

ВОЕННАЯ АКАДЕМИЯ СВЯЗИ

Лекция

**по учебной дисциплине «Цифровая схемотехника и
обработка сигналов»**

(Д-0205-1)

**Тема № 11: «Фильтры с бесконечной импульсной
характеристикой»**

**Занятие № 45: «Построение структурных схем
БИХ-фильтров»**

Руководитель занятия – доцент кафедры, к.т.н., доцент,
полковник Филимонов Василий Александрович

г. Санкт-Петербург

2018





Учебные цели:

1. Научиться синтезировать БИХ-фильтры методом билинейного Z -преобразования с использованием пакета программ FD3.
2. Подготовить курсантов к лабораторной работе.



Учебные вопросы:

1. Пример синтеза фильтра по заданным требованиям.
2. Расчёт добротностей полюсов.
3. Конструирование каскадной (последовательной) схемы.
4. Система разностных уравнений.



Первый учебный вопрос

4

Пример синтеза фильтра по заданным требованиям

Первый учебный вопрос

1. Задание требований:

частота дискретизации $f_D = 2000$ Гц;

граничные частоты: $f_{-k} = 200$ Гц; $f_{-x} = 350$ Гц; $f_x = 600$ Гц; $f_k = 750$ Гц;

допустимые отклонения: в полосе пропускания $a_{\max} = 1$ дБ ($\delta_1 = 0,108749$), в полосе задерживания $a_0 = -30$ дБ ($\delta_2 = 0,0316228$);

аппроксимация АЧХ – Золотарёва-Кауэра.

2. Расчёт заданного фильтра.

Рассмотреть содержание всех окон и возможности их управления:

фильтр рассчитывается автоматически (в данном случае он равен 6) и не может быть изменён;

сколько звеньев 2-го порядка (биквадратных звеньев) содержит фильтр 6 порядка;

обратить внимание на принципиальную нелинейность ФЧХ БИХ-фильтров и наличие скачков на π рад в полосах задерживания на тех частотах, где $A(f) = 0$. Пояснить связь между АЧХ и картой нулей и полюсов;

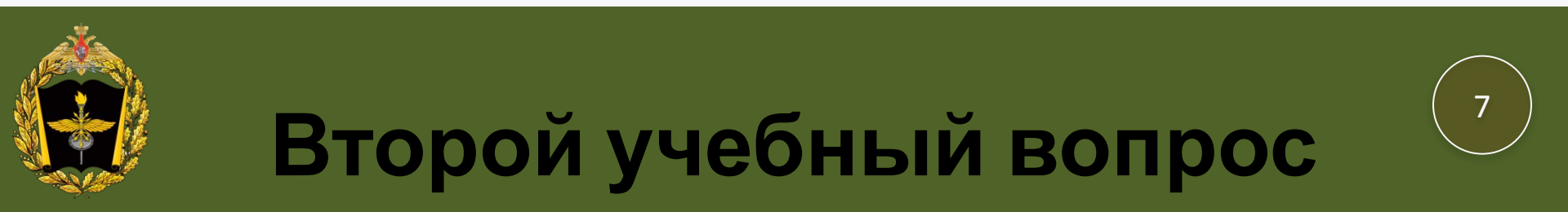
убедиться в бесконечности импульсной характеристики БИХ-фильтра.



Второй учебный вопрос

6

Расчёт добротностей ПОЛЮСОВ



Второй учебный вопрос

Добротность Q_k k -го нуля или полюса определяется по формуле: $Q_k = \frac{r_k \hat{\omega}_k}{1 - r_k^2}$

$\hat{\omega}_k$

$$z_{*1,2} = r_{*1} e^{\pm j\hat{\omega}_*} = \xi_{*1} \pm j\eta_{*1} = 0,0699405 \pm j0,80144,$$

$$r_{*1} = \sqrt{0,0699405^2 + 0,80144^2} = 0,804486,$$

$$\hat{\omega}_* = \arctg \frac{0,80144}{0,0699405} = \arctg 11,458882 = 1,4837482 \text{ [рад]},$$

$$Q_{*1} = \frac{0,804486 \cdot 1,4837482}{1 - 0,804486^2} = \frac{0,804486 \cdot 1,4837482}{1 - 0,647198} = 3,3833552.$$



Второй учебный вопрос

Добротность Q_k k -го нуля или полюса определяется по формуле: $Q_k = \frac{r_k \hat{\omega}_k}{1 - r_k^2}$

