



Влияние инфляции и эквивалентность платежей

Показатели инфляции

Индекс инфляции $I_{инф}$

Уровень инфляции α

S_α сумма денег, обеспечивающая определенную потребительскую корзину в условиях наличия инфляции

S сумма денег, обеспечивающая определенную потребительскую корзину в условиях отсутствия инфляции

Показатели инфляции

Индекс инфляции

$$I_{инф} = \frac{S_{\alpha}}{S} = 1.07$$

Уровень инфляции

$$\alpha = 0.07 \rightarrow 7\%$$

$$\alpha = I_{инф} - 1$$

S_{α} Сумма денег, обеспечивающая определенную потребительскую корзину в условиях наличия инфляции

S Сумма денег, обеспечивающая определенную потребительскую корзину в условиях отсутствия инфляции

Задача 1

Уровень инфляции в феврале составил 1,5%, каждый последующий месяц уровень инфляции растет на 0,1% процента. Каков ожидаемый уровень инфляции за 4 месяца?



Задача 1

Дано:

$$\alpha_{\text{февр}} = 0,015$$

$$\alpha_{\text{март}} = 0,016$$

$$\alpha_{\text{апр}} = 0,017$$

$$\alpha_{\text{май}} = 0,018$$

$$\alpha_{4 \text{ мес}} = ?$$

Задача 1

Дано:

$$\alpha_{\text{февр}} = 0,015$$

$$I_{\text{инф}} = 1 + \alpha$$

$$I_{\text{февр}} = 1,015$$

$$\alpha_{\text{март}} = 0,016$$

$$I_{\text{март}} = 1,016$$

$$\alpha_{\text{апр}} = 0,017$$

$$I_{\text{апр}} = 1,017$$

$$\alpha_{\text{май}} = 0,018$$

$$I_{\text{май}} = 1,018$$

$$\alpha_{4 \text{ мес}} = ?$$



Задача 1

$$I_{\text{инф}} 1 \text{ мес} = 1 + \alpha_{1 \text{ мес}}$$

$$I_{\text{инф}} 4 \text{ мес} = I_{\text{инф}} 1 \text{ мес}^4 = (1 + \alpha_{1 \text{ мес}})^4$$

$$\alpha_{4 \text{ мес}} = I_{\text{инф}} 4 \text{ мес} - 1$$



Задача 1

$$I_{\text{инф 4 мес}} = I_{\text{инф февр}} * I_{\text{инф март}} * I_{\text{инф апр}} * I_{\text{инф май}}$$

$$I_{\text{инф 4 мес}} = 1,015 * 1,016 * 1,017 * 1,018 = 1,068|$$

$$\alpha_{4 \text{ мес}} = I_{\text{инф 4 мес}} - 1 = 1,068 - 1 = 0,068 \rightarrow 6,8\%$$



Задача 2

По данным Росстата в 2016 году недельная инфляция сохранялась на уровне 0,2%. Определить годовой уровень инфляции.

Задача 2

Дано:

$$\alpha_{\text{нед}} = 0,002$$

$$n = 52 \text{ недели}$$

$$\alpha_{\text{год}} = ?$$

$$I_{\text{инф нед}} = 1 + \alpha_{\text{нед}}$$

$$I_{\text{инф 52 нед}} = I_{\text{инф нед}}^{52} = (1 + \alpha_{\text{нед}})^{52}$$

$$\alpha_{\text{год}} = I_{\text{инф год}} - 1$$

Задача 2

$$I_{\text{инф нед}} = 1 + \alpha_{\text{нед}} = 1 + 0,002 = 1,002$$

$$I_{\text{инф 52 нед}} = (1,002)^{52} = 1,1095$$

$$\alpha_{\text{год}} = I_{\text{инф год}} - 1 = 1,1095 - 1 = 0,1095 \rightarrow 10,95\%$$



Задача 3

На основании данных предыдущей задачи определите реальную доходность вклада на 6 месяцев, если условия банка 12% годовых.

Задача 3

$$S = P(1 + in)$$

$$I_{\text{инф}} = \frac{S_{\alpha}}{S} \rightarrow S_{\alpha} = S * I_{\text{инф}}$$

$$\begin{cases} S_{\alpha} = S * I_{\text{инф}} = P(1 + in)(1 + \alpha) \\ S_{\alpha} = P(1 + i_{\alpha}n) \end{cases}$$



Задача 3

$$\begin{cases} S_{\alpha} = S * I_{\text{инф}} = P(1 + in)(1 + \alpha) \\ S_{\alpha} = P(1 + i_{\alpha}n) \end{cases}$$

$$P(1 + in)(1 + \alpha) = P(1 + i_{\alpha}n)$$

$$1 + in + \alpha + \alpha in = 1 + i_{\alpha}n$$

$$in(1 + \alpha) + \alpha = i_{\alpha}n$$

$$i = \frac{i_{\alpha}n - \alpha}{n(1 + \alpha)}$$



Задача 3

Дано:

$$\alpha_{\text{нед}} = 0,002$$

$$n = 6 \text{ мес} = 26 \text{ нед}$$

$$i_{\alpha} = 0,12$$

$$i = ?$$



Задача 3

$$I_{\text{инф нед}} = 1 + \alpha_{\text{нед}} = 1 + 0,002 = 1,002$$

$$I_{\text{инф 26 нед}} = (1,002)^{26} = 1,053$$

$$\alpha_{6 \text{ мес}} = I_{\text{инф 6 мес}} - 1 = 1,053 - 1 = 0,053 \rightarrow 5,3\%$$

$$i = \frac{i_{\alpha} n - \alpha}{n(1 + \alpha)} = \frac{0,12 * \frac{6}{12} - 0,053}{\frac{6}{12} (1 + 0,053)} = 0,013 \rightarrow 1,3\%$$

Задача 4

За шесть первых месяцев года уровень инфляции составил 8%. Определить средний уровень инфляции в месяц и в целом за год. Под какую ссудную ставку простых процентов имеет смысл инвестировать на год, чтобы обеспечить реальную доходность 16%?

Задача 4

$$\begin{cases} S_{\alpha} = S * I_{\text{инф}} = P(1 + in)(1 + \alpha) \\ S_{\alpha} = P(1 + i_{\alpha}n) \end{cases}$$

$$P(1 + in)(1 + \alpha) = P(1 + i_{\alpha}n)$$

$$1 + in + \alpha + \alpha in = 1 + i_{\alpha}n$$

$$i_{\alpha} = \frac{in + \alpha + in\alpha}{n}$$

$$n = 1$$

$$i_{\alpha} = i + \alpha + \underline{i\alpha}$$



Задача 4

Дано:

$$\alpha_{6 \text{ мес}} = 0,08$$

$$n = 1 \text{ год}$$

$$i = 0,16$$

$$i_{\alpha} = ?$$

$$\alpha_{\text{год}} = ?$$

$$\alpha_{\text{мес}} = ?$$



Задача 4

$$I_{\text{инф 6 мес}} = 1 + \alpha_{6 \text{ мес}} = 1 + 0,08 = 1,08$$

$$I_{\text{инф 12 мес}} = (1,08)^2 = 1,1664$$

$$\alpha_{12 \text{ мес}} = I_{\text{инф 12 мес}} - 1 = 1,1664 - 1 = 0,1664 \rightarrow 16,64\%$$

$$i_{\alpha} = i + \alpha + i\alpha = 0,16 + 0,1664 + 0,16 * 0,1664 = 0,353 \rightarrow 35,3\%$$

Задача 4

$$I_{\text{инф 6 мес}} = 1 + \alpha_{6 \text{ мес}} = 1,08 = (1 + \alpha_{1 \text{ мес}})^6$$

$$\alpha_{1 \text{ мес}} = \sqrt[6]{I_{\text{инф 6 мес}}} - 1 = \sqrt[6]{1,08} - 1 = 0,0129 \rightarrow 1,2\%$$



Задача 5

Период начисления 3 года, ожидаемый ежемесячный уровень инфляции 0,5%. Под какую минимальную ставку ссудного процента нужно инвестировать, чтобы обеспечить реальную доходность 10% годовых?



