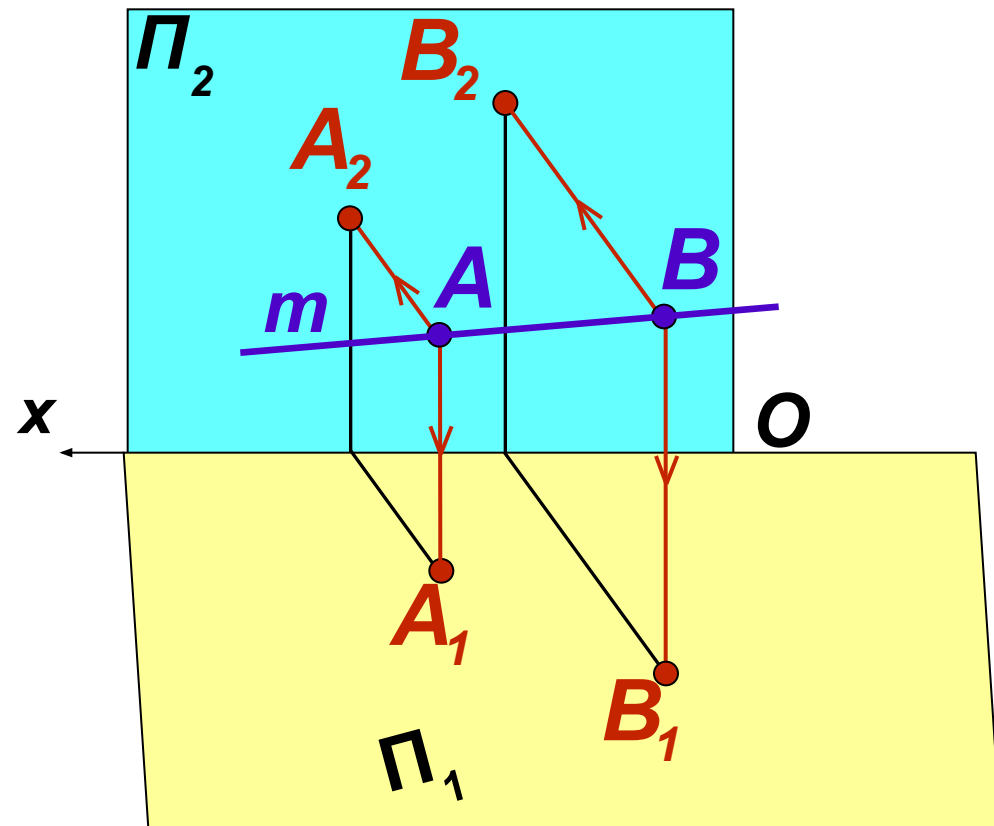


# Лекция 2

## ***Проекции прямой***

# Проекции прямой

## Пространственная картина

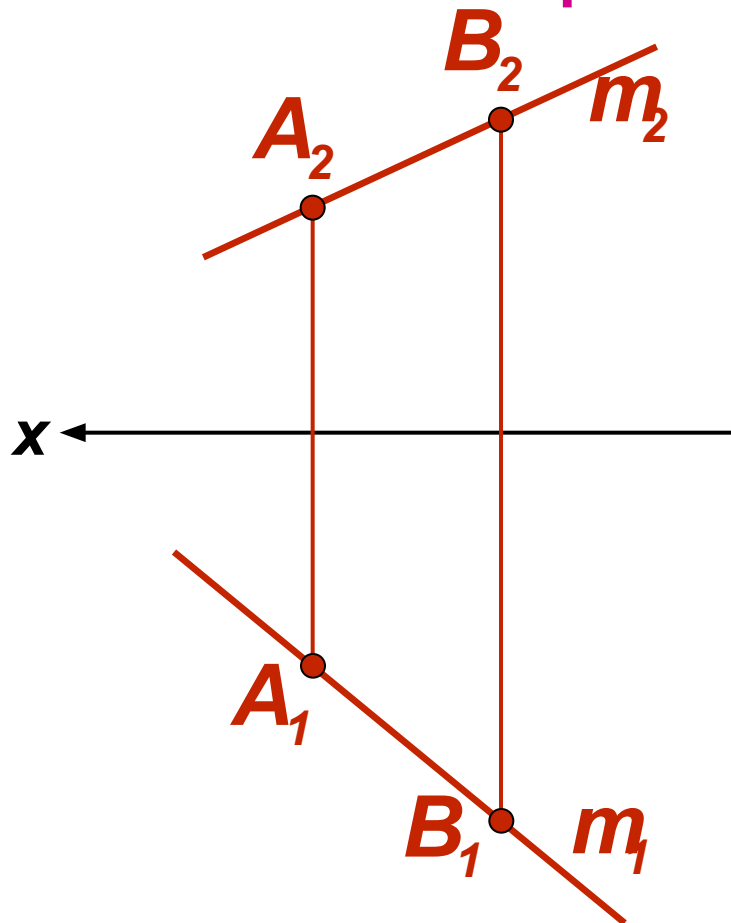
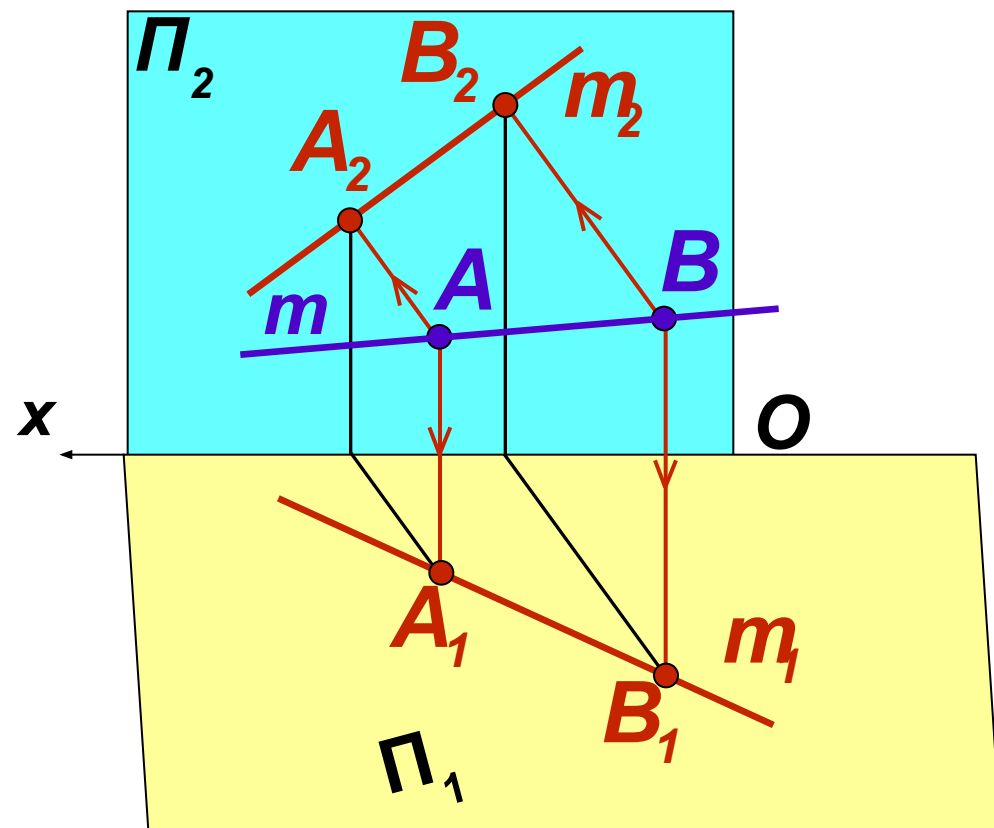


