

Министерство образования и науки Российской Федерации
Волжский политехнический институт (филиал) федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Волгоградский государственный технический университет»
(ВПИ (филиал) ВолгГТУ)

Кафедра «Информатика и технология программирования»

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине «Информационно-коммуникационные технологии»
на тему: «Использование прикладных программ для оптимизации задач исследования»
ВАРИАНТ № 4

Выполнила: студентка группы ВАЭ-1

Ефименко Елена Васильевна

Проверил: кандидат технических наук, доцент

Короткова Неля Николаевна

город Волжский

2017 год

Задания к контрольной работе:

Задача № 1: Решить в MathCad дифференциальное уравнение

Решение :

Given

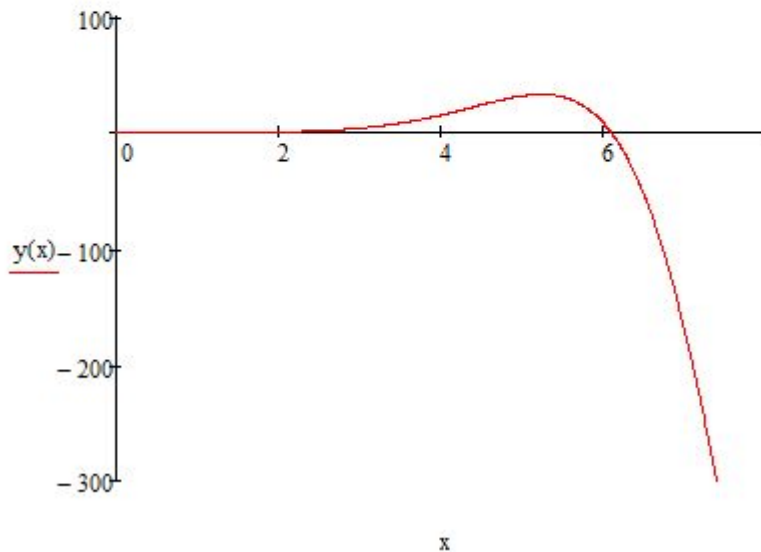
$$\frac{d^4}{dx^4}y(x) + 4y(x) = x^2 + x \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$$
$$y''(0) = 0 \quad y'''(0) = 0$$

$$\frac{d^4}{dx^4}y(x) + 4y = x^2 + x$$

$$y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$$

$$y''(0) = 0 \quad y'''(0) = 0$$

`y := Odesolve(x, 10)`



Задача № 2: Решить в MathCad систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' = 4x - 5y + 4t - 1 \\ y' = x + 2y + t \\ x(0) = 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

2. Решение системы дифференциальных уравнений

Given

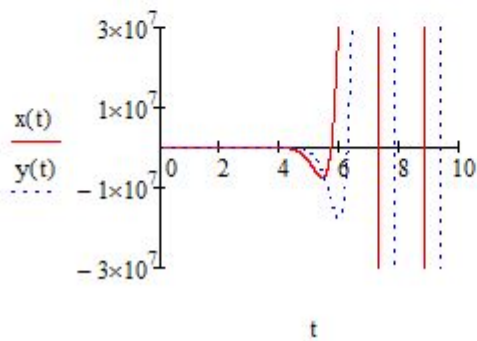
$$x'(t) = 4x(t) - 5y(t) + 4t - 1$$

$$y'(t) = x(t) + 2y(t) + t$$

$$x(0) = 1 \quad y(0) = 0$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := \text{Odesolve}\left[\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, t, 100\right]$$

$$t1 := 0, 0.2..5$$



Задача № 3: используя MathCad, необходимо решить задачи параметрической и структурной идентификации эмпирической модели, описывающей зависимость давления насыщенного пара индивидуального вещества от температуры. Используются данные пассивного эксперимента (12 экспериментов):

| | | | | | | | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|--------|------|
| x | -0,5 | -4,5 | -4,0 | -3,5 | -3,0 | -2,5 | -2,0 | -1,5 | -1,0 | -0,5 |
| y | 54,98 | 45,52 | 37,00 | 29,53 | 23,00 | 17,53 | 12,97 | 9,49 | 7,0434 | 5,50 |

