



**ПРИЗНАК
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ
ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ**



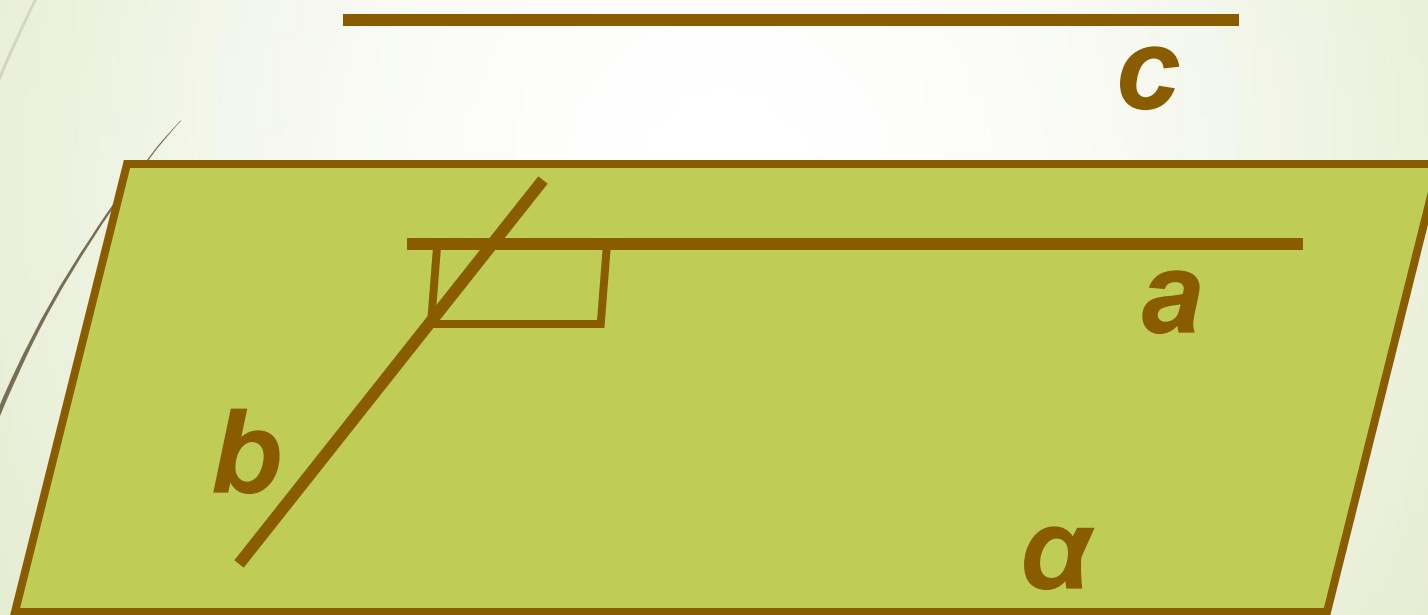
2-й урок по теме «Перпендикулярность прямых и плоскостей».

Повторить:

- определение перпендикулярных прямых;
- лемма;
- определение прямой, перпендикулярной к плоскости;
- теорема о параллельных прямых, перпендикулярных к плоскости (прямая и обратная)

Перпендикулярные прямые в пространстве

Две прямые называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90°

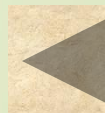


$a \perp$

b

$c \perp$

b



Лемма

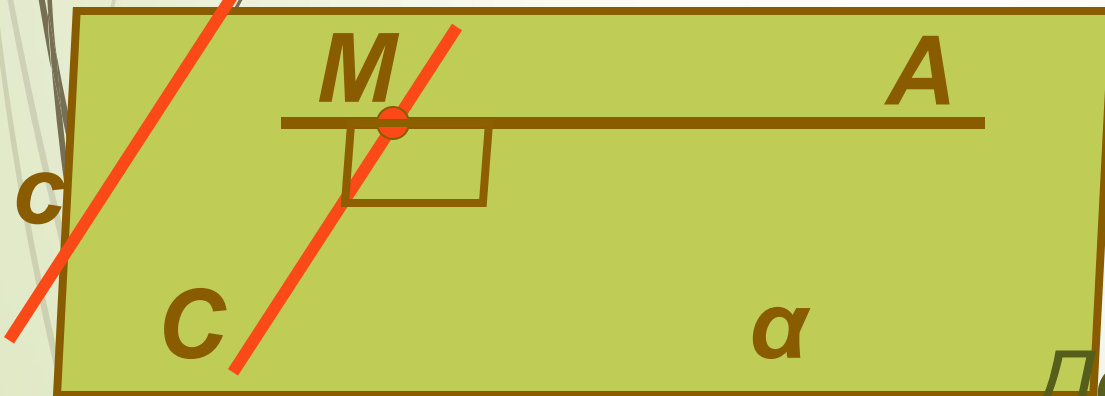
Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.