Положение прямой  $m$  в пространстве определяют две произвольные точки  $A$  и  $B$ , лежащие на этой прямой. Это наиболее удобный способ задания прямой. Прямая линия  $m$  считается заданной, если на комплексном чертеже построить проекции двух ее точек  $A$  и  $B$

# Проекции прямой

Пространственная картина

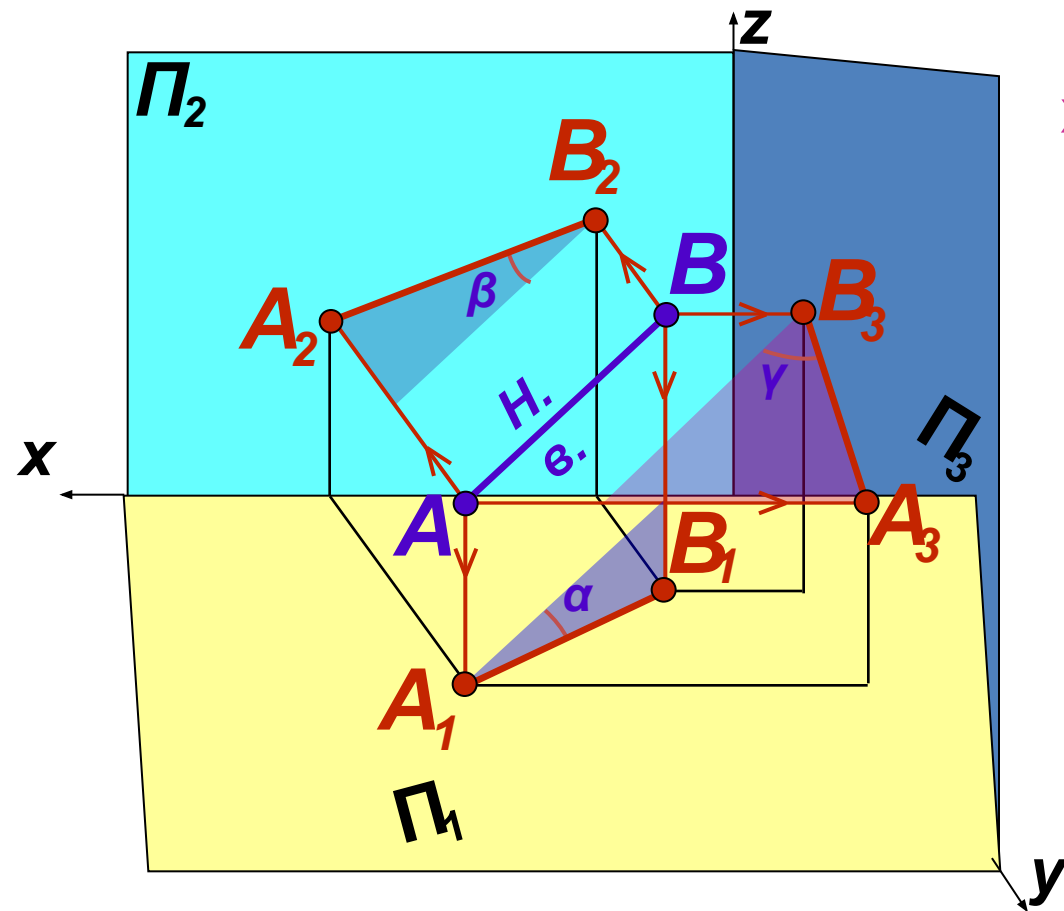
Комплексный чертеж



Проекции прямой  $m$  проходят через пары соответствующих проекций точек: горизонтальная проекция прямой  $m_1$  – через  $A_1$  и  $B_1$ ; фронтальная проекция прямой  $m_2$  – через  $A_2$  и  $B_2$