и 5 видов моделей:

1.
$$y = e^{A + \frac{B}{x}}$$
2.
$$y = e^{A + \frac{B}{C+x}}$$
3.
$$y = e^{A + \frac{B}{x} + Cx + D \ln x}$$
4.
$$y = e^{A + Bx + Cx^2}$$
5.
$$y = e^{A + Bx + Cx^2 + Dx^3}$$

Определить коэффициенты уравнений регрессии указанных пяти эмпирических моделей.

Задача № 2: представить в общем и в числовом виде произведение транспонированной и исходной матриц независимых входных переменных и числовые значения обратной матрицы произведения.

Задача № 3: определить адекватность уравнений регрессии с использованием F-распределения Фишера и выбрать наиболее точное уравнение с использованием дисперсии адекватности.

Представить сводную таблицу коэффициентов A , B , C , D , дисперсий, табличных и расчётных критериев Фишера для всех моделей. Выделить наиболее точную модель.

Линеаризованные уравнения преобразовать, выразив выходную переменную и построить графики ошибок для каждого уравнения (график ошибок – график разностей экспериментальных и расчётных значений в зависимости от значения аргумента). Подобрать масштаб оси ординат, позволяющий подробно рассмотреть форму кривой на графике.

Провести графическое сравнение экспериментальных и расчетных данных.

Не переводить значения температуры в другую размерность.

Не менять порядок коэффициентов и номера зависимостей, не менять обозначений.

Выполнение контрольной работы:

1. Модель $P = e^{A + \frac{B}{T}}$
2. Модель $P = e^{A + \frac{B}{C+T}}$
3. Модель $P = e^{A + \frac{B}{T} + CT + D \ln T}$
4. Модель $P = e^{A + BT + CT^2}$
5. Модель $P = e^{A + BT + CT^2 + DT^3}$

3. Данные пассивного эксперимента

ORIGIN := 1

$$X := \begin{pmatrix} -5.0 \\ -4.5 \\ -4.0 \\ -3.5 \\ -3.0 \\ -2.5 \\ -2.0 \\ -1.5 \\ -1.0 \\ -0.5 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} 54.98 \\ 45.52 \\ 37.00 \\ 29.53 \\ 23.00 \\ 17.53 \\ 12.97 \\ 9.49 \\ 7.034 \\ 5.50 \end{pmatrix}$$

 $n := \text{rows}(X)$

количество пассивных экспериментов

1. Модель: $y = e^{A + \frac{B}{x}}$

Модель № 1

$$y = e^{A + \frac{B}{x}}$$

Индентификация параметров

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n (X_i)^2 & \sum_{i=1}^n X_i \\ \sum_{i=1}^n X_i & n \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n [(X_i)^2 \cdot \ln(Y_i)] \\ \sum_{i=1}^n [X_i \cdot \ln(Y_i)] \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.327 \\ 2.763 \end{pmatrix}$$