$\hat{\omega}_k$

$$z_{*1,2} = r_{*1} e^{\pm j\hat{\omega}_*} = \xi_{*1} \pm j\eta_{*1} = 0,0699405 \pm j0,80144,$$
$$r_{*1} = \sqrt{0,0699405^2 + 0,80144^2} = 0,804486,$$
$$\varphi_{*1} = \arctg \frac{0,80144}{0,0699405} = \arctg 11,458882 = 1,4837482 \text{ [рад]},$$
$$Q_{*1} = \frac{0,804486 \cdot 1,4837482}{1 - 0,804486^2} = \frac{0,804486 \cdot 1,4837482}{1 - 0,647198} = 3,3833552.$$

Аналогично для второй пары полюсов:

$$z_{*3,4} = r_{*3} e^{\pm j\hat{\omega}_*} = \xi_{*3} \pm j\eta_{*3} = 0,414262 \pm j0,825008,$$
$$r_{*3} = \sqrt{0,414262^2 + 0,825008^2} = 0,923174,$$
$$\varphi_{*3} = \arctg \frac{0,825008}{0,414262} = \arctg 1,9915126 = 1,1054454 \text{ [рад]},$$
$$Q_{*3} = \frac{0,923174 \cdot 1,1054454}{1 - 0,923174^2} = \frac{0,923174 \cdot 1,1054454}{1 - 0,852251} = 6,9;$$

Второй учебный вопрос

Добротность Q_k k -го нуля или полюса определяется по формуле: $Q_k = \frac{r_k \hat{\omega}_k}{1 - r_k^2}$

$\hat{\omega}_k$

$$z_{*1,2} = r_{*1} e^{\pm j\hat{\omega}_*} = \xi_{*1} \pm j\eta_{*1} = 0,0699405 \pm j0,80144,$$

$$r_{*1} = \sqrt{0,0699405^2 + 0,80144^2} = 0,804486,$$

$$\text{рад]} \arctg \frac{0,80144}{0,0699405} = \arctg 11,458882 = 1,4837482 [$$

$$Q_{*1} = \frac{0,804486 \cdot 1,4837482}{1 - 0,804486^2} = \frac{0,804486 \cdot 1,4837482}{1 - 0,647198} = 3,3833552.$$

$$z_{*5,6} = r_{*5} e^{\pm j\hat{\omega}_*} = \xi_{*5} \pm j\eta_{*5} = -0,277788 \pm j0,875263,$$

$$r_{*5} = \sqrt{(-0,277788)^2 + 0,875263^2} = 0,918287,$$

$$\text{рад]} \arctg \frac{0,875263}{-0,277788} = \arctg (-3,15083) = 1,877118 [$$

$$Q_{*5} = \frac{0,918287 \cdot 1,877118}{1 - 0,918287^2} = \frac{0,918287 \cdot 1,877118}{1 - 0,843251} = 10,996.$$

Аналогично для второй пары полюсов:

$$z_{*3,4} = r_{*3} e^{\pm j\hat{\omega}_*} = \xi_{*3} \pm j\eta_{*3} = 0,414262 \pm j0,825008,$$

$$r_{*3} = \sqrt{0,414262^2 + 0,825008^2} = 0,923174,$$

$$\text{рад]} \arctg \frac{0,825008}{0,414262} = \arctg 1,9915126 = 1,1054454 [$$

$$Q_{*3} = \frac{0,923174 \cdot 1,1054454}{1 - 0,923174^2} = \frac{0,923174 \cdot 1,1054454}{1 - 0,852251} = 6,9;$$



Третий учебный вопрос

Конструирование каскадной (последовательной) схемы



Третий учебный вопрос

1. Формирование биквадратных звеньев и расположение их в каскадной структуре.

Вследствие полученных результатов имеет место следующее соотношение добротностей полюсов:

$$Q_{*1,2} < Q_{*3,4} < Q_{*5,6}$$

поэтому в таком порядке (слева направо) в каскадной структуре и должны располагаться соответствующие биквадратные звенья, которые формируются из полюсов и нулей, наиболее близко расположенных друг к другу, т. е. имеющих близкие добротности. Поскольку в исследуемом случае все нули лежат на единичной окружности, то их радиусы равны единице, и выбор нулей в пары с полюсами целесообразно производить только по принципу близкого расположения, начиная с полюса максимальной добротности. Тогда для формирования биквадратных звеньев получим следующие пары полюсов и нулей:



Третий учебный вопрос

1. Формирование биквадратных звеньев и расположение их в каскадной структуре.