Задача 5

$$S = P(1 + i)^n$$

$$I_{\text{инф}} = \frac{S_\alpha}{S} \rightarrow S_\alpha = S * I_{\text{инф}}$$

$$\begin{cases} S_\alpha = S * I_{\text{инф}} = P(1 + i)^n(1 + \alpha) \\ S_\alpha = P(1 + i_\alpha)^n \end{cases}$$

$$P(1 + i_\alpha)^n = P(1 + i)^n(1 + \alpha)$$

$$i_\alpha = (1 + i) \sqrt[n]{(1 + \alpha)} - 1$$



Задача 5

Дано:

$$\alpha_{\text{мес}} = 0,005$$

$$n = 3 \text{ года}$$

$$i = 0,1$$

$$i_{\alpha} = ?$$



Задача 5

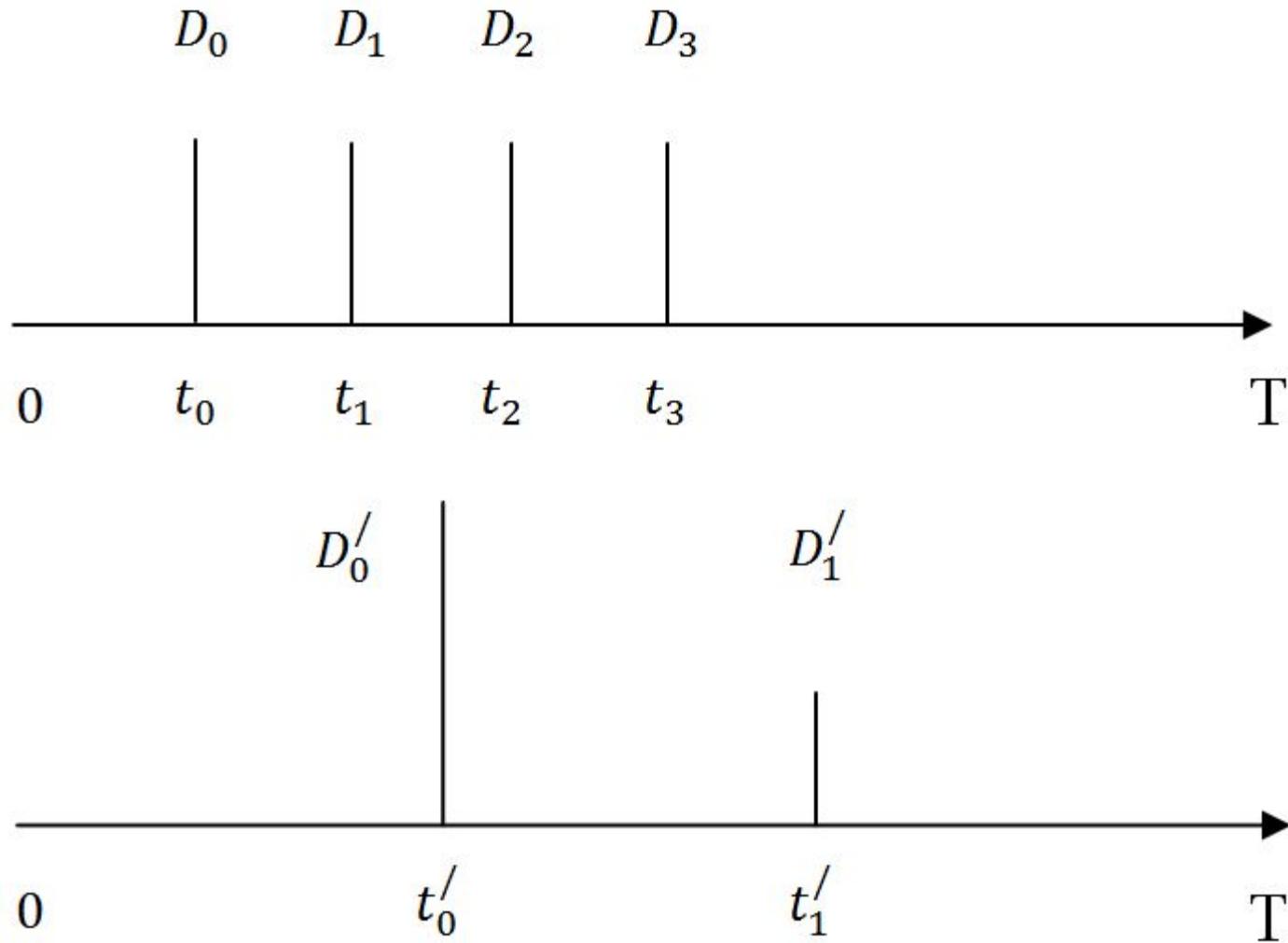
$$\begin{aligned}i_{\alpha} &= (1 + i) \sqrt[n]{(1 + \alpha)} - 1 = (1 + i) \sqrt[3]{(1 + \alpha_{\text{мес}})^{36}} - 1 = \\&= (1 + i) \sqrt[3]{(1 + \alpha_{\text{мес}})^{36}} - 1 = (1 + 0.1) \sqrt[3]{(1 + 0.005)^{36}} - 1 = \\&= 0.1678 \rightarrow 16.78\%\end{aligned}$$