$$A_1 := a_0 = 4.327$$

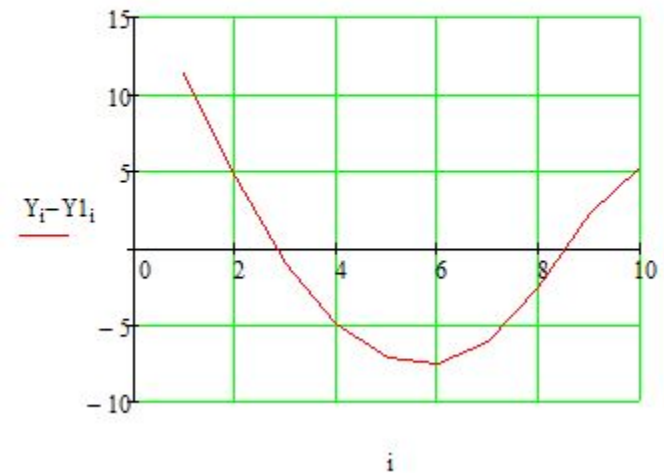
$$B_1 := a_1 = 2.763$$

Полученные коэффициенты

График ошибок

$i := 1..10$

$$Y1_i := e^{A_1 + \frac{B_1}{X_i}}$$



Расчетное значение критерия Фишера

$$y_{\text{exp}_1} := \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}$$

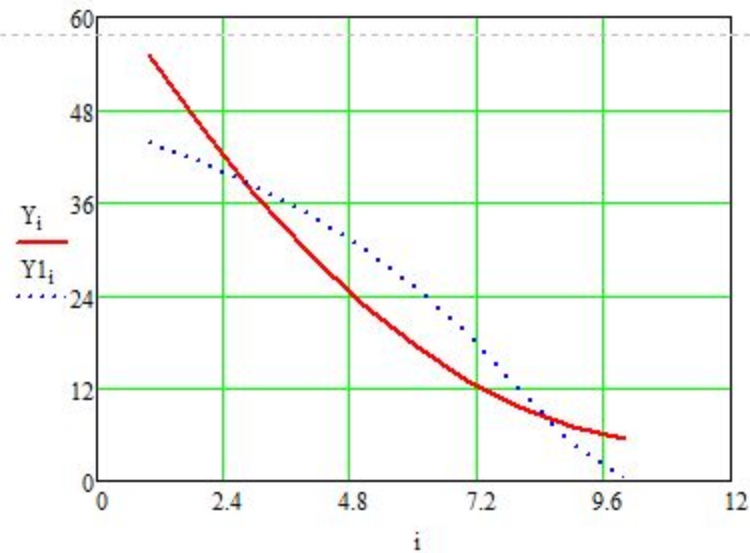
$p := 2$ число коэффициентов уравнений

$$S_{\text{rsr}} := \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - y_{\text{exp}_1})^2}{n - 1}$$

$$S_r := \frac{\sum_{i=1}^n \left(e^{A_1 + \frac{B_1}{X_i}} - Y_i \right)^2}{n - p} = 44.795$$

$$F_r := \frac{S_{\text{rsr}}}{S_r} = 6.516$$

График экспериментальных значений и расчетных



2. Модель: $y = e^{A + \frac{B}{C+x}}$

Модель № 2

$$y = e^{A + \frac{B}{C+x}}$$

Индентификация параметров

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_i & \sum_{i=1}^n \ln(Y_i) \\ \sum_{i=1}^n X_i & \sum_{i=1}^n (X_i)^2 & \sum_{i=1}^n [(X_i) \cdot \ln(Y_i)] \\ \sum_{i=1}^n \ln(Y_i) & \sum_{i=1}^n [(X_i) \cdot \ln(Y_i)] & \sum_{i=1}^n [(X_i) \cdot \ln(Y_i) \cdot \ln(Y_i)] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n [(X_i) \cdot \ln(Y_i)] \\ \sum_{i=1}^n [(X_i)^2 \cdot \ln(Y_i)] \\ \sum_{i=1}^n [(X_i) \cdot \ln(Y_i) \cdot \ln(Y_i)] \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.764 \\ 4.327 \\ -9.586 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