# Положение прямой относительно плоскостей проекций



Метрические характеристики отрезка:

$н.в.$  – натуральная величина отрезка;

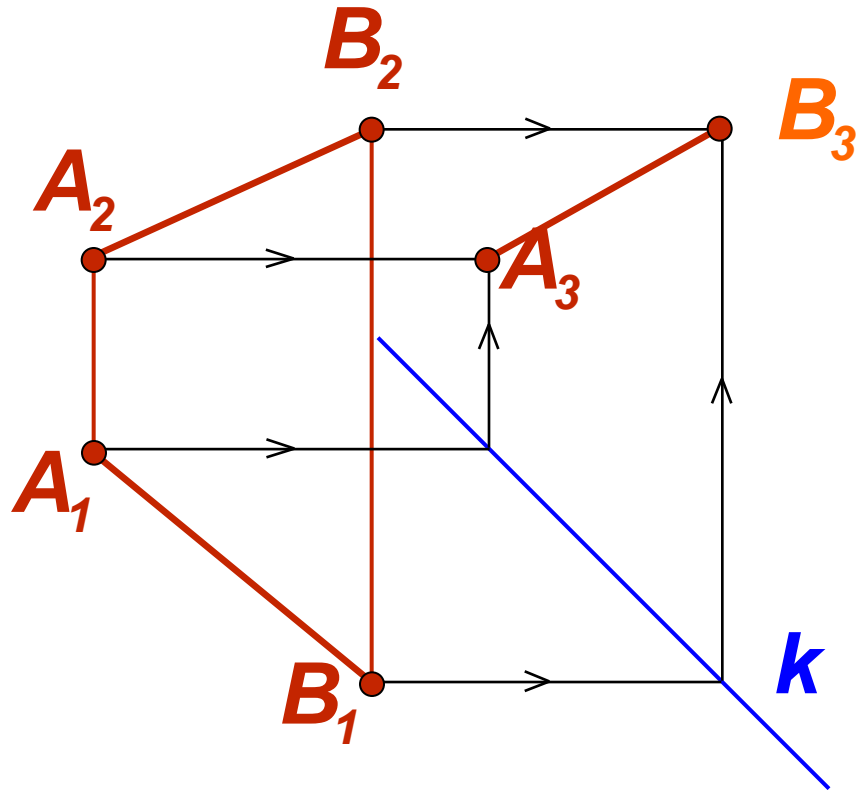
$\alpha$  – угол наклона отрезка к плоскости  $\Pi_1$ ;

$\beta$  – угол наклона отрезка к плоскости  $\Pi_2$ ;

$\gamma$  – угол наклона отрезка к плоскости  $\Pi_3$

# Прямая общего положения

Прямая общего положения наклонена ко всем плоскостям проекций



На чертеже проекции отрезка прямой общего положения имеют искаженные метрические характеристики, ни одна из ее проекций не параллельна осям координат и не перпендикулярна к ним

# Прямые частного положения

Прямая частного положения параллельна или перпендикулярна одной из плоскостей проекций

Прямая, параллельная одной из плоскостей проекций, называется **прямой уровня**:

*Горизонтальная прямая уровня (горизонталь)  $h \parallel \Pi_1$*

*Фронтальная прямая уровня (фронталь)  $f \parallel \Pi_2$*

*Профильная прямая  $p \parallel \Pi_3$*   
Прямая, перпендикулярная одной из плоскостей проекций, называется **проецирующей прямой**:

*Горизонтально проецирующая прямая  $\perp \Pi_1$*

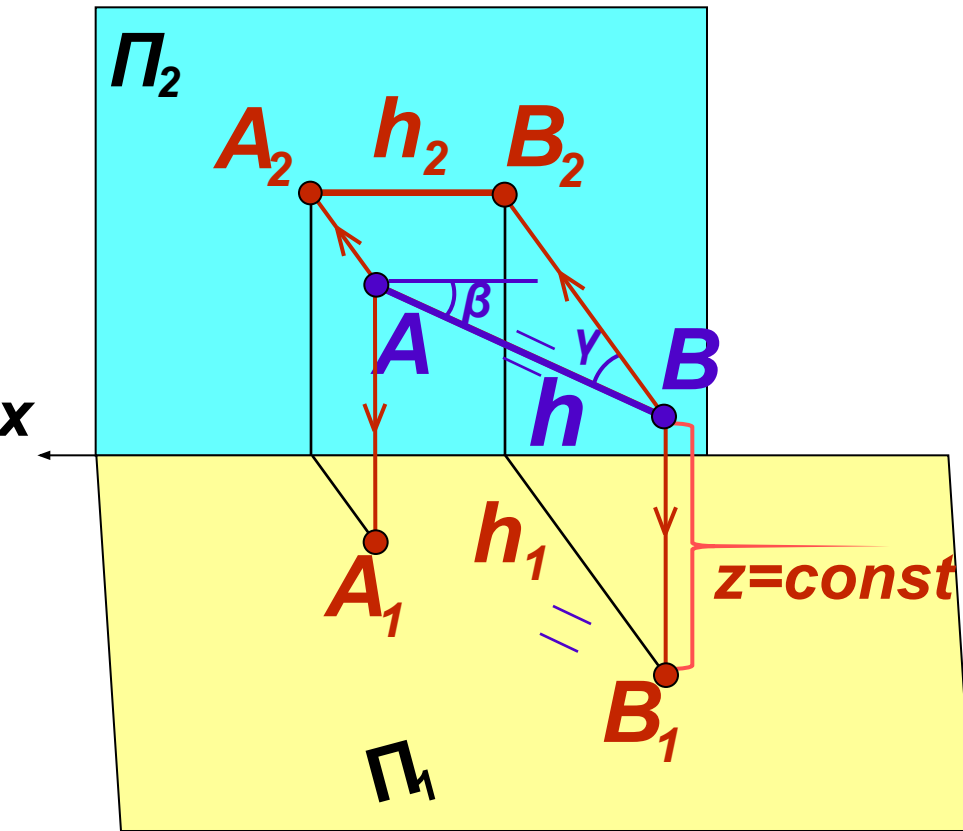
*Фронтально проецирующая прямая  $\perp \Pi_2$*