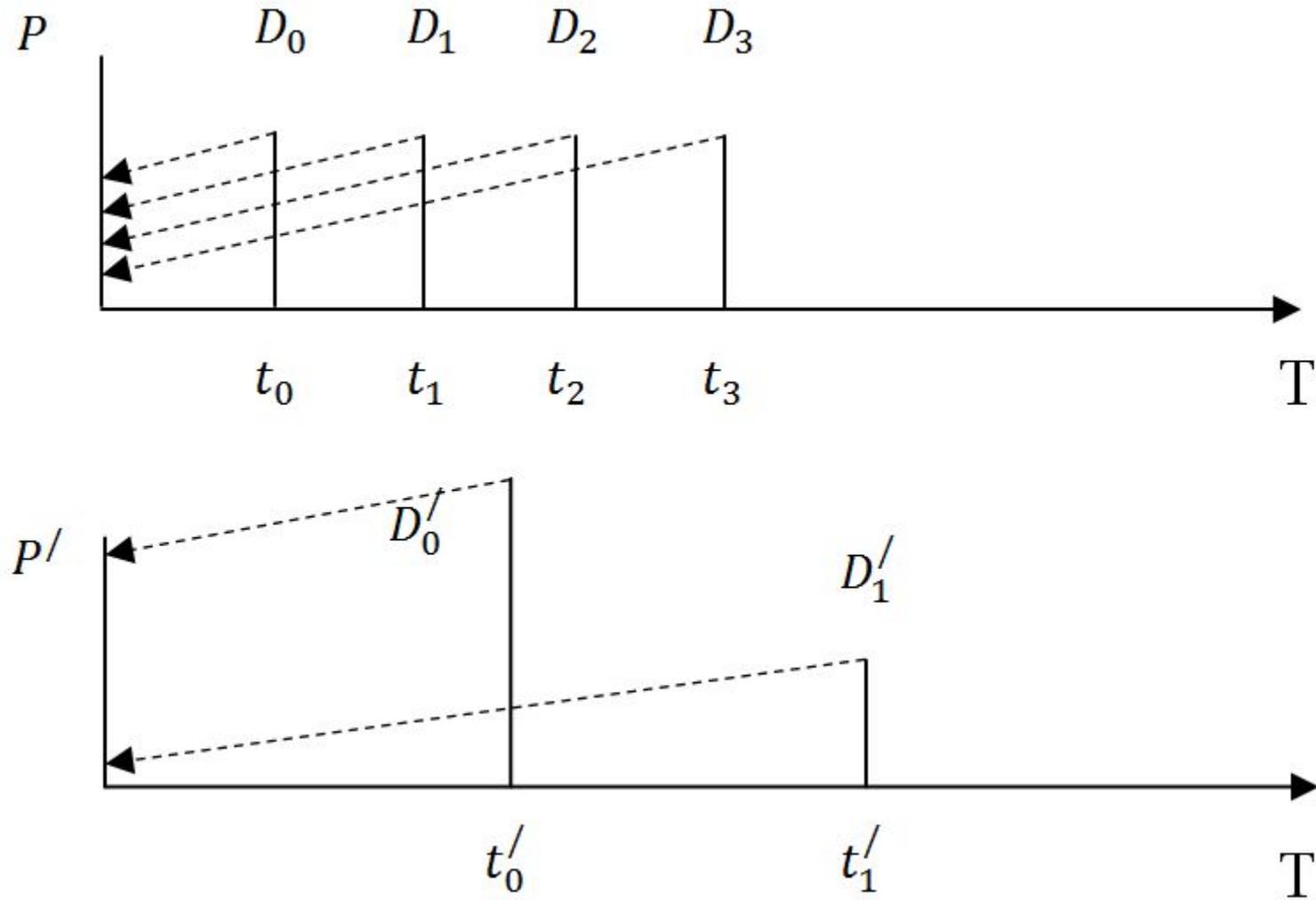
Задача 6

Суммы в размере 13 и 18 у.е. должны быть выплачены через 3 месяца и 7 месяцев соответственно. Стороны согласились заменить их одним платежом в 30 у.е. Определить срок заменяющего платежа, если условия кредита 20% годовых.

Когда эти платежи можно считать эквивалентными?

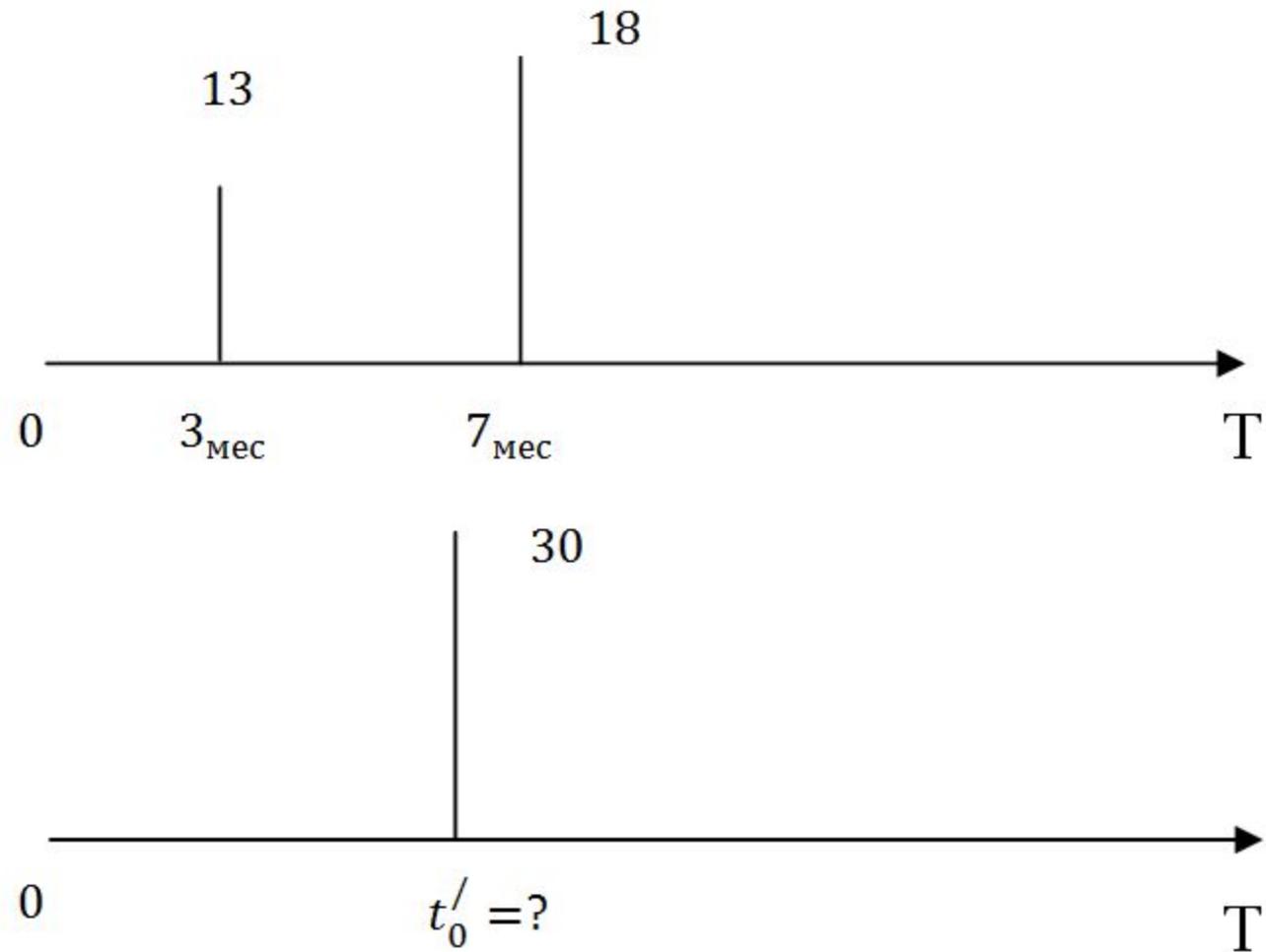


Когда эти платежи можно считать эквивалентными?

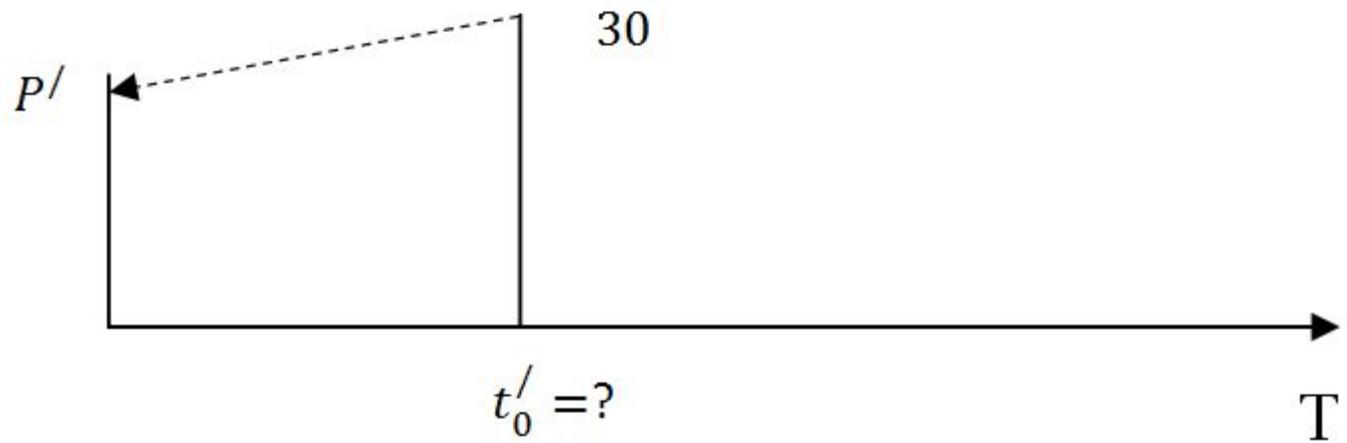
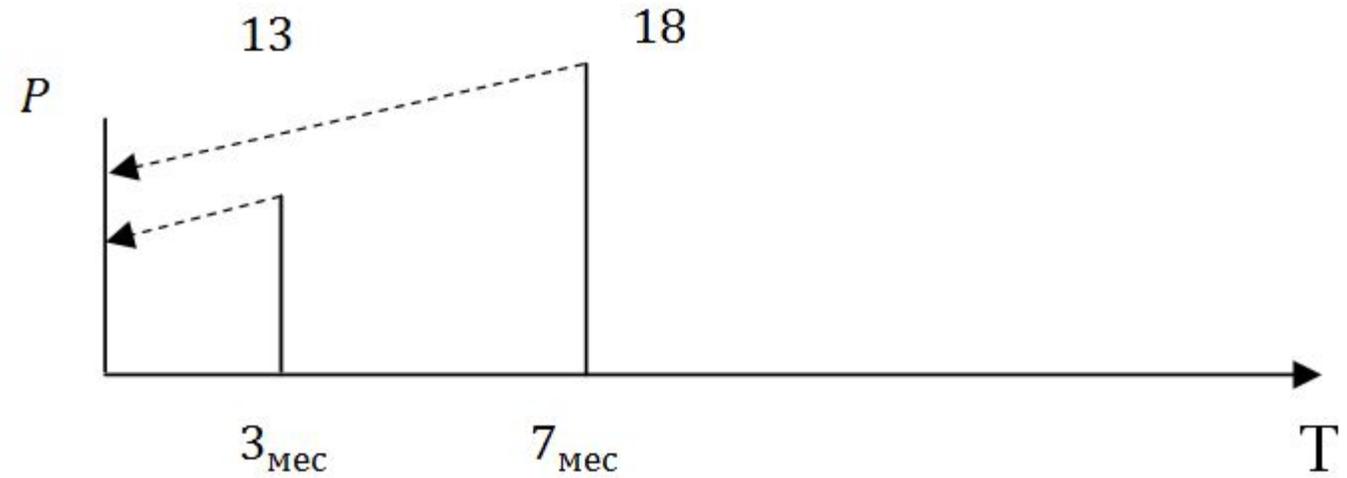
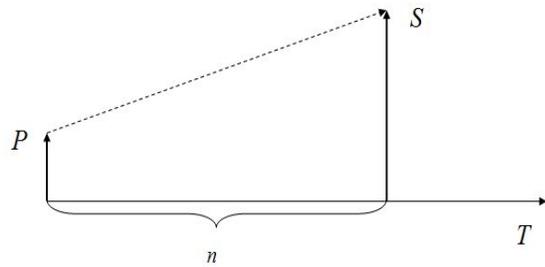