A2 := a1 = 4.327
 C2 := -a2 = 9.586 × 10⁻⁴
 B2 := a0 - A2·C2 = 2.76

Полученные коэффициенты

График ошибок

$i := 1..10$

$$Y2_i := e^{A2 + \frac{B2}{C2 + X_i}}$$

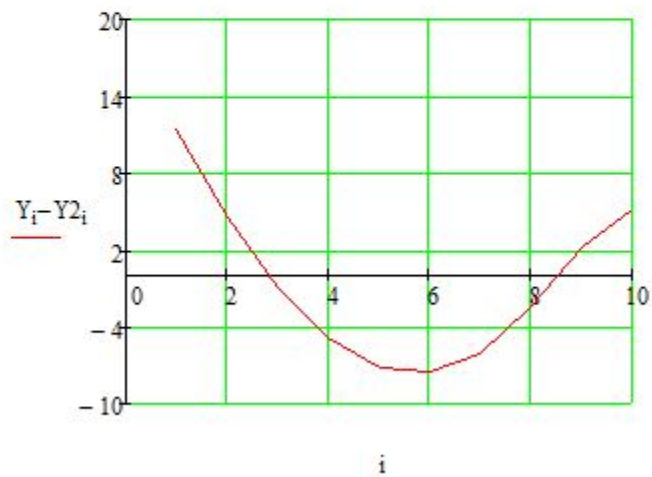
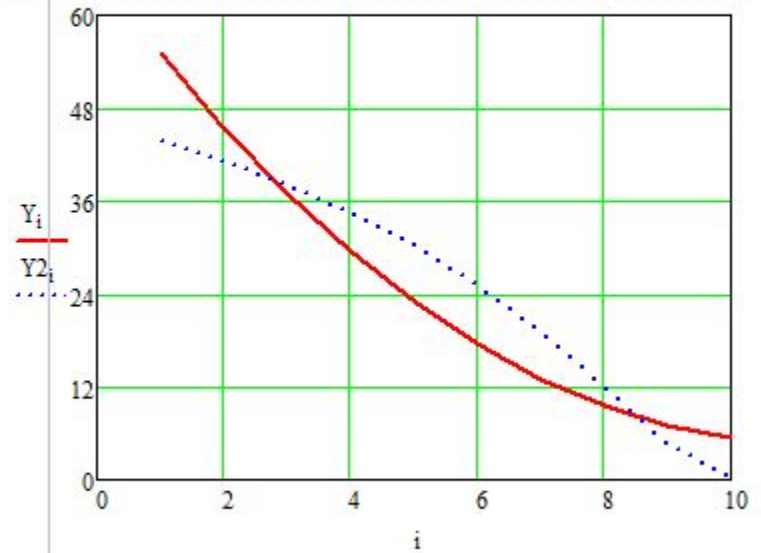


График экспериментальных значений и расчетных



Расчетное значение критерия Фишера

$$\overline{y_{\text{exp}_1}} := \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} \quad p_w := 3 \quad \text{число коэффициентов уравнений}$$

$$\overline{S_{\text{rsr}}} := \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \overline{y_{\text{exp}_1}})^2}{n - 1} = 291.884$$

$$\overline{S_r} := \frac{\sum_{i=1}^n \left(e^{A_2 + \frac{B_2}{C_2 + X_i}} - Y_i \right)^2}{n - p} = 51.235$$

$$\overline{F_r} := \frac{\overline{S_{\text{rsr}}}}{\overline{S_r}} = 5.697$$

3. Модель: $y = e^{A + \frac{B}{x} + Cx + D \ln x}$

Модель № 3

$$y = e^{A + \frac{B}{x} + Cx + D \ln(x)}$$

Индентификация параметров

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n (X_i)^2 & \sum_{i=1}^n X_i & \sum_{i=1}^n (X_i)^3 & \sum_{i=1}^n [(X_i)^2 \cdot \ln(X_i)] \\ \sum_{i=1}^n X_i & n & \sum_{i=1}^n (X_i)^2 & \sum_{i=1}^n [(X_i) \cdot \ln(X_i)] \\ \sum_{i=1}^n (X_i)^3 & \sum_{i=1}^n (X_i)^2 & \sum_{i=1}^n (X_i)^4 & \sum_{i=1}^n [(X_i)^3 \cdot \ln(X_i)] \\ \sum_{i=1}^n [(X_i)^2 \cdot \ln(X_i)] & \sum_{i=1}^n [(X_i) \cdot \ln(X_i)] & \sum_{i=1}^n [(X_i)^3 \cdot \ln(X_i)] & \sum_{i=1}^n [(X_i)^2 \cdot \ln(X_i) \cdot \ln(X_i)] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n [(X_i)^2 \cdot \ln(Y_i)] \\ \sum_{i=1}^n [(X_i) \cdot \ln(Y_i)] \\ \sum_{i=1}^n [(X_i)^3 \cdot \ln(Y_i)] \\ \sum_{i=1}^n [(X_i)^2 \cdot \ln(Y_i) \cdot \ln(X_i)] \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.87 - 4.507i \\ -0.903 \\ -0.13 \\ 1.435 \end{pmatrix}$$