a

Дано: $a \parallel b, a \perp c$

b

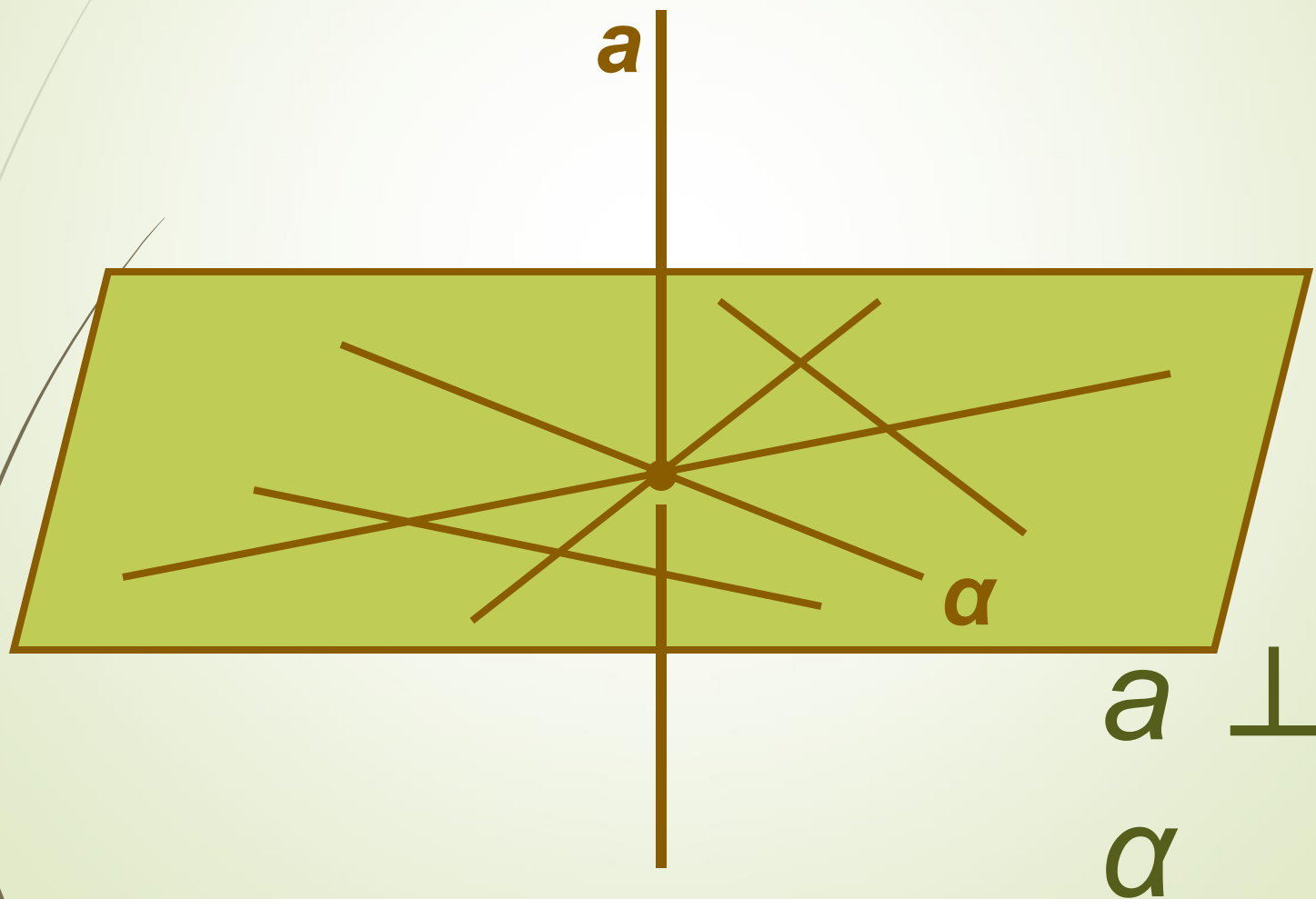
Доказать: $b \perp c$



Доказательство:

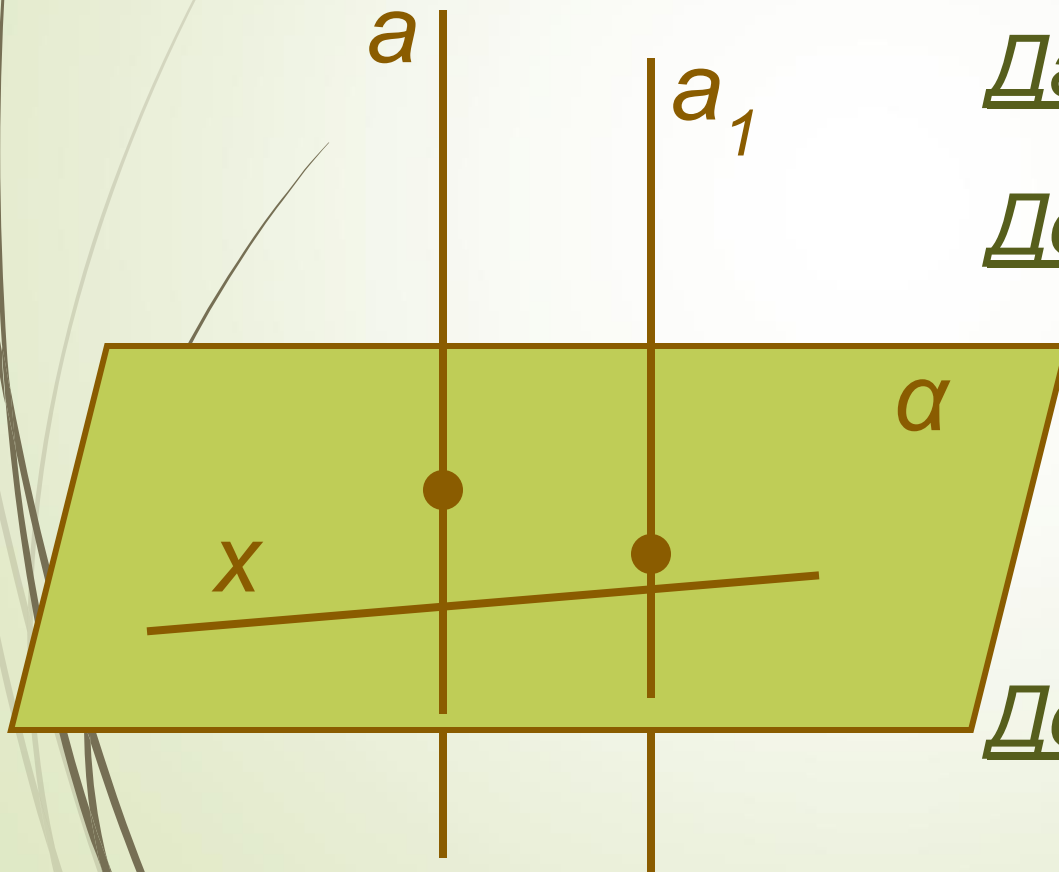


Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости



Теорема 1

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.