Задача 6

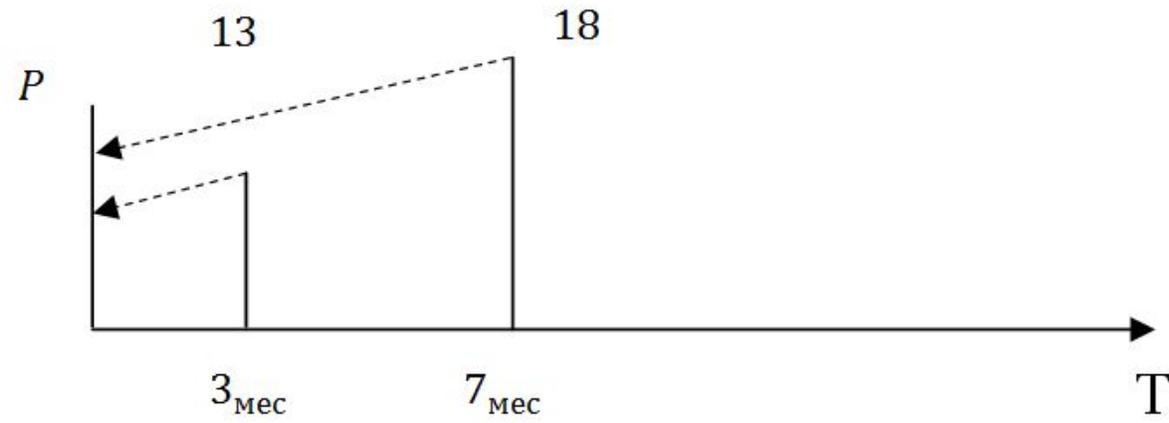
Дано:



Задача 6

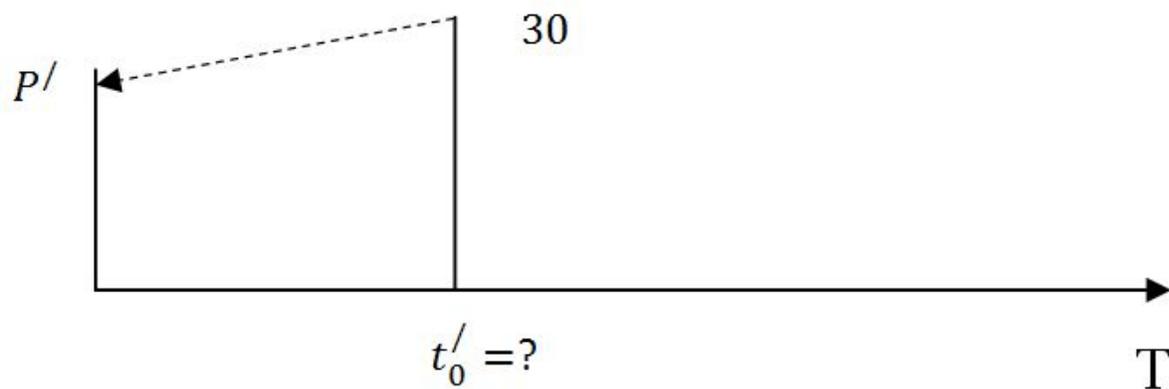


Задача 6



$$S = P(1 + in)$$

$$P = \frac{S}{1 + in}$$



$$P/ = P_1 + P_2 = \frac{13}{1 + 0.2 * \frac{3}{12}} + \frac{18}{1 + 0.2 * \frac{7}{12}} = 28.5$$

$$n/ = \frac{S/ - P/}{iP/} = \frac{30 - 28.5}{0.2 * 28.5} = 0.26 \text{ года} \rightarrow 3,15 \text{ мес.}$$

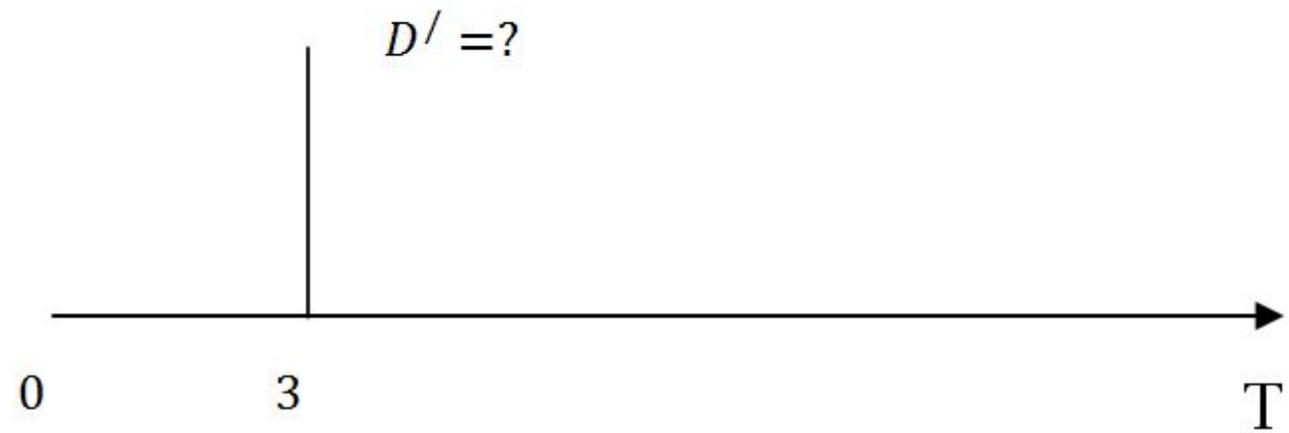
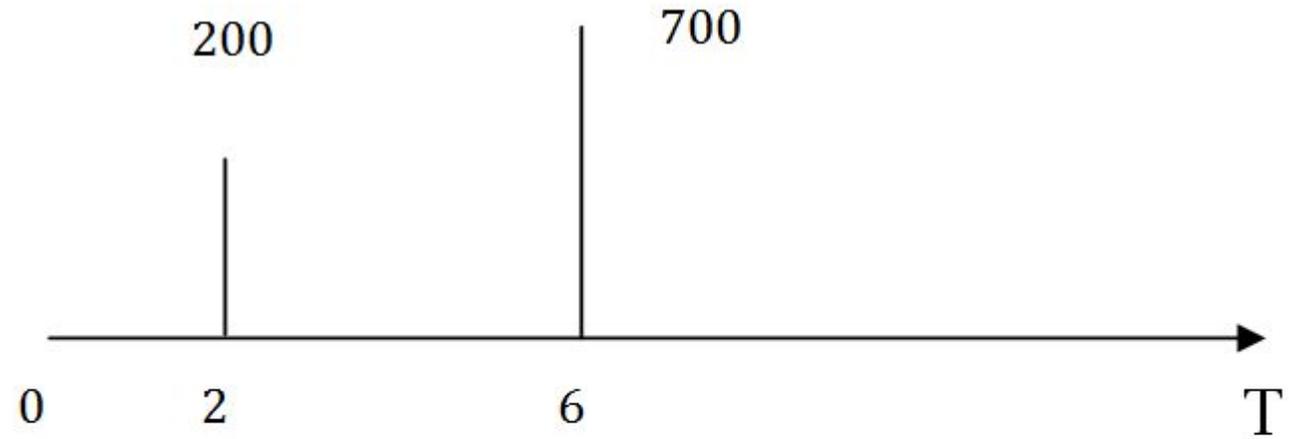