$$A_3 := a_0 = 0.87 - 4.507i$$

$$B_3 := a_1 = -0.903$$

$$C_3 := a_2 = -0.13$$

$$D_3 := a_3 = 1.435$$

Полученные коэффициенты

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.87 - 4.507i \\ -0.903 \\ -0.13 \\ 1.435 \end{pmatrix}$$

$$A_3 := a_0 = 0.87 - 4.507i$$

$$B_3 := a_1 = -0.903$$

$$C_3 := a_2 = -0.13$$

$$D_3 := a_3 = 1.435$$

Полученные коэффициенты

График ошибок

$$i := 1..10$$

$$Y_{3,i} := e^{A_3 + \frac{B_3}{X_i} + C_3 \cdot X_i + D_3 \cdot \ln(X_i)}$$

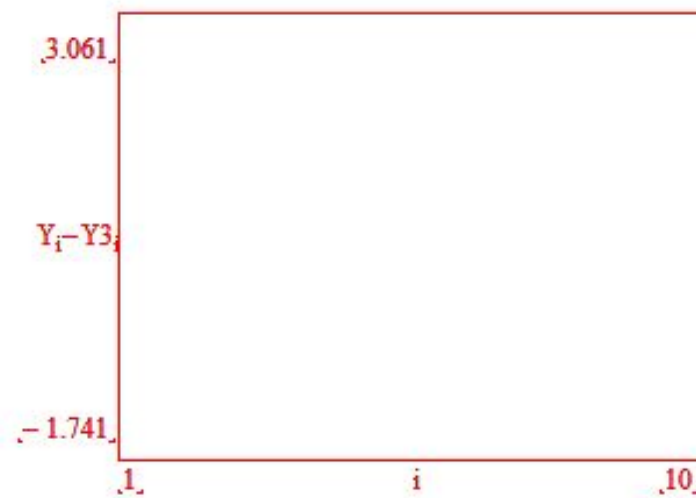
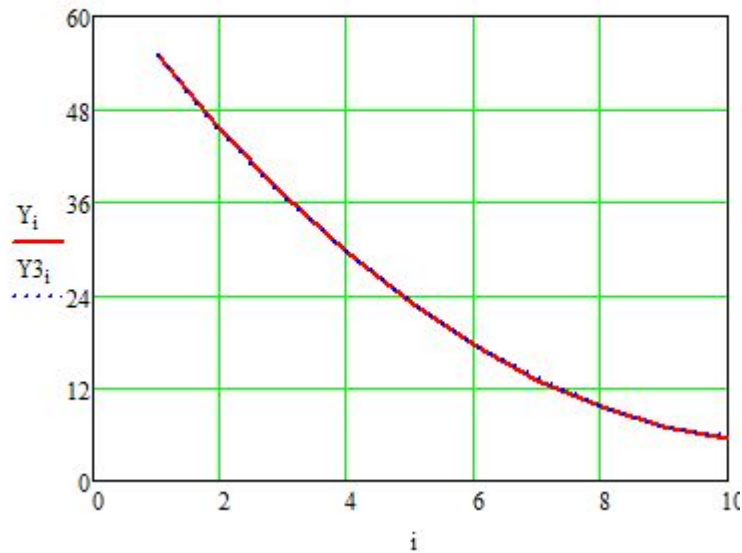


