



АРИФМЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ СЮЖЕТНЫХ ЗАДАЧ



АРИФМЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД

- Решить задачу арифметическим методом значит найти ответ на требование задачи посредством выполнения арифметических действий над числами.
- Одну и ту же задачу во многих случаях можно решить различными арифметическими способами. Задача считается решенной различными способами, если её решения отличаются связями между данными и положенными в основу решений, последовательностью использования этих связей.

1. Способ решения «от требования».

Задача 14.1

Ученик задумал число. Если его умножить на 4, а к произведению прибавить 8 и полученную сумму разделить на 2, то получается 10. Какое число задумал ученик?

Решение. С помощью вопросов вернемся «по цепочке» к началу задачи. Какое число было до того, как произвели деление на 2? $10 \cdot 2 = 20$. Каким было произведение до того, как к нему прибавили 8? $20 - 8 = 12$. Чему равен первый множитель, если второй множитель равен 4, а произведение — 12? $12 : 4 = 3$.

2. Способ исключения неизвестного.

У этого способа решения задач есть несколько основных приемов. Следует помнить, что при решении задач способом исключения неизвестного большое значение имеет правильно сделанная краткая запись условия.

2.1. Сравнение двух условий вычитанием.

Задача 14.2

Ученик за 3 общие тетради и 2 карандаша уплатил 66 руб. Другой ученик за такие же 5 тетрадей и 2 карандаша уплатил 106 руб. Сколько стоит общая тетрадь и сколько стоит карандаш?

Решение. Краткая запись условия этой задачи может быть такой:

| | | |
|------|--------|----------|
| 5 т. | 2 кар. | 106 руб. |
| 3 т. | 2 кар. | 66 руб. |

Сравнив данные в этих двух строчках, приходим к выводу, что разница в стоимости покупок возникла из-за разного количества тетрадей в покупках. Таким образом, можно узнать, сколько стоит одна тетрадь:

- 1) $106 - 66 = 40$ (руб.) — стоимость двух общих тетрадей;
- 2) $40 : 2 = 20$ (руб.) — цена одной общей тетради;
- 3) $20 \cdot 3 = 60$ (руб.) — стоимость трех тетрадей;
- 4) $66 - 60 = 6$ (руб.) — стоимость двух карандашей;
- 5) $6 : 2 = 3$ (руб.) — цена одного карандаша.

2.2. Замена одного неизвестного другим.

Задача 14.3

Смесь печенья, состоящая из 9 кг I сорта, 11 кг II сорта и 7 кг III сорта, стоит 3460 руб. Сколько стоит килограмм каждого сорта печенья, если 1 кг I сорта дороже на 40 руб. 1 кг II сорта и на 60 руб. 1 кг III сорта?

Решение. Предположим, что мы купили печенье только III сорта, тогда

$$(60 \cdot 9) + (20 \cdot 11) = 760 \text{ (руб.)}$$

— на столько уменьшится стоимость покупки, если заменить печенье I и II сортов печеньем III сорта.

$$(3460 - 760) : (9 + 11 + 7) = 100 \text{ (руб.)}$$

стоит 1 кг печенья III сорта, отсюда найдем цену печенья II и I сортов.

$$10 + 6 = 16 \text{ (руб.)}, 16 - 4 = 12 \text{ (руб.)}$$

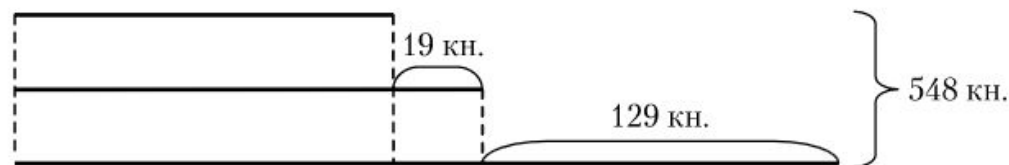
При знакомстве с этим методом можно опустить пояснения некоторых действий и предложить ученикам к записанным действиям написать пояснения. Также можно предложить построить отрезочные диаграммы к условию задачи.

2.3. Уравнивание неизвестных.

Задача 14.4

На трех полках лежит 548 книг, на верхней на 19 книг меньше, чем на средней, на средней на 129 меньше, чем на нижней. Сколько книг лежит на каждой полке?

Решение. Изобразим в виде диаграммы условия задачи:



Из полученной схемы видно, что возможно сделать количество книг на всех полках таким же, как на верхней полке. Для этого потребуется снять с полок: $19 + (129 + 19) = 167$ (кн.).

Тогда на всех трех полках книг станет одинаковое количество (как на верхней). Всего их будет:

1) $548 - 167 = 381$ (кн.);

2) Тогда на верхней полке лежало:

$381 : 3 = 127$ (кн.) и т. д.

Ученикам можно предложить решить эту же задачу, уравнивая количество книг относительно средней полки, относительно нижней полки. Далее попросить выбрать наиболее рациональный способ решения.

2.4. Уравнивание данных.