*Профильно проецирующая прямая  $\perp \Pi_3$*

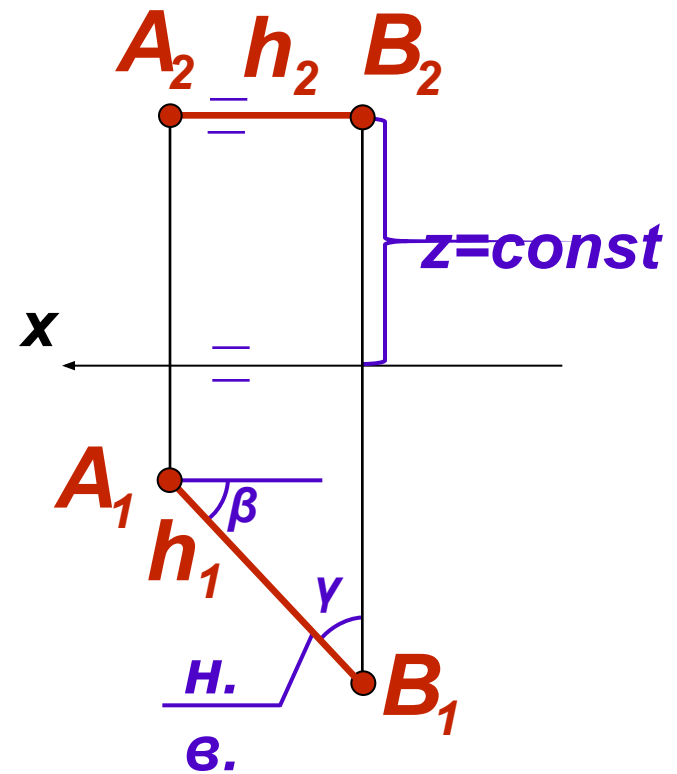
У прямой частного положения на комплексном чертеже определяются натуральные величины каких-либо ее характеристик. Прямая уровня проецируется без искажения на ту плоскость проекций, которой она параллельна. Одна из проекций проецирующей прямой вырождается в точку