Задача 7

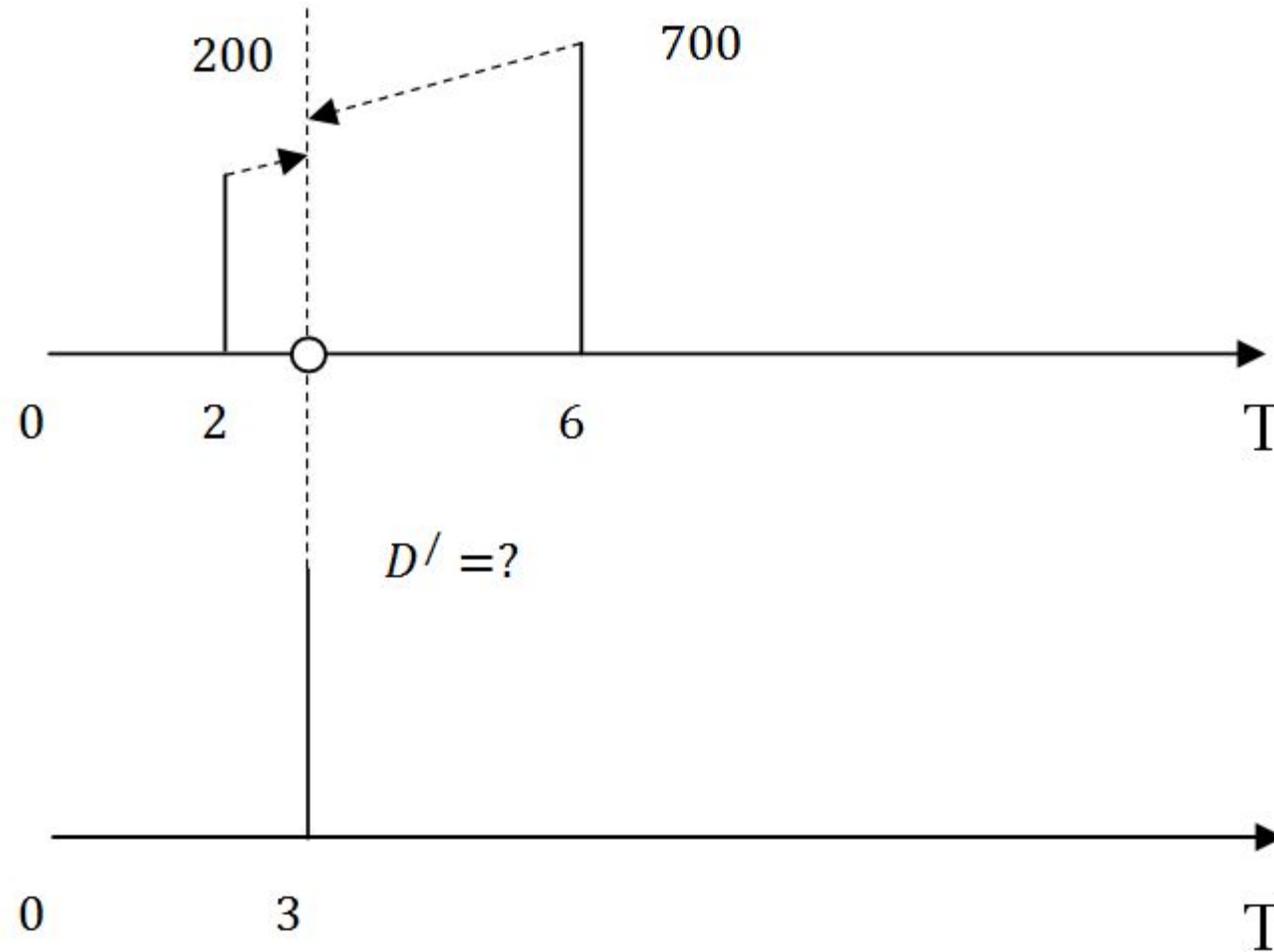
По договору платежи в размере 200 и 700 евро должны состояться через 2 года и 6 лет соответственно. Определить размер заменяющего платежа через 3 года, если условия контракта 20% годовых.

Задача 7

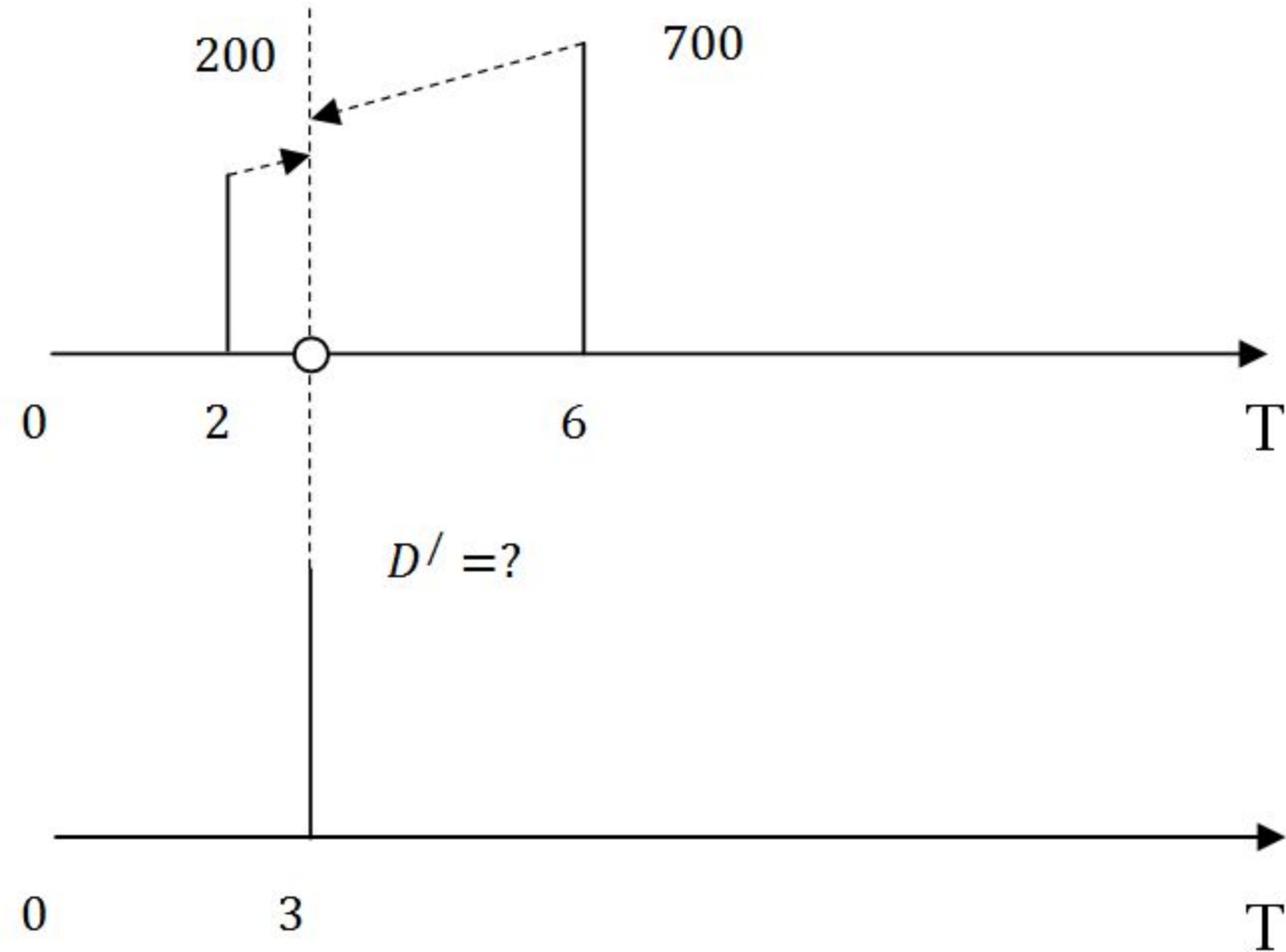
Дано:



Задача 7



Задача 7



$$S = P(1 + i)^n$$

$$D' = 200(1 + 0.2)^1 + \frac{700}{(1+0.2)^3} = 645 \text{ евро}$$



Задача 8

Обязательство в 1800 евро должно быть погашено через 10 месяцев. В счет выплаты долга через 6 месяцев поступило 900 евро. Определить остаток долга, если на него начисляются проценты по ставке 20% годовых. (актуарным методом и правилом торговца).

Задача 8

Дано:

$$P_1 = 1800$$

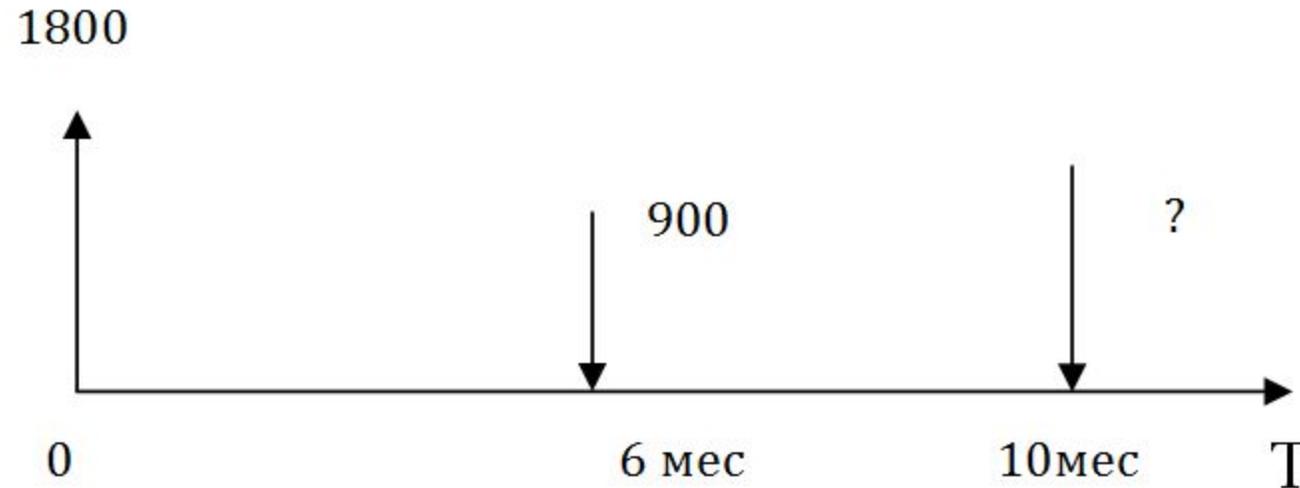
$$R_1 = 900$$

$$i = 0.2$$

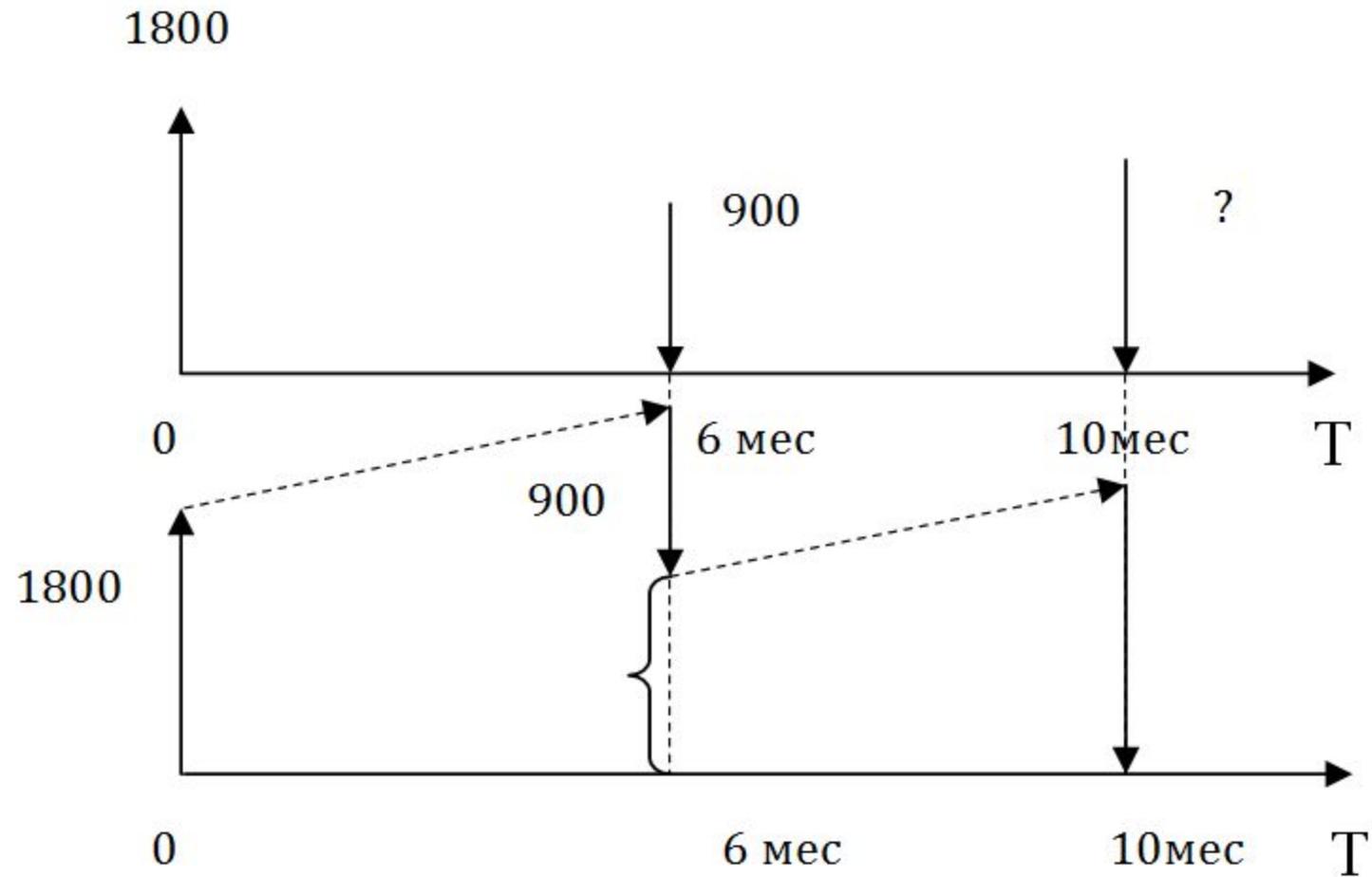
$$t_1 = 6 \text{ мес}$$

$$t_2 = 10 \text{ мес}$$

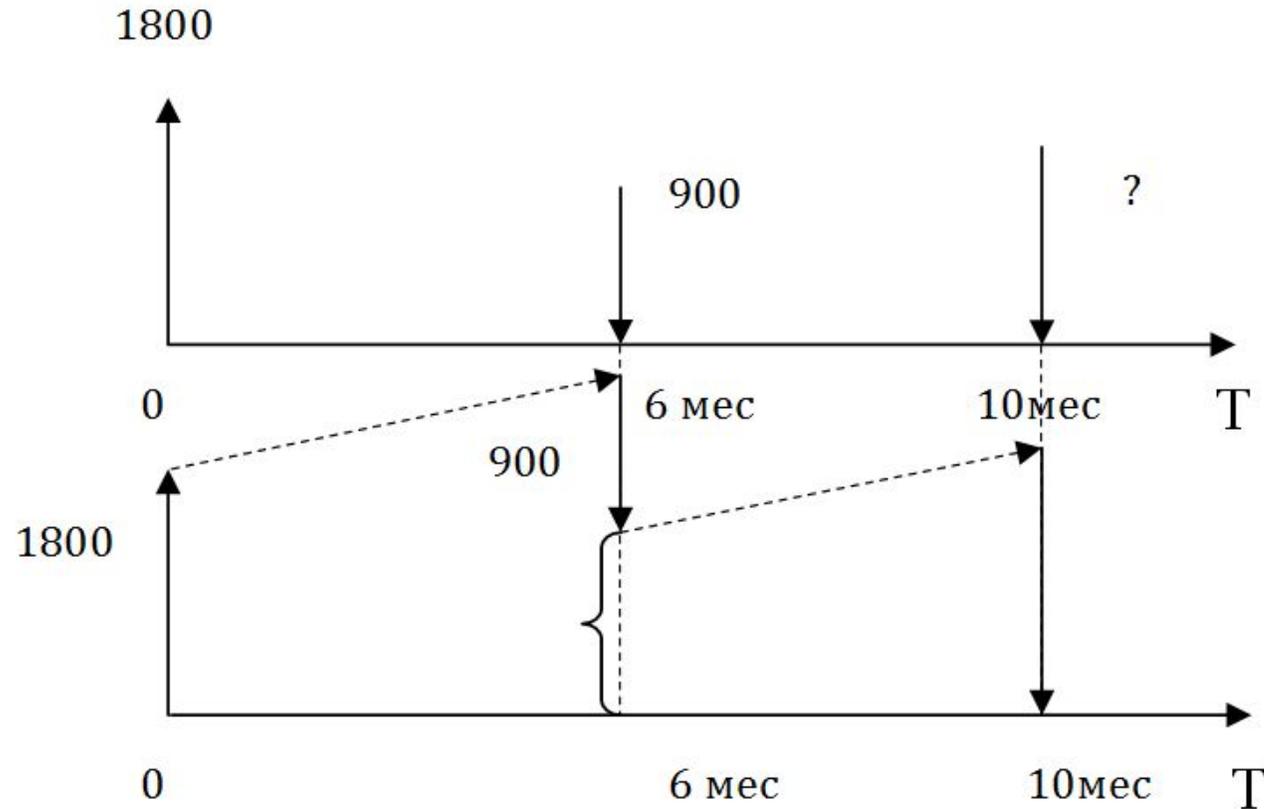
$$R_2 = ?$$



Задача 8



Задача 8



$$S = P(1 + in)$$

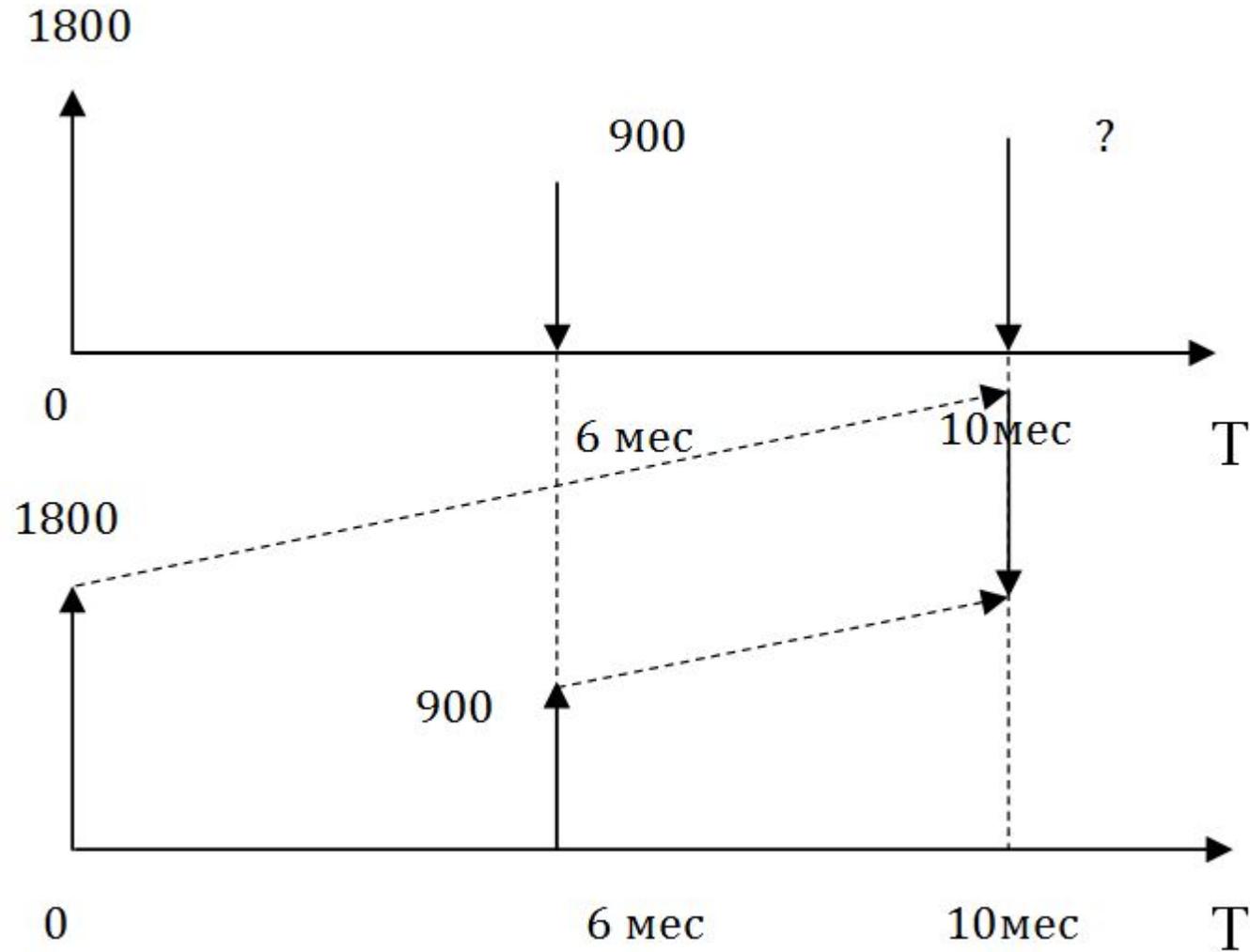
$$S_1 = 1800 \left(1 + 0,2 * \frac{6}{12} \right) = 1980$$