Дано: $a \parallel a_1; a \perp \alpha$

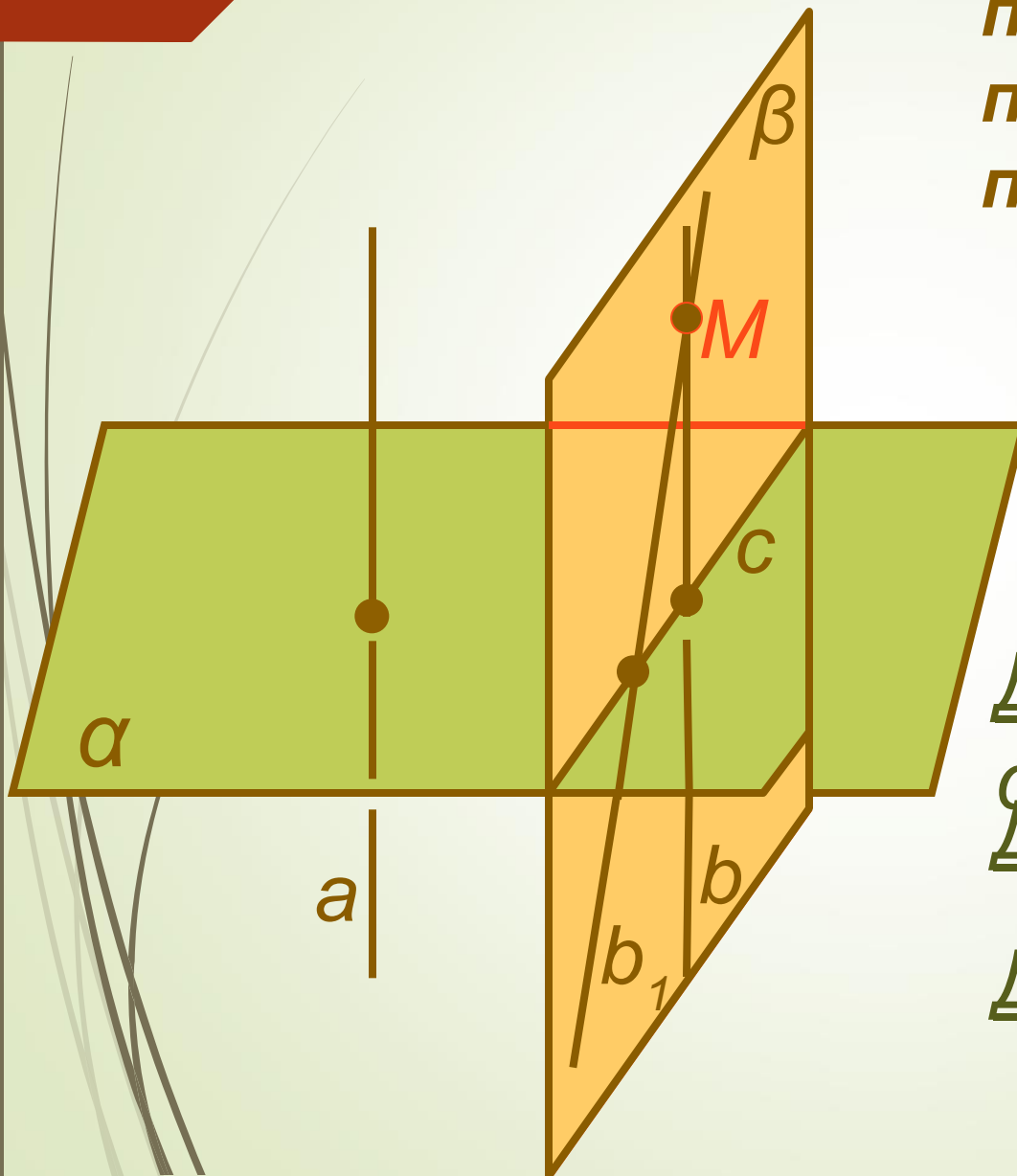
Доказать: $a_1 \perp \alpha$

Доказательство:



Теорема 2

Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.

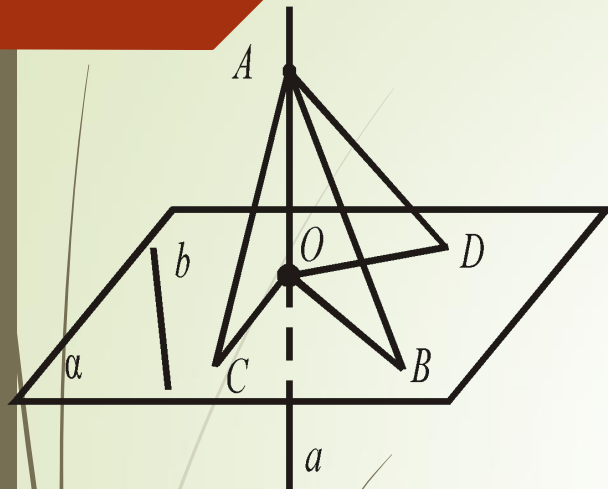


Дано: $a \perp \alpha$; $b \perp \alpha$

Доказать: $a \parallel b$

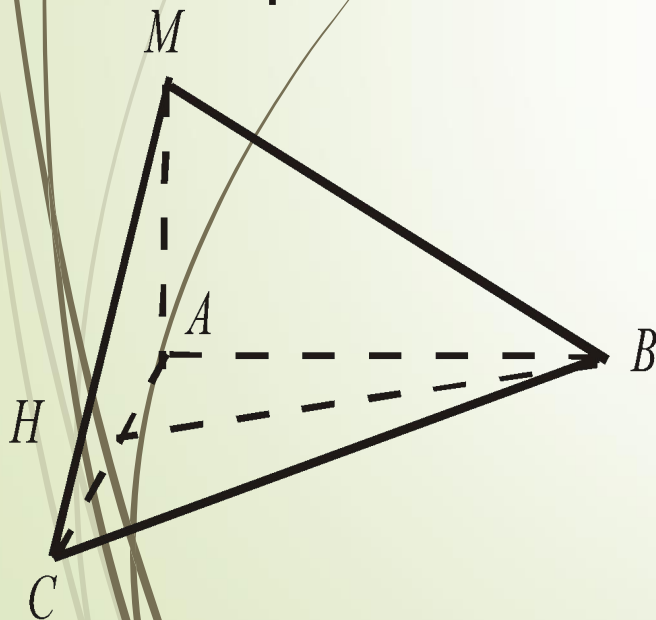
Доказательство:

Устная работа



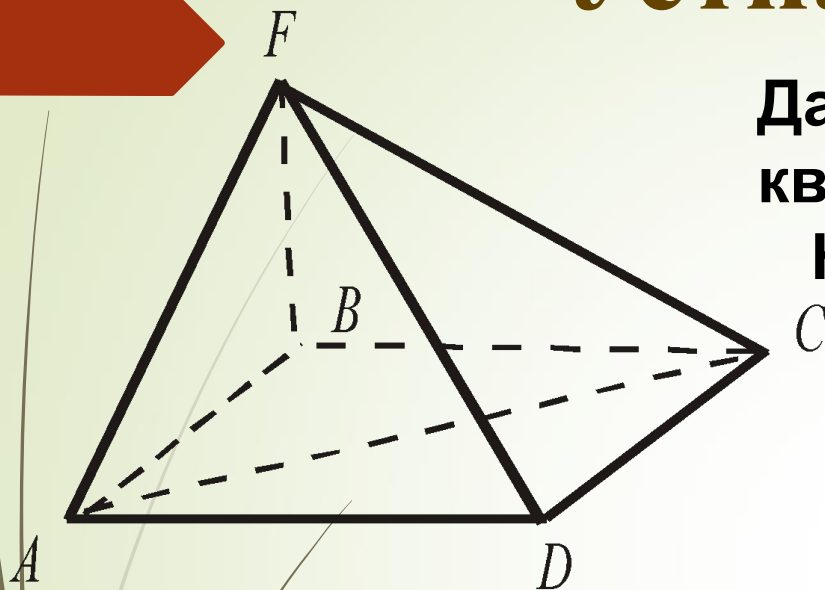
1. Дано: $OA \perp \alpha$.
Найдите $\angle AOC$, $\angle AOB$, $\angle AOD$.
Найдите $\angle(a, b)$.