# Прямые уровня: горизонталь ( $h \parallel \Pi_1$ )

Пространственная картина



Комплексный чертеж



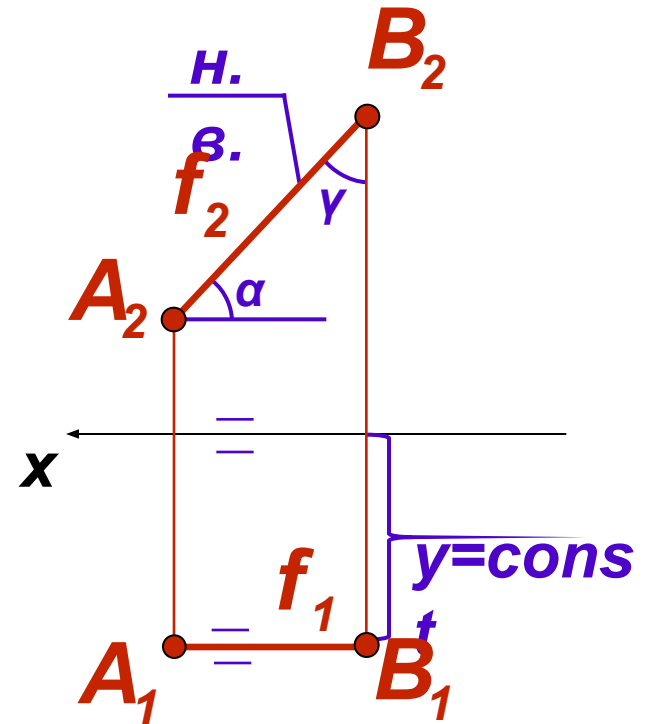
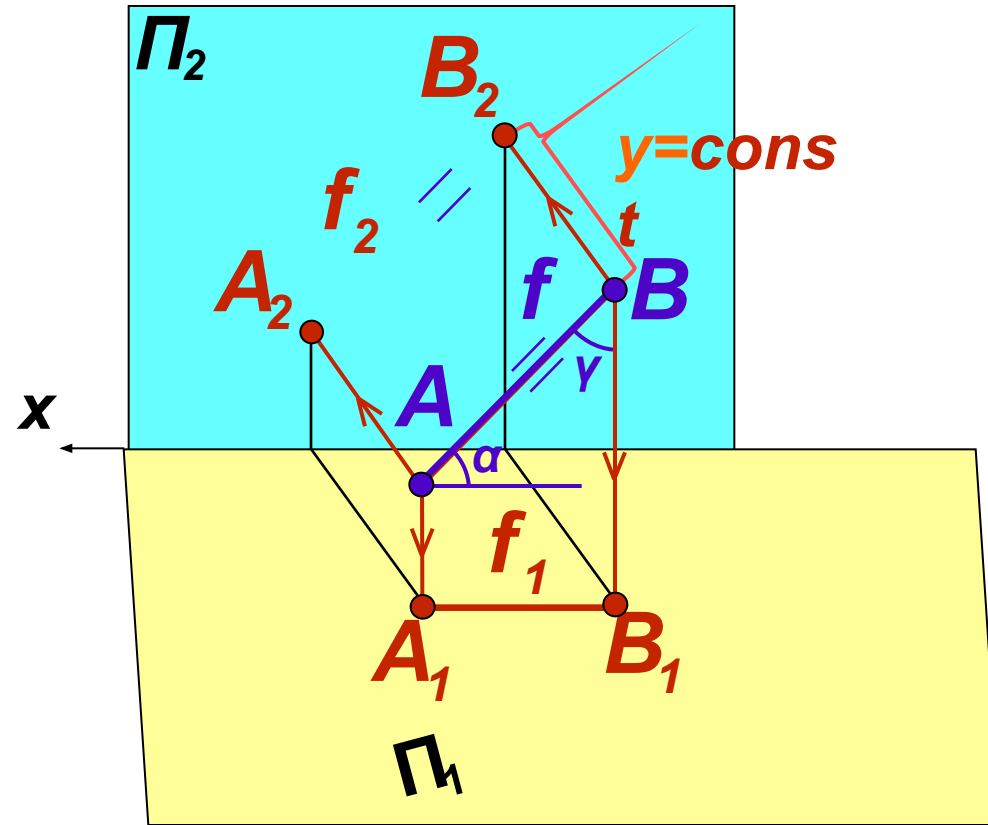
Все точки прямой  $AB$  равноудалены от горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$  и имеют одинаковую аппликату  $z = const$ . Фронтальная проекция горизонтали  $A_2B_2$  параллельна оси  $x$ . Горизонтальная проекция горизонтали  $A_1B_1$ , углы  $\beta$  и  $\gamma$  изображаются в натуральную



