

Лекция 2. Логарифмы

Пункт 1. Логарифм числа.

Логарифмом числа c по основанию a называется такое число b , что $a^b = c$, т.е. показатель степени, в которую надо возвести основание, чтобы получить c : $b = \log_a c$.

Замечание 1: $a > 0, a \neq 1; c > 0$

Замечание 2: Если $a = 10$, то такой логарифм числа c называется десятичным и обозначается $\lg c$, то есть $\lg c = \log_{10} c$

Пункт 2. Основное логарифмическое тождество.

$$a^b = c \Leftrightarrow b = \log_a c$$

Подставим в равенство $a^b = c$ выражение числа b через логарифм

Получим: $a^{\log_a c} = c$ – основное логарифмическое тождество

Подставим в равенство $b = \log_a c$ выражение числа $c = a^b$

Получим: $b = \log_a a^b$

Пункт 3. Свойства логарифмов.

<i>Название свойства</i>	<i>Свойство</i>	<i>Пример</i>
1. Логарифм произведения		
2. Логарифм частного		
3. Логарифм степени		

Пункт 4. Натуральный логарифм. Число e .

Определение 2. Натуральный логарифм – это логарифм по основанию числа e , где e – иррациональная константа, равная приблизительно 2, 72.

Обозначение: $\ln x$

Свойства:

- 1. $\ln x + \ln y = \ln xy$***
- 2. $\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$***
- 3. $k \cdot \ln x = \ln x^k$***

Пункт 5. Переход к новому основанию

Логарифмы чисел по разным основаниям пропорциональны друг другу, то есть

$$\log_a x = k \log_b x.$$

Коэффициент пропорциональности выражается следующим образом:

$$k = \frac{1}{\log_b a} \text{ или } k = \log_a b.$$

Формула перехода к новому основанию a :

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$