Задача 14.5

Из 14 м ткани можно сшить 4 мужских и 2 детских пальто. Сколько метров ткани необходимо для пошива одного мужского и одного детского пальто, если из 15 м той же ткани можно сшить 2 мужских и 6 детских пальто?

Решение. Сделаем краткую запись условия задачи:

| | | |
|---------|---------|------|
| 4 м. п. | 2 д. п. | 14 м |
|---------|---------|------|

| | | |
|---------|---------|------|
| 2 м. п. | 6 д. п. | 15 м |
|---------|---------|------|

Сравним эту задачу с задачей 14.2, которую мы уже знаем, как решать.

Чтобы получить из нашей задачи аналогичную, достаточно уравнять какое-либо из данных. Для этого удвоим, например, заказ во втором случае. Получаем:

| | | |
|---------|---------|------|
| 4 м. п. | 2 д. п. | 14 м |
|---------|---------|------|

| | | |
|---------|---------|------|
| 4 м. п. | 8 д. п. | 30 м |
|---------|---------|------|

3. Способ подобия.

Задача 14.6

Расстояние между двумя станциями A и B пассажирский поезд проходит на 45 мин быстрее, чем товарный. Определить расстояние между этими станциями, если известно, что скорость движения пассажирского поезда равна 48 км/ч, а товарного — 36 км/ч.

Решение. Предположим, что расстояние между двумя станциями равно 144 км ($144 = \text{НОК}^1(48; 36)$). Тогда получаем:

1) $144 : 48 = 3$ (ч);

2) $144 : 36 = 4$ (ч);

3) $4 - 3 = 1$ (ч), а по условию разность составляет 45 мин = $\frac{3}{4}$ ч. От-

сюда получаем отношение $1 : \frac{3}{4} = 144 : x$; $x = 108$ (км).

4. Способ нахождения частей.

Задача 14.7

Лодка проплыла по течению реки расстояние между двумя пристанями за 6 ч, а против течения обратный путь она совершила за 8 ч. За сколько времени пройдет расстояние между пристанями плот, пущенный по течению реки?

Решение. Примем путь между пристанями за единицу. Тогда скорость лодки по течению и против течения будет соответственно равна:

$1 : 6 = \frac{1}{6}$ и $1 : 8 = \frac{1}{8}$. Тогда удвоенная скорость течения реки равна:

$\frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$, а скорость течения реки соответственно: $\frac{1}{24} : 2 = \frac{1}{48}$. Сле-

довательно, плот пройдет расстояние между пристанями за 48 ч

$$\left(1 : \frac{1}{48} = 48 \right).$$

Задача 14.8

У Пети три брата. Первый старше его на 3 года, второй моложе его на 3 года, третий моложе Пети втрое. Зато отец втрое старше Пети. Всем вместе 95 лет. Сколько лет каждому?

Решение. Будем искать ответ в предположении, что имеется в виду полное число лет. Из условия задачи следует, что возраст отца есть число, делящееся на 9. Исходя из здравого смысла, начнем рассмотрение с числа 27. Тогда получаем, что отцу — 27 лет, Пете — 9, первому брату — 12 лет, второму брату — 6 лет, третьему брату — 3 года. Всем вместе $27 + 9 + 12 + 3 = 57$ (лет).

Следующий набор будет: 36, 12, 15, 9, 4, но в этом случае сумма равна 76 годам. Предположим, что отцу 45 лет, тогда имеем набор: 45, 15, 18, 12, 5. Проверка показывает, что им всем вместе в этом случае 95 лет, т.е. этот набор чисел является решением задачи. А могут ли быть другие решения? При данном решении мы изменяли количество лет отца, причем уменьшение или увеличение этого числа влечет за собой соответственно уменьшение или увеличение всей суммы. Таким образом, может быть только единственное решение, которое мы и определили методом целенаправленного перебора значений.

Примечание. Можно предложить схему решения этой задачи:

Всего: $6 \cdot 3 + 1 = 19$ (частей).

Возраст младшего брата:

$95 : 19 = 5$ (лет);

$5 \cdot 3 = 15$ (лет) Пете;

$15 - 3 = 12$ (лет) другому младшему брату;

$15 + 3 = 18$ (лет) старшему брату;

$15 \cdot 3 = 45$ (лет) отцу.

Ответ: 45, 15, 18, 12, 5 лет.

5. Подбор и догадка при решении сюжетных задач.

Задача 14.9

Три школьника-товарища купили 14 пирожков, причем Коля купил в 2 раза меньше Вити, а Женя — больше Коли, но меньше Вити. Сколько пирожков купил каждый из товарищей?

Решение. Витя купил больше всех, значит, больше, чем третья часть от 14, т.е. 5 или больше. Кроме того, число его пирожков делится на 2, следовательно, может быть: 6, 8, 10, 12, 14. Пусть Витя купил 6, тогда

Коля — 3, а Женя — 5, что удовлетворяет условию задачи ($6 + 3 + 5 = 14$). Если Витя купит 8, тогда Коля — 4, а Женя — 2, что противоречит условию задачи, поскольку Женя купил больше Коли. Следующие значения количества пирожков для Вити и Коли уже будут превышать 14.