# Прямые уровня: фронталь ( $f \parallel \Pi_2$ )

Пространственная картина

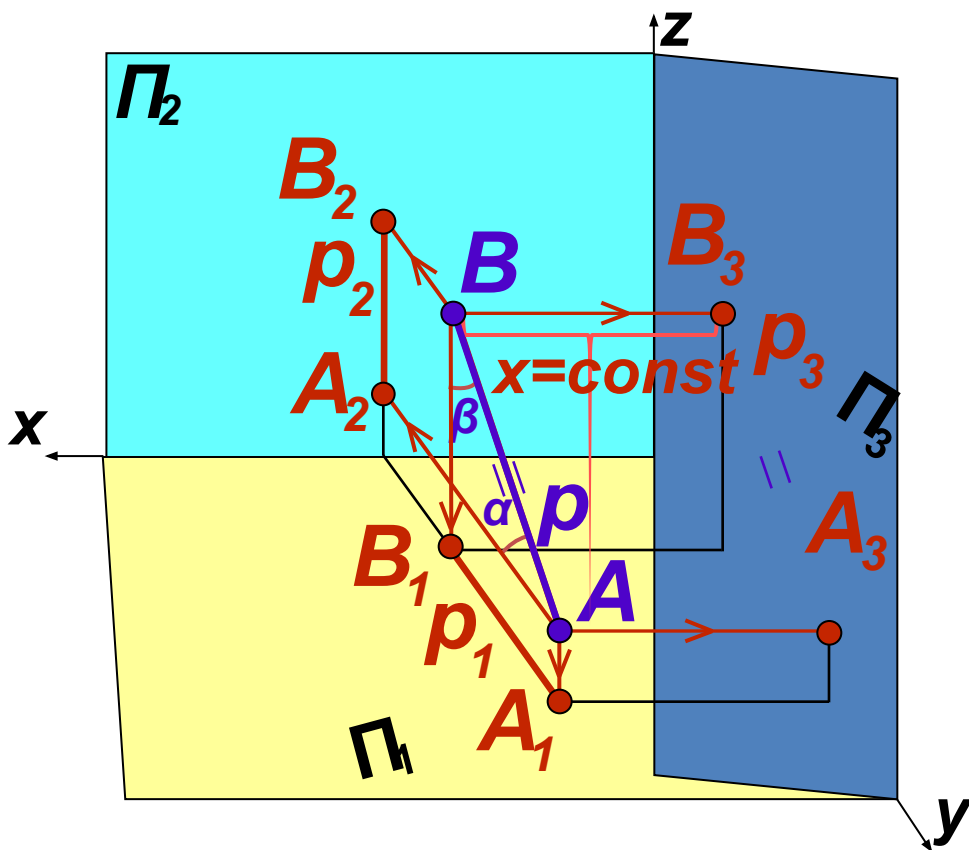
Комплексный чертеж



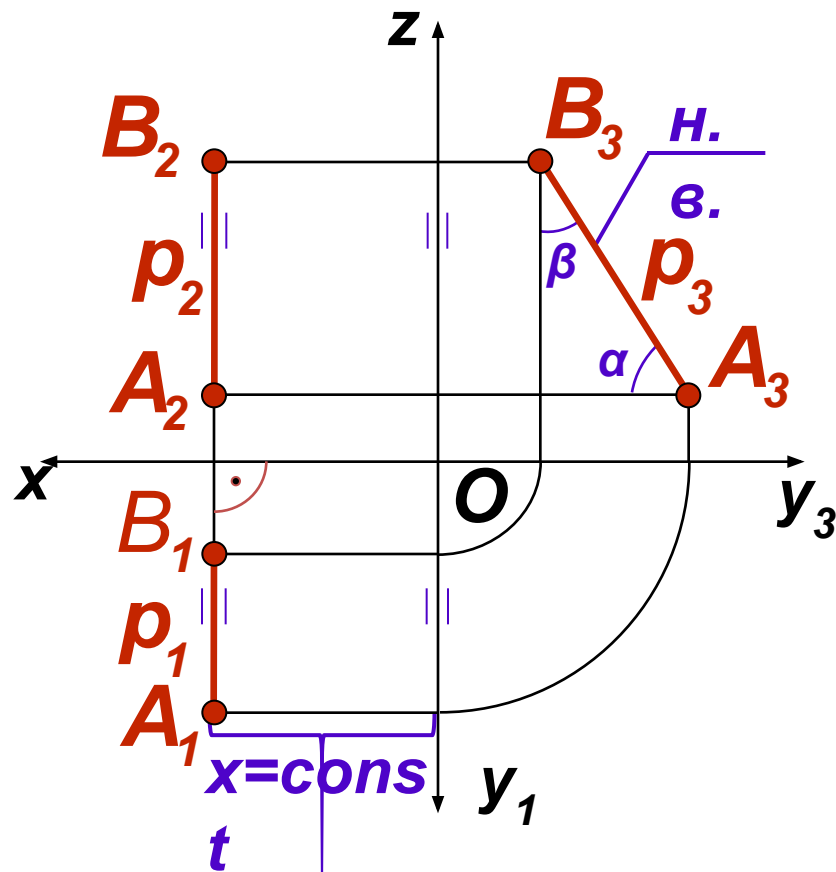
Все точки прямой  $AB$  равноудалены от фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$  и имеют одинаковую координату  $y$  ( $y = const$ ). Горизонтальная проекция фронтали  $A_1B_1$  параллельна оси  $x$ . Фронтальная проекция фронтали  $A_2B_2$ , углы  $\alpha$  и  $\gamma$  изображаются в натуральную величину на  $\Pi_1$ .

# Прямые уровня: профильная прямая ( $p \parallel \Pi_3$ )

Пространственная картина



Комплексный чертеж

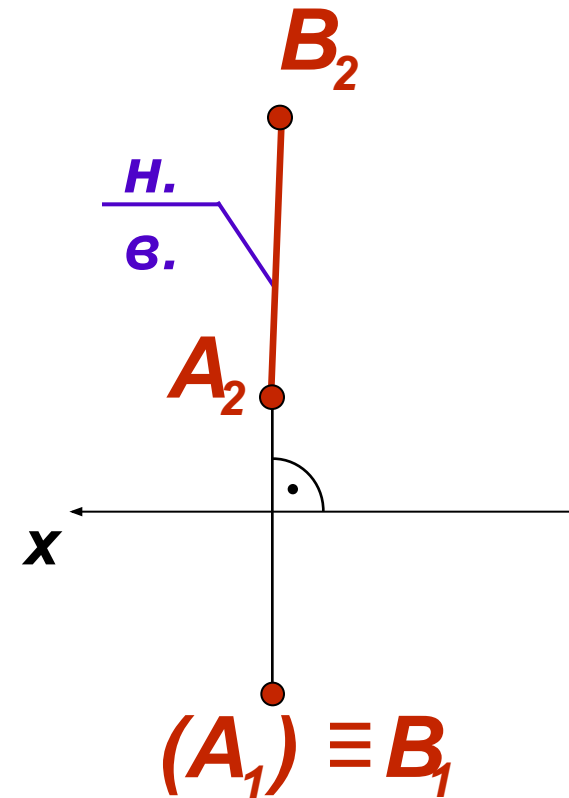
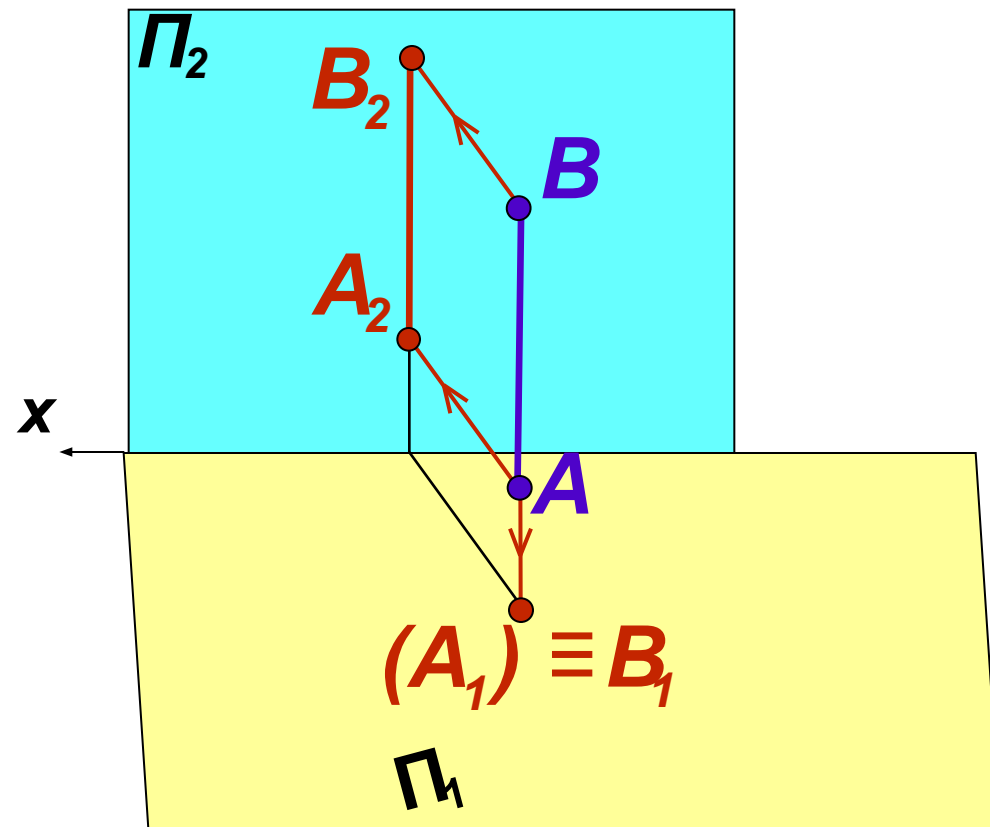