График экспериментальных значений и расчетных



Расчетное значение критерия Фишера

$$y_{\text{exp}_1} := \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}$$

$p = 4$ число коэффициентов уравнений

$$S_{\text{rsr}} := \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - y_{\text{exp}_1})^2}{n - 1}$$

$$S_r := \frac{\sum_{i=1}^n \left(e^{A_3 + \frac{B_3}{X_i} + C_3 \cdot X_i + D_3 \cdot \ln(X_i)} - Y_i \right)^2}{n - p} = 0.057$$

$$F_r := \frac{S_{\text{rsr}}}{S_r} = 5.144 \times 10^3$$

4. Модель: $y = e^{A+Bx+Cx^2}$

Модель № 4

$$y = e^{A+Bx+Cx^2}$$

Идентификация параметров

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_i & \sum_{i=1}^n (X_i)^2 \\ \sum_{i=1}^n X_i & \sum_{i=1}^n (X_i)^2 & \sum_{i=1}^n (X_i)^3 \\ \sum_{i=1}^n (X_i)^2 & \sum_{i=1}^n (X_i)^3 & \sum_{i=1}^n (X_i)^4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n (\ln(Y_i)) \\ \sum_{i=1}^n [(X_i) \cdot \ln(Y_i)] \\ \sum_{i=1}^n [(X_i)^2 \cdot \ln(Y_i)] \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.327 \\ -0.683 \\ -0.029 \end{pmatrix}$$

$$A_4 := a_0 = 1.327$$

$$B_4 := a_1 = -0.683$$

$$C_4 := a_2 = -0.029$$

Полученные коэффициенты

График ошибок

$$i := 1..10 \quad Y4_i := e^{A4+B4 \cdot X_i+C4 \cdot (X_i)^2}$$

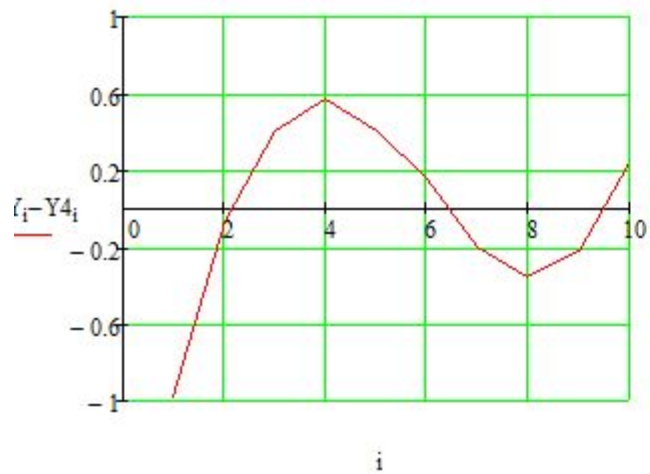
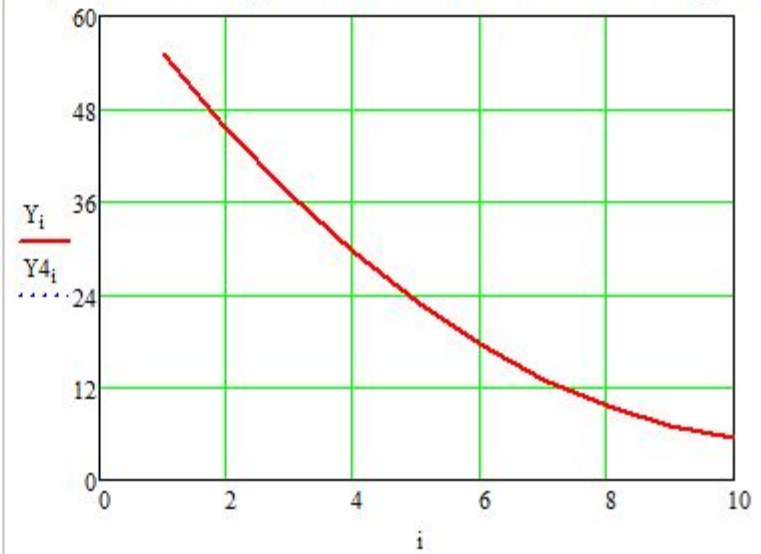