\perp



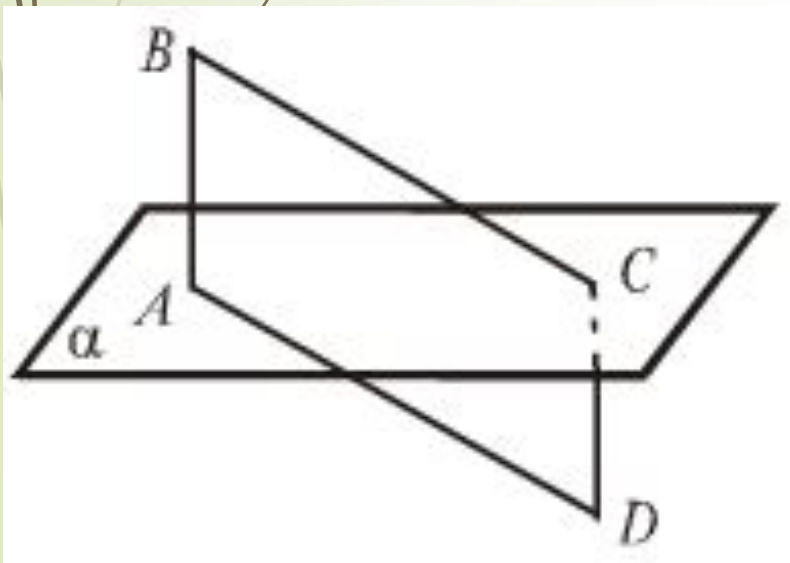
2. Дано: $AM \perp (ABC)$, BH – медиана $\triangle ABC$
Найдите $\angle(BH, AM)$.

Устная работа



Дано: $BF \perp (ABC)$, $ABCD$ – квадрат.

Найдите $\angle(BF, AC)$, $\angle(BF, AD)$,
 $\angle(BF, DC)$.



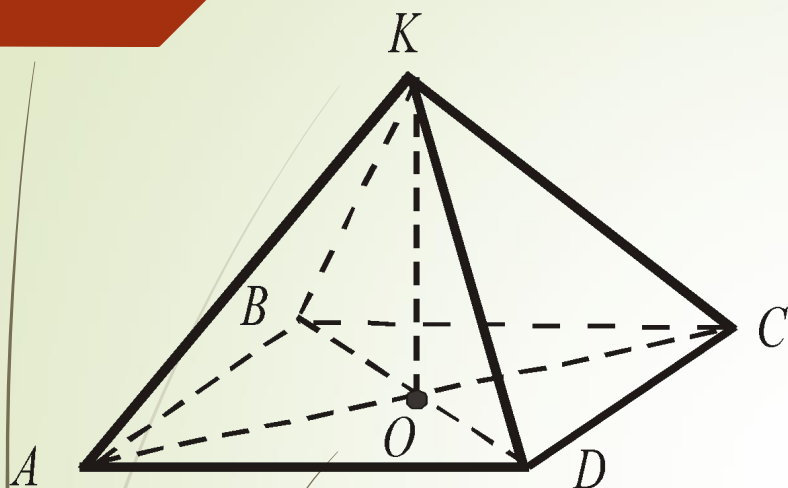
Дано: $AB \perp \alpha$, $CD \perp \alpha$, $AB = CD$.
Определите вид
четырехугольника $ABCD$.

Решение задачи № 120

Дано: $ABCD$ – квадрат, $AB = a$,
 $AC \cap BD = O$, $OK \perp (ABC)$, $OK = b$.

Найдите: AK , BK , CK , DK .

Доказать, что $AK = BK = CK = DK$.