$$I = 1980 - 1800 = 180 < R_1 = 900$$

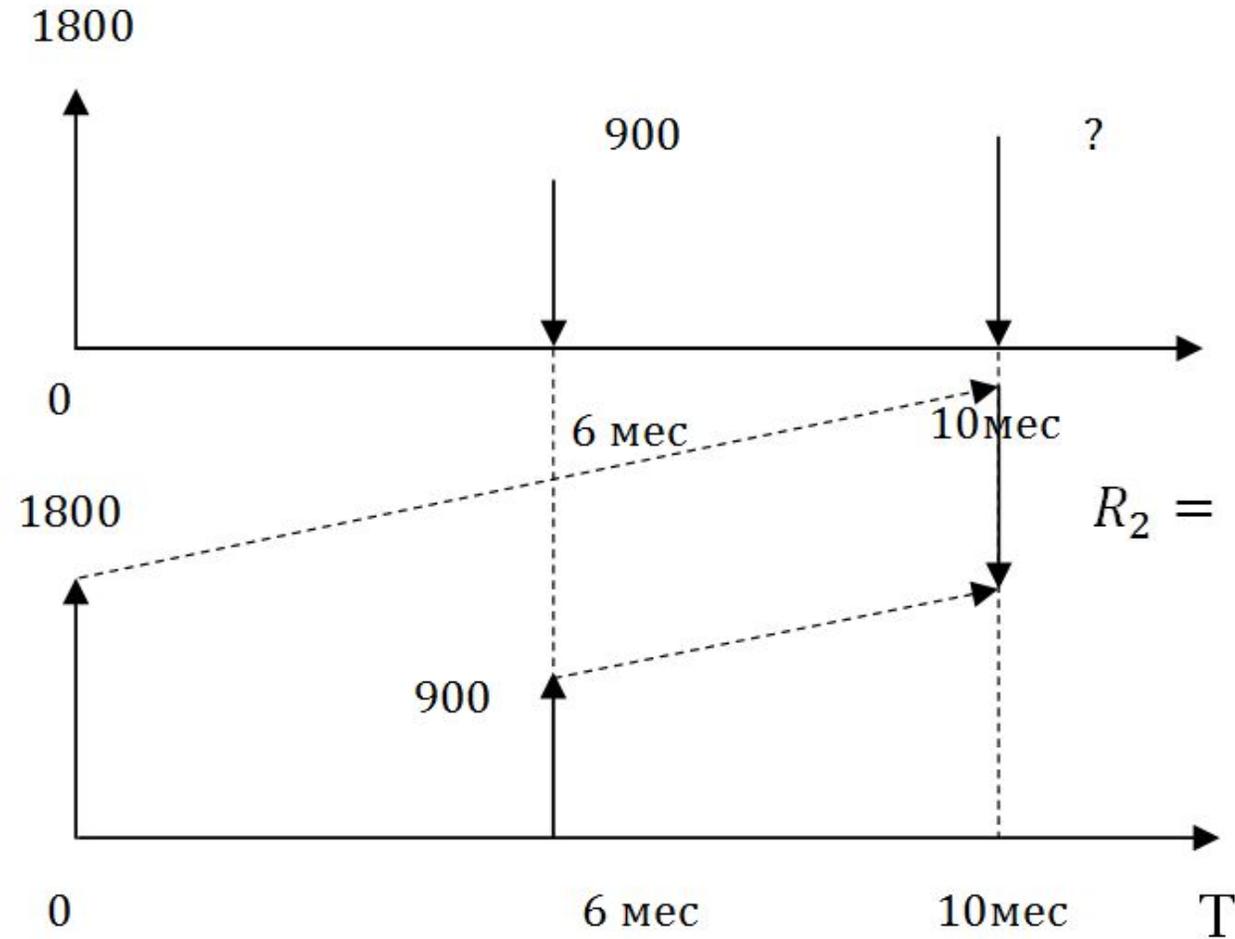
$$P_2 = 1980 - 900 = 1080$$

$$S_2 = 1080 \left(1 + 0,2 * \frac{4}{12} \right) = 1152 = R_2$$

Задача 8



Задача 8



$$R_2 = 1800 \left(1 + 0.2 * \frac{10}{12} \right) - 900 \left(1 + 0.2 * \frac{4}{12} \right) = 1140$$

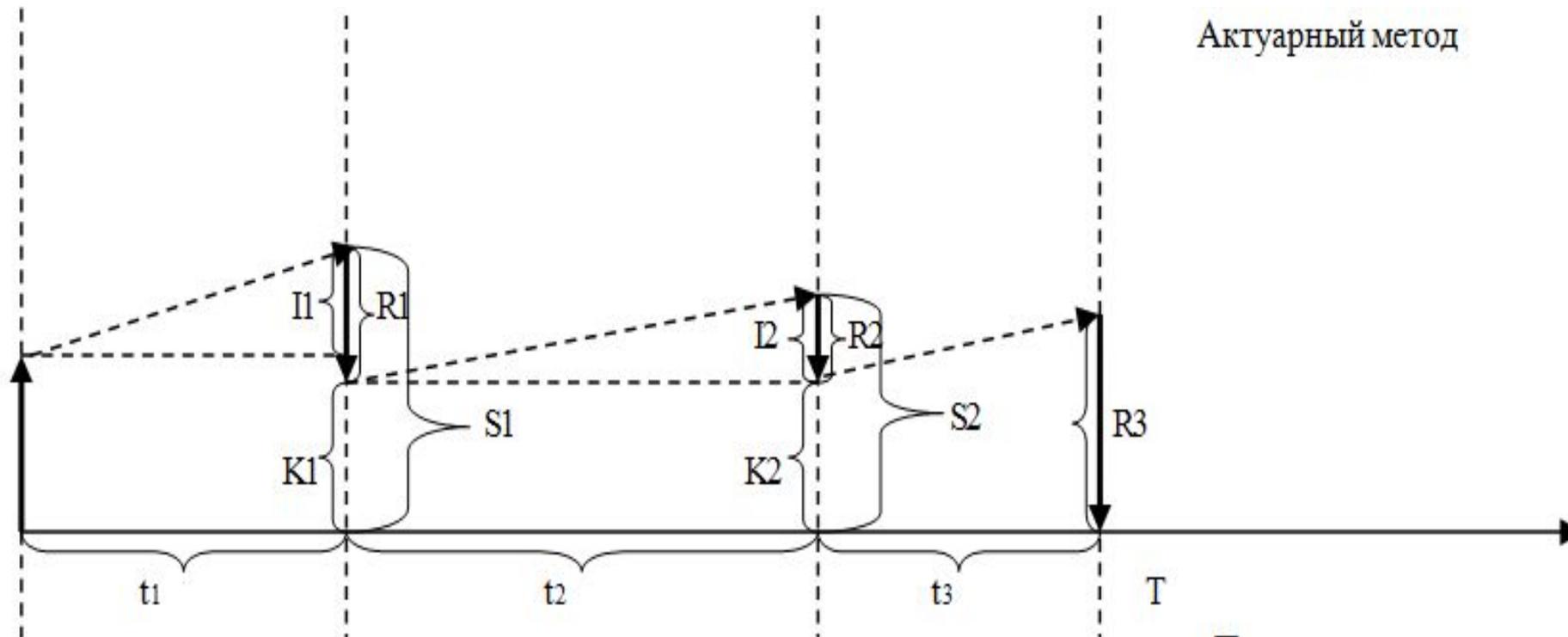


Актуарный метод

$$K_1 = P(1 + t_1 i) - R_1, \text{ если } I_1 \leq R_1$$

$$K_2 = K_1(1 + t_2 i) - R_2, \text{ если } I_2 \leq R_2$$

$$K_2(1 + t_3 i) - R_3 = 0, \text{ т.е. } R_3 = K_2(1 + t_3 i)$$



Правило торговца

$$R_3 = P(1 + t_1 i) - R_1(1 + t_2 i) - R_2(1 + t_3 i)$$

