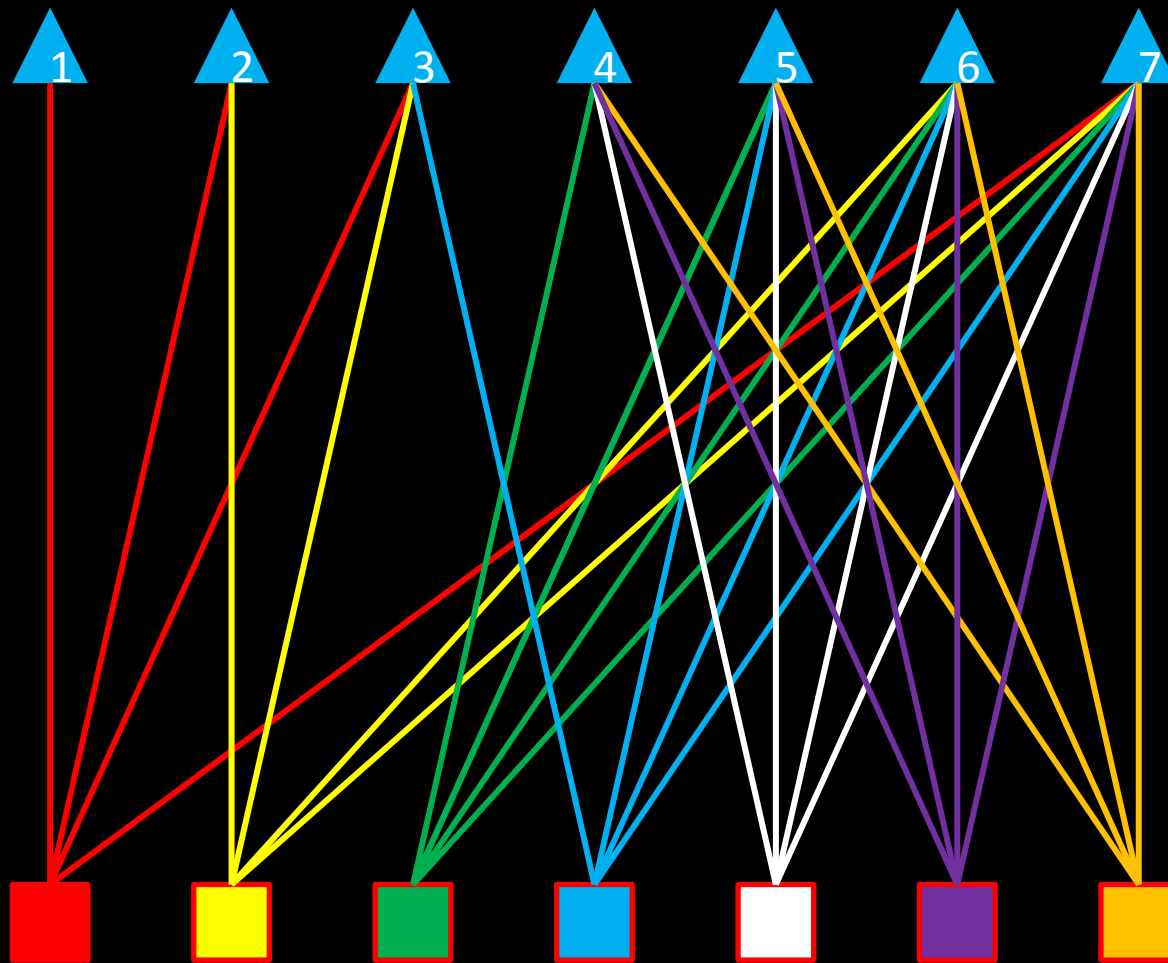
$$q = (m+1)/2 \quad m = 3; q = 2$$



$$q = (m+1)/2 \quad m = 5; q = 3$$



$q = (m+1)/2$     $m = 7; q = 4$



$q = (m+1)/2$     $m = 9; q = 5$