Все точки прямой  $AB$  равноудалены от профильной плоскости проекций  $\Pi_3$  и имеют одинаковую координату  $x$  ( $x = const$ ). Горизонтальная  $A_1B_1$  и фронтальная  $A_2B_2$  проекции прямой перпендикулярны оси  $x$ . Профиль-ная проекция  $A_3B_3$ , углы  $\alpha$  и  $\beta$  имеют натуральную величину

# Горизонтально проецирующая прямая ( $\perp \Pi_1$ )

Пространственная картина

Комплексный чертеж

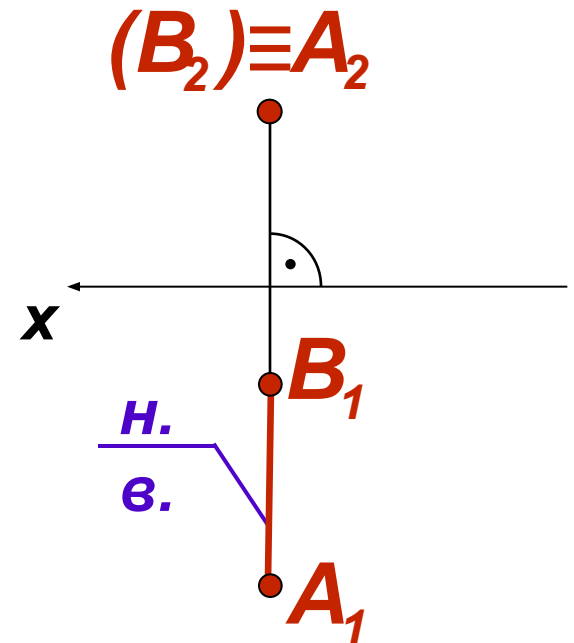
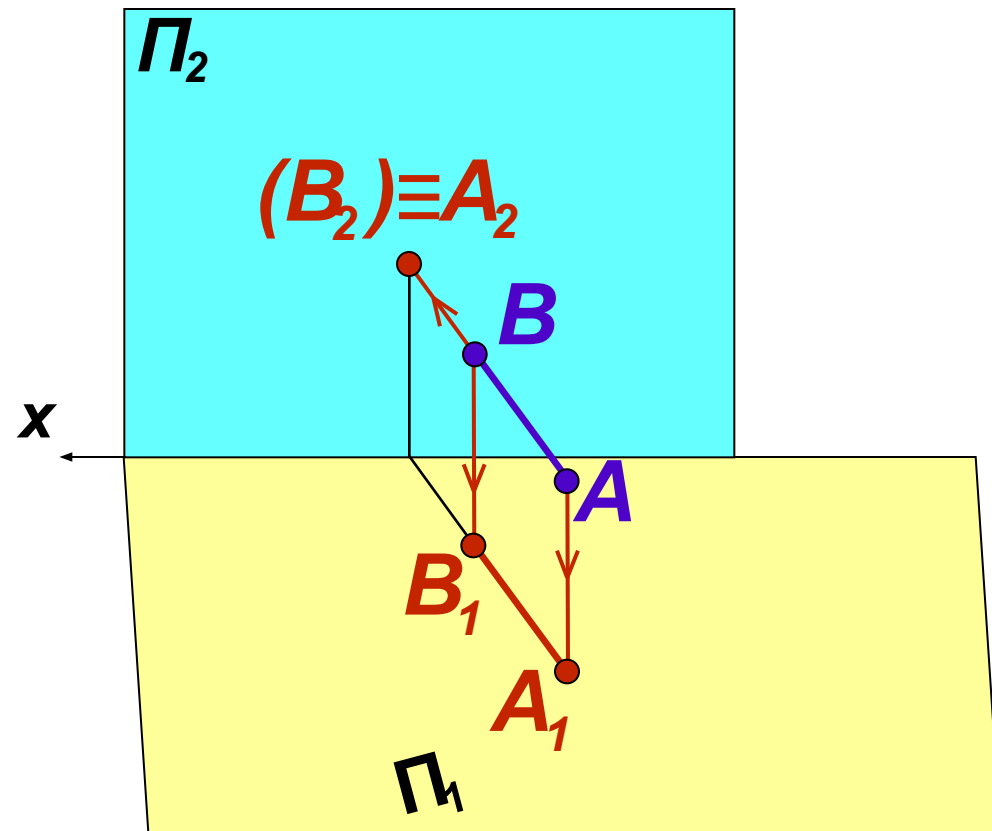