График экспериментальных значений и расчетных



Расчетное значение критерия Фишера

$$y_{\text{exp}_1} := \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} \quad p_w := 3 \quad \text{число коэффициентов уравнений}$$

$$S_{\text{rsr}} := \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - y_{\text{exp}_1})^2}{n - 1} \quad +$$

$$S_r := \frac{\sum_{i=1}^n \left[e^{A_4 + B_4 \cdot X_i + C_4 \cdot (X_i)^2} - Y_i \right]^2}{n - p} = 0.273$$

$$F_r := \frac{S_{\text{rsr}}}{S_r} = 1.069 \times 10^3$$

5. Модель

Модель № 5

$$y = e^{A+Bx+Cx^2+Dx^3}$$

Идентификация параметров

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_i & \sum_{i=1}^n (X_i)^2 & \sum_{i=1}^n (X_i)^3 \\ \sum_{i=1}^n X_i & \sum_{i=1}^n (X_i)^2 & \sum_{i=1}^n (X_i)^3 & \sum_{i=1}^n (X_i)^4 \\ \sum_{i=1}^n (X_i)^2 & \sum_{i=1}^n (X_i)^3 & \sum_{i=1}^n (X_i)^4 & \sum_{i=1}^n (X_i)^5 \\ \sum_{i=1}^n (X_i)^3 & \sum_{i=1}^n (X_i)^4 & \sum_{i=1}^n (X_i)^5 & \sum_{i=1}^n (X_i)^6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n (\ln(Y_i)) \\ \sum_{i=1}^n [(X_i) \cdot \ln(Y_i)] \\ \sum_{i=1}^n [(X_i)^2 \cdot \ln(Y_i)] \\ \sum_{i=1}^n [(X_i)^3 \cdot \ln(Y_i)] \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.424 \\ -0.511 \\ 0.046 \\ 9.073 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$A_5 := a_0 = 1.424$$

$$B_5 := a_1 = -0.511$$

$$C_5 := a_2 = 0.046$$

$$D_5 := a_3 = 9.073 \times 10^{-3}$$

Полученные коэффициенты

График ошибок

$i := 1..10$

$$Y5_i := e^{A5+B5 \cdot X_i+C5 \cdot (X_i)^2+D5 \cdot (X_i)^3}$$

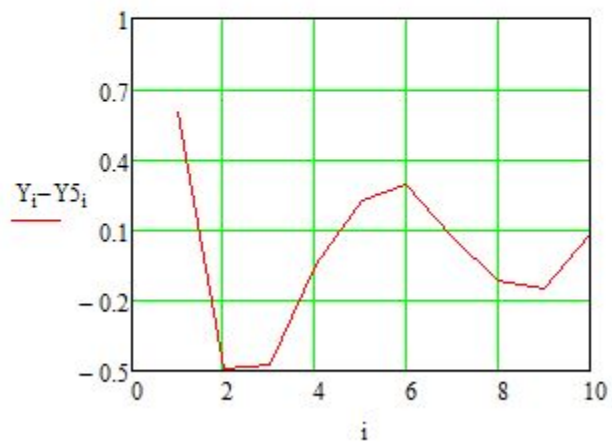


График экспериментальных значений и расчетных



Расчетное значение критерия Фишера

$$y_{\text{exp}_1} := \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} \quad p_w = 4 \quad \text{число коэффициентов уравнений}$$

$$S_{\text{rsr}} := \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - y_{\text{exp}_1})^2}{n - 1}$$

$$S_r := \frac{\sum_{i=1}^n \left[e^{A5+B5 \cdot X_i+C5 \cdot (X_i)^2+D5 \cdot (X_i)^3} - Y_i \right]^2}{n - p} = 0.169$$

$$F_r := \frac{S_{\text{rsr}}}{S_r} = 1.728 \times 10^3$$

Выводы по контрольной работе:

1. Используя MathCad, научились решать задачи параметрической и структурной идентификации эмпирической модели, описывающей зависимость давления насыщенного пара индивидуального вещества от температуры.
2. Определили коэффициенты уравнений регрессии указанных пяти эмпирических моделей.
3. Определить адекватность уравнений регрессии с использованием F-распределения Фишера и выбрали наиболее точное уравнение с использованием дисперсии адекватности.
4. Провели графическое сравнение экспериментальных и расчетных данных.