Вследствие полученных результатов имеет место следующее соотношение добротностей полюсов:

$$Q_{*1,2} < Q_{*3,4} < Q_{*5,6}$$

поэтому в таком порядке (слева направо) в каскадной структуре и должны располагаться соответствующие биквадратные звенья, которые формируются из полюсов и нулей, наиболее близко расположенных друг к другу, т. е. имеющих близкие добротности. Поскольку в исследуемом случае все нули лежат на единичной окружности, то их радиусы равны единице, и выбор нулей в пары с полюсами целесообразно производить только по принципу близкого расположения, начиная с полюса максимальной добротности. Тогда для формирования биквадратных звеньев получим следующие пары полюсов и нулей:

$$\{z_{*5,6}; z_{\mathbb{R}5,6}\} \Rightarrow H_3(z) = \frac{0,329611 + 0,497897z^{-1} + 0,329611z^{-2}}{1 + 0,555577z^{-1} + 0,843251z^{-2}},$$

Третий учебный вопрос

1. Формирование биквадратных звеньев и расположение их в каскадной структуре.

Вследствие полученных результатов имеет место следующее соотношение добротностей полюсов:

$$Q_{*1,2} < Q_{*3,4} < Q_{*5,6}$$

поэтому в таком порядке (слева направо) в каскадной структуре и должны располагаться соответствующие биквадратные звенья, которые формируются из полюсов и нулей, наиболее близко расположенных друг к другу, т. е. имеющих близкие добротности. Поскольку в исследуемом случае все нули лежат на единичной окружности, то их радиусы равны единице, и выбор нулей в пары с полюсами целесообразно производить только по принципу близкого расположения, начиная с полюса максимальной добротности. Тогда для формирования биквадратных звеньев получим следующие пары полюсов и нулей:

$$\{z_{*5,6}; z_{\mathbb{R}5,6}\} \Rightarrow H_3(z) = \frac{0,329611 + 0,497897z^{-1} + 0,329611z^{-2}}{1 + 0,555577z^{-1} + 0,843251z^{-2}},$$

$$\{z_{*3,4}; z_{\mathbb{R}3,4}\} \Rightarrow H_2(z) = \frac{0,329611 - 0,540254z^{-1} + 0,329611z^{-2}}{1 - 0,828525z^{-1} + 0,852251z^{-2}},$$

Третий учебный вопрос

1. Формирование биквадратных звеньев и расположение их в каскадной структуре.
 Вследствие полученных результатов имеет место следующее соотношение добротностей полюсов:

$$Q_{*1,2} < Q_{*3,4} < Q_{*5,6}$$

поэтому в таком порядке (слева направо) в каскадной структуре и должны располагаться соответствующие биквадратные звенья, которые формируются из полюсов и нулей, наиболее близко расположенных друг к другу, т. е. имеющих близкие добротности. Поскольку в исследуемом случае все нули лежат на единичной окружности, то их радиусы равны единице, и выбор нулей в пары с полюсами целесообразно производить только по принципу близкого расположения, начиная с полюса максимальной добротности. Тогда для формирования биквадратных звеньев получим следующие пары полюсов и нулей:

$$\{z_{*5,6}; z_{\Re 5,6}\} \Rightarrow H_3(z) = \frac{0,329611 + 0,497897z^{-1} + 0,329611z^{-2}}{1 + 0,555577z^{-1} + 0,843251z^{-2}},$$

$$\{z_{*3,4}; z_{\Re 3,4}\} \Rightarrow H_2(z) = \frac{0,329611 - 0,540254z^{-1} + 0,329611z^{-2}}{1 - 0,828525z^{-1} + 0,852251z^{-2}},$$

$$\{z_{*1,2}; z_{\Re 1,2}\} \Rightarrow H_1(z) = \frac{0,329611 - 0,329611z^{-2}}{1 - 0,139881z^{-1} + 0,64714z^{-2}}$$

Третий учебный вопрос

1. Формирование биквадратных звеньев и расположение их в каскадной структуре.
Вследствие полученных результатов имеет место следующее соотношение добротностей полюсов:

$$Q_{*1,2} < Q_{*3,4} < Q_{*5,6}$$

поэтому в таком порядке (слева направо) в каскадной структуре и должны располагаться соответствующие биквадратные звенья, которые формируются из полюсов и нулей, наиболее близко расположенных друг к другу, т. е. имеющих близкие добротности. Поскольку в исследуемом случае все нули лежат на единичной окружности, то их радиусы равны единице, и выбор нулей в пары с полюсами целесообразно производить только по принципу близкого расположения, начиная с полюса максимальной добротности. Тогда для формирования биквадратных звеньев получим следующие пары полюсов и нулей:

$$\{z_{*5,6}; z_{\Re 5,6}\} \Rightarrow H_3(z) = \frac{0,329611 + 0,497897z^{-1} + 0,329611z^{-2}}{1 + 0,555577z^{-1} + 0,843251z^{-2}},$$

$$\{z_{*3,4}; z_{\Re 3,4}\} \Rightarrow H_2(z) = \frac{0,329611 - 0,540254z^{-1} + 0,329611z^{-2}}{1 - 0,828525z^{-1} + 0,852251z^{-2}},$$

$$\{z_{*1,2}; z_{\Re 1,2}\} \Rightarrow H_1(z) = \frac{0,329611 - 0,329611z^{-2}}{1 - 0,139881z^{-1} + 0,64714z^{-2}}$$