Прямая перпендикулярна  $\Pi_1$ , поэтому ее горизонтальная проекция  $A_1B_1$  вырождается в точку. Относительно  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$  прямая параллельна и изображается на этих плоскостях проекций в натуральную величину. Проекция  $A_2B_2$  перпендикулярна оси координат  $x$

# Фронтально проецирующая прямая ( $\perp \Pi_2$ )

Пространственная картина

Комплексный чертеж

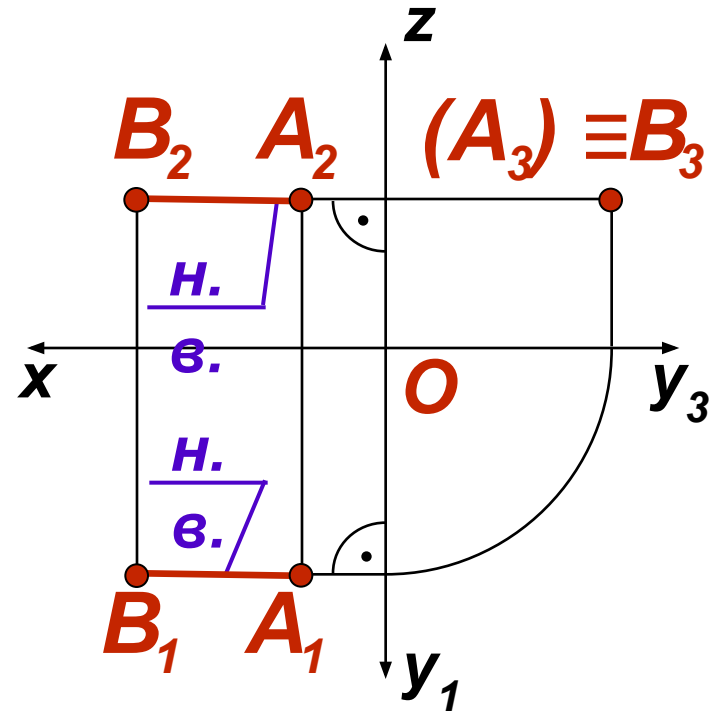
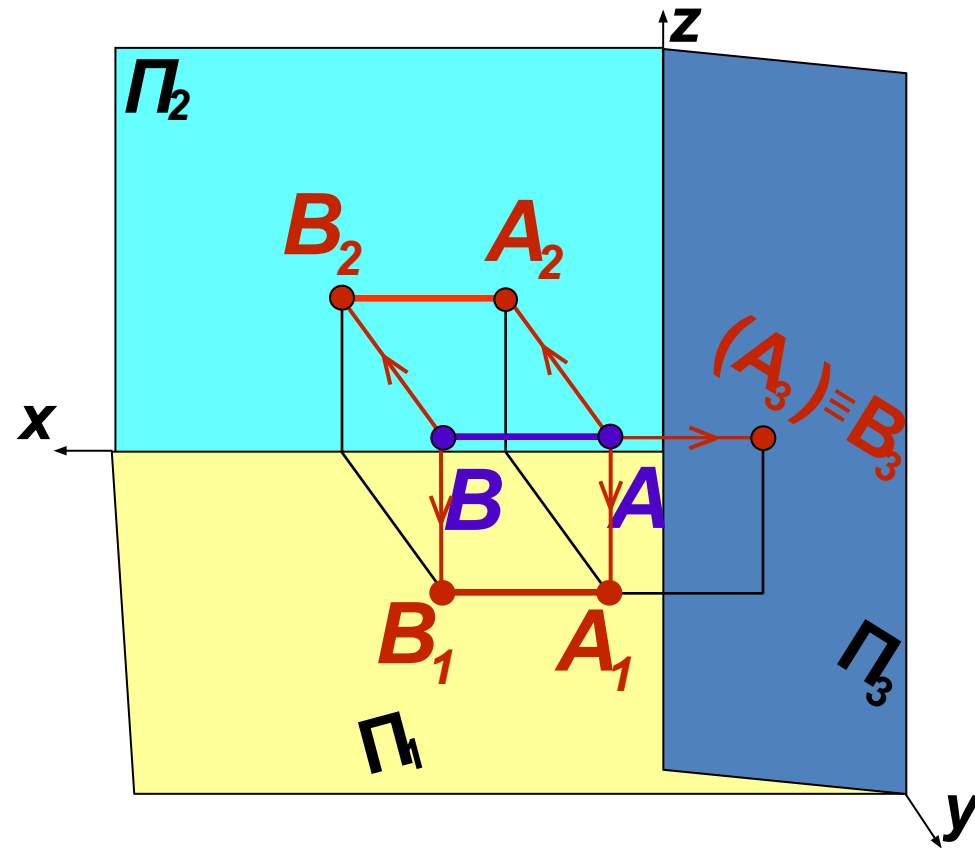


Прямая перпендикулярна фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$  и параллельна  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$ . Фронтальная проекция  $A_2B_2$  вырождается в точку. На  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$  прямая проецируется в натуральную величину. Проекция  $A_1B_1$  перпендикулярна оси координат  $x$

# Профильно проецирующая прямая ( $\perp \Pi_3$ )

Пространственная картина