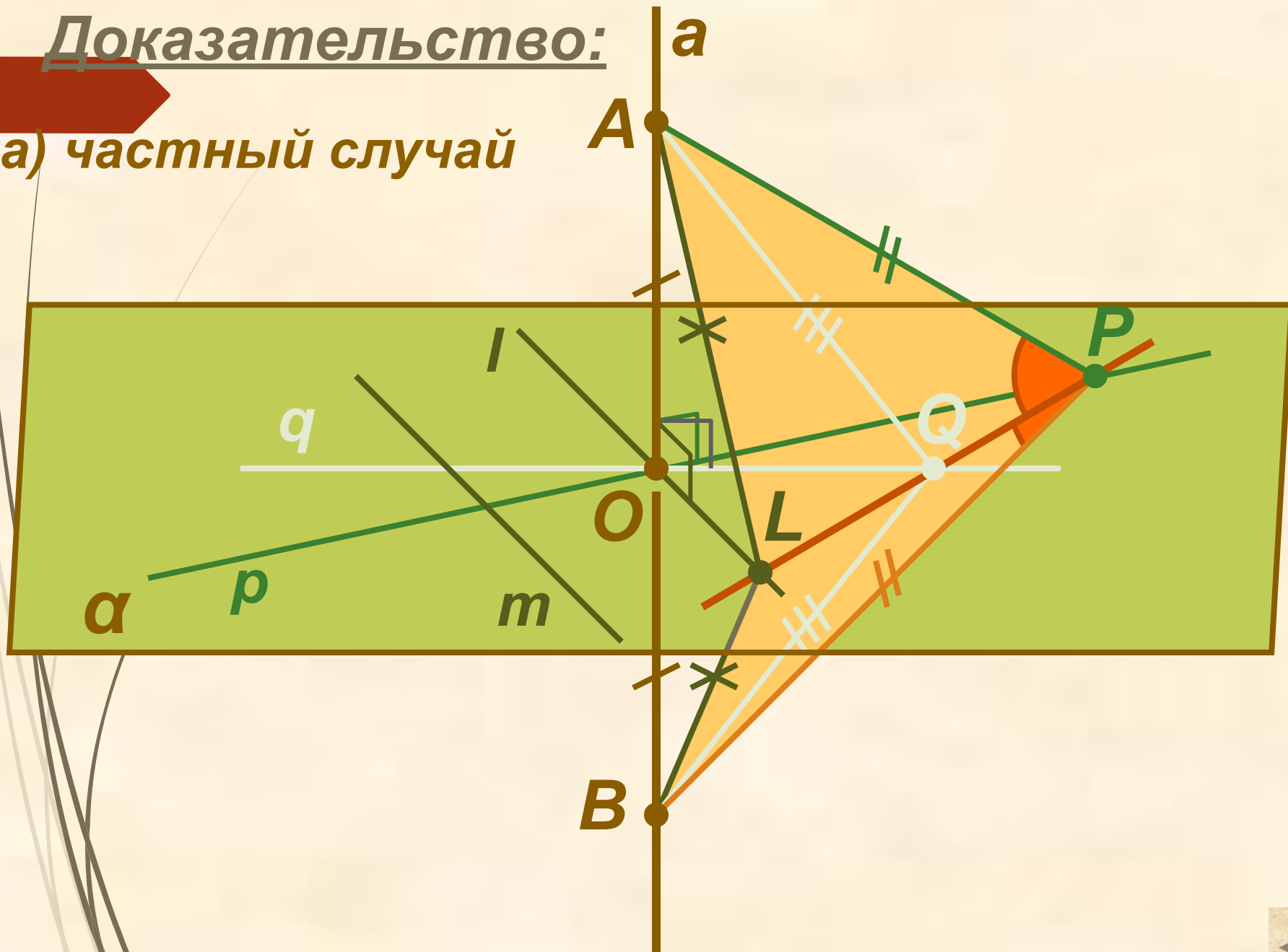
$$AK = \sqrt{b^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{b^2 + \frac{a^2}{2}}$$

ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости

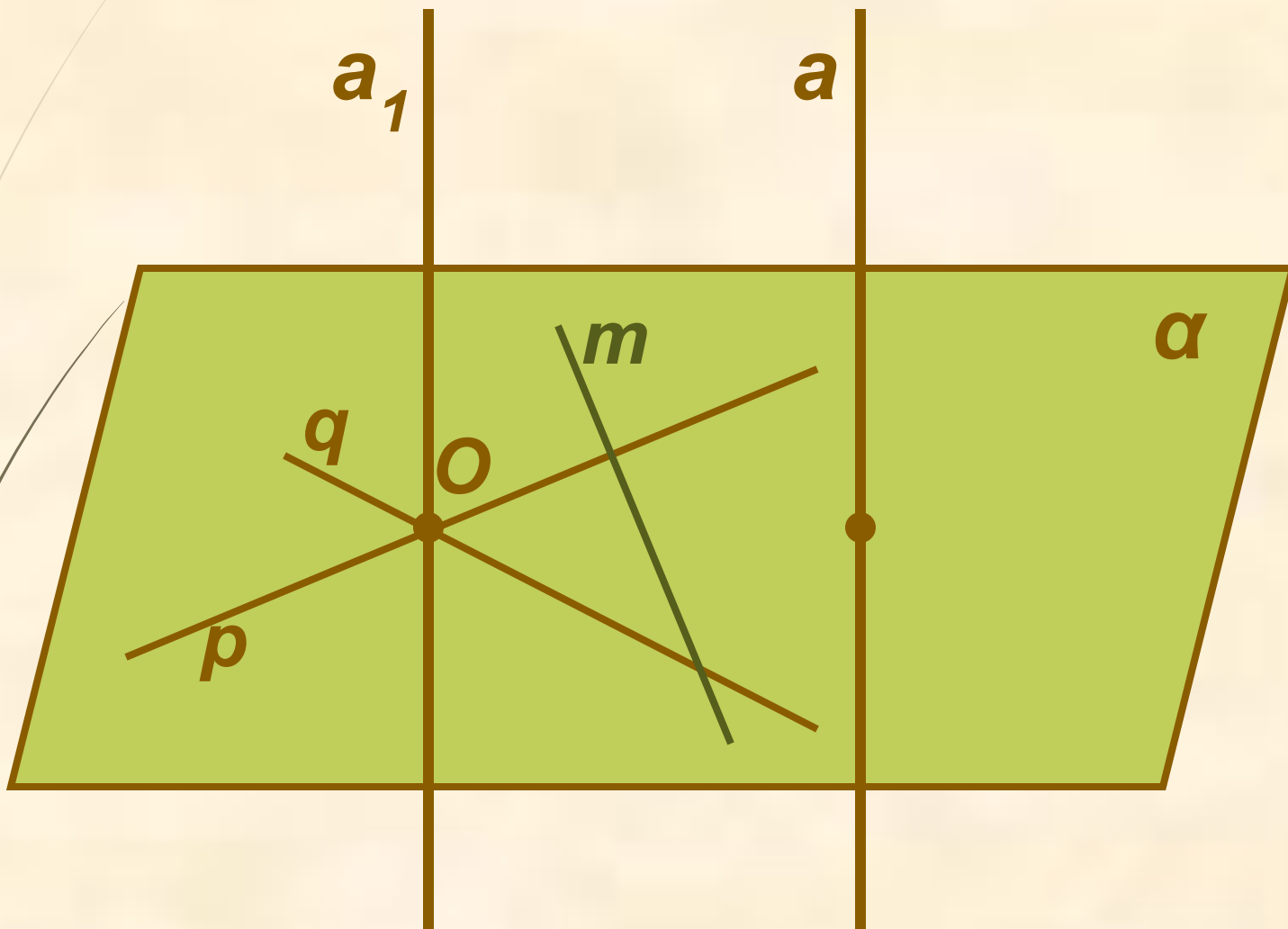
Доказательство:

а) частный случай



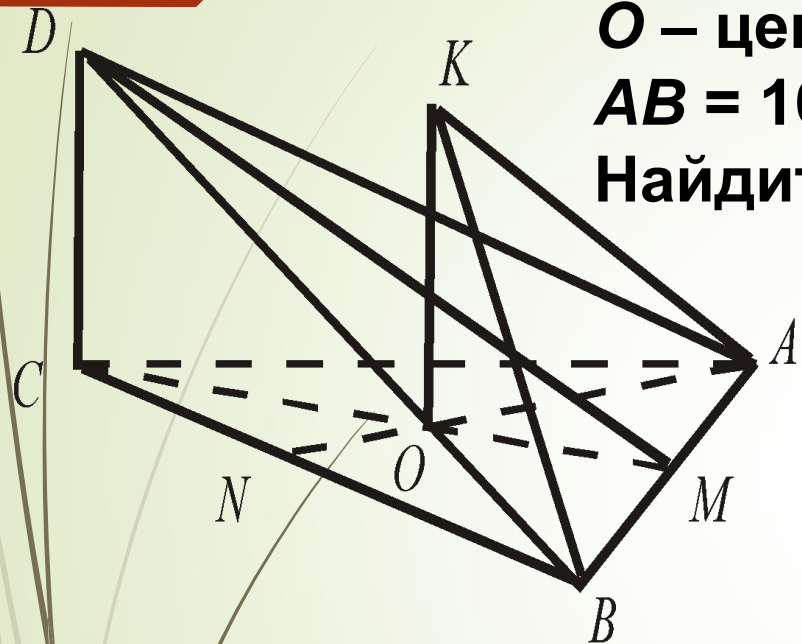
Доказательство:

а) общий случай



Решение задачи № 122

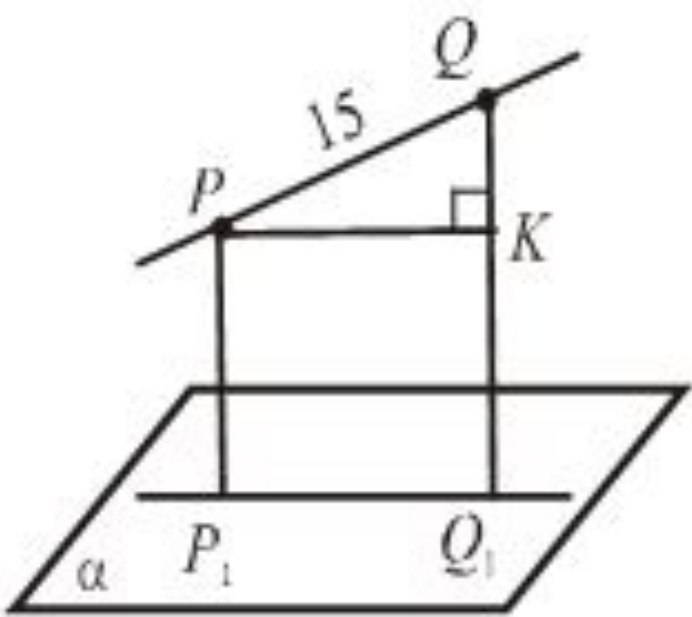
Дано: $\triangle ABC$ – правильный, $CD \perp (ABC)$,
 O – центр $\triangle ABC$, $OK \parallel CD$,
 $AB = 16\sqrt{3}$ см, $OK = 12$ см, $CD = 16$ см.
Найдите: BD , AD , AK , BK .



Решение

1. $BD = AD$, так как $\triangle BCD = \triangle ACD$ (как прямоугольные по двум катетам). $AC = 16\sqrt{3}$ см
2. $AD = 32$ см. (по т. Пифагора)
3. $AK = BC$, так как $\triangle AOK = \triangle BOK$ (как прямоугольные по двум катетам). $AO = r = a\sqrt{3}/3$, $a = 16\sqrt{3}$
4. $AO = 16$ см.
5. $AK = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$ см.

Решение задачи № 125



Дано: $PP_1 \perp \alpha$, $QQ_1 \perp \alpha$,
 $PQ = 15$ см, $PP_1 = 21,5$ см,
 $QQ_1 = 33,5$ см.
Найдите P_1Q_1 .

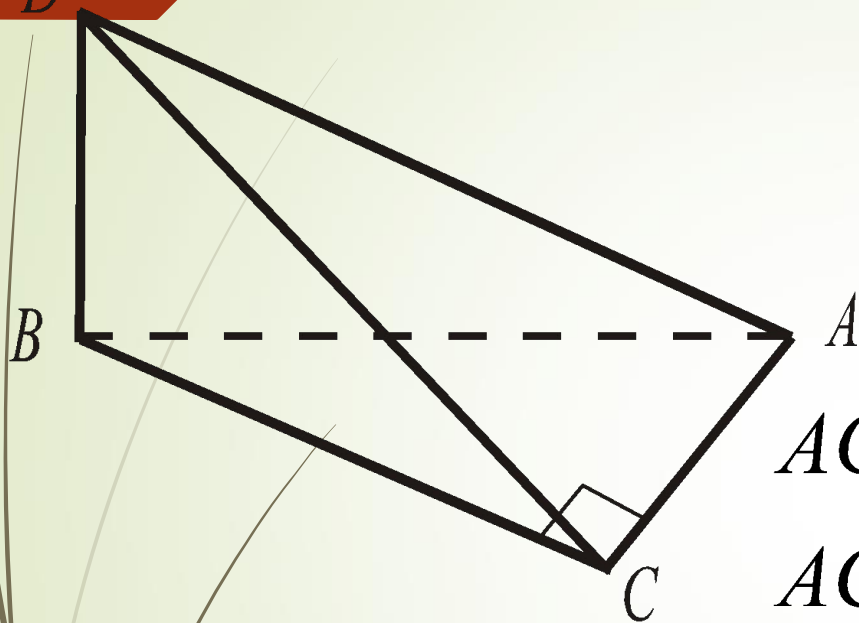
Решение

1. $(PP_1 \perp \alpha, QQ_1 \perp \alpha) \rightarrow PP_1 \parallel QQ_1$.
2. $(PP_1, QQ_1) = \beta$, $\alpha \cap \beta = P_1Q_1$.
3. $QK = 33,5 - 21,5 = 12$ см.
4. $P_1Q_1 = PK = 9$ см. (по т.Пифагора)

ОТВЕТ: 9 см

Решение задачи № 127

D



Дано: ΔABC , $\angle A + \angle B = 90^\circ$,
 $BD \perp (ABC)$.

Доказать, что $CD \perp AC$.

Доказательство

1. $\angle A + \angle B = 90^\circ \rightarrow \angle C = 90^\circ$.

$$AC \perp BC$$

$$AC \perp BD$$

$$BD \cap BC$$

$$\left. \begin{array}{l} AC \perp BC \\ AC \perp BD \\ BD \cap BC \end{array} \right| \Rightarrow AC \perp (BCD).$$

$$AC \perp (BCD)$$

$$CD \in (BCD)$$

$$\left. \begin{array}{l} AC \perp (BCD) \\ CD \in (BCD) \end{array} \right| \Rightarrow CD \perp AC.$$



Домашнее задание:

п. 15-18 №№ 120, 121, 122, 126, 129