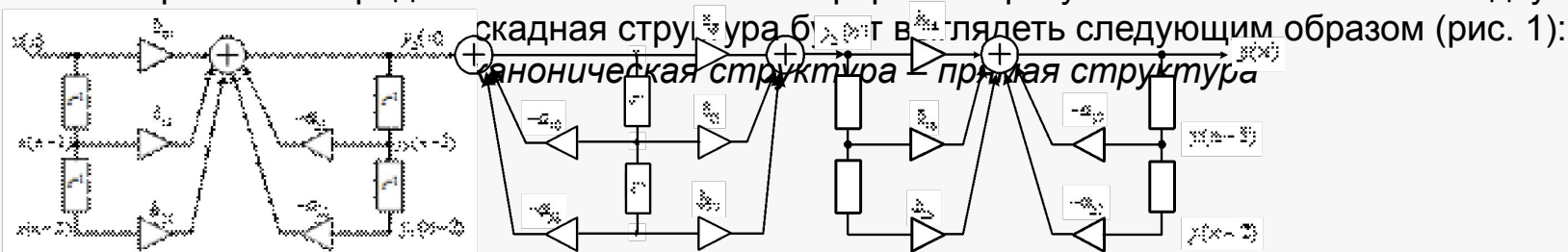
Передаточная функция фильтра с учётом коэффициентов масштабирования имеет вид:

$$H(z) = m_1 \cdot H_1(z) \cdot m_2 \cdot H_2(z) \cdot H_3(z)$$

Третий учебный вопрос

2. Оптимизация структуры звеньев с целью достижения минимума собственного шума, приведённого к выходу.

Замечаем, что при неканонической структуре всех звеньев собственный шум фильтра составляет $\approx -103,75$ дБ. Путём простого перебора вариантов получаем, что меньший шум ($\approx -104,2$ дБ) достигается, если второе звено представить в канонической форме – в результате имеем экономию двух регистров



Третий учебный вопрос

3. Запись передаточной функции с учётом коэффициентов масштабирования.

С целью уменьшения числа множителей и, как следствие, уменьшения собственного шума фильтра коэффициенты масштабирования учитываются в предыдущем звене путём умножения коэффициентов его числителя этого звена на этот коэффициент масштабирования. Это означает, что коэффициенты числителя первого звена должны быть умножены на произведение коэффициентов масштабирования первого и второго звеньев:

$$m = m_1 \cdot m_2 = 0,513342 \cdot 0,66342 = 0,34056134964 \approx 0,340562.$$

Поэтому передаточная функция первого звена получает вид:

$$\hat{H}_1(z) = \frac{(0,329611 - 0,329611z^{-2}) \cdot 0,340562}{1 - 0,139881z^{-1} + 0,64714z^{-2}} = \frac{0,1119122 - 0,111912z^{-2}}{1 - 0,139881z^{-1} + 0,64714z^{-2}}$$

$$H(z) = \frac{0,1119122 - 0,111912z^{-2}}{1 - 0,139881z^{-1} + 0,64714z^{-2}} \times \frac{0,329611 - 0,540254z^{-1} + 0,329611z^{-2}}{1 - 0,828525z^{-1} + 0,852251z^{-2}} \times \frac{0,329611 + 0,497897z^{-1} + 0,329611z^{-2}}{1 + 0,555577z^{-1} + 0,843251z^{-2}}.$$



Четвертый учебный вопрос

Система разностных уравнений



Четвертый учебный вопрос

Запись разностного уравнения фильтра с учётом канонической схемы второго звена:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1(n) = 0,1119122x(n) - 0,111912x(n-2) + 0,139881y_1(n-1) - 0,64714y_1(n-2); \\ v(n) = y_1(n) + 0,828525v(n-1) - 0,852251v(n-2); \\ y_2(n) = 0,329611v(n) - 0,540254v(n-1) + 0,329611v(n-2); \end{array} \right\} \text{уравнения 2-го звена}$$
$$y(n) = 0,329611y_2(n) + 0,497897y_2(n-1) + 0,329611y_2(n-2) + 0,555577y(n-1) + 0,843251y(n-2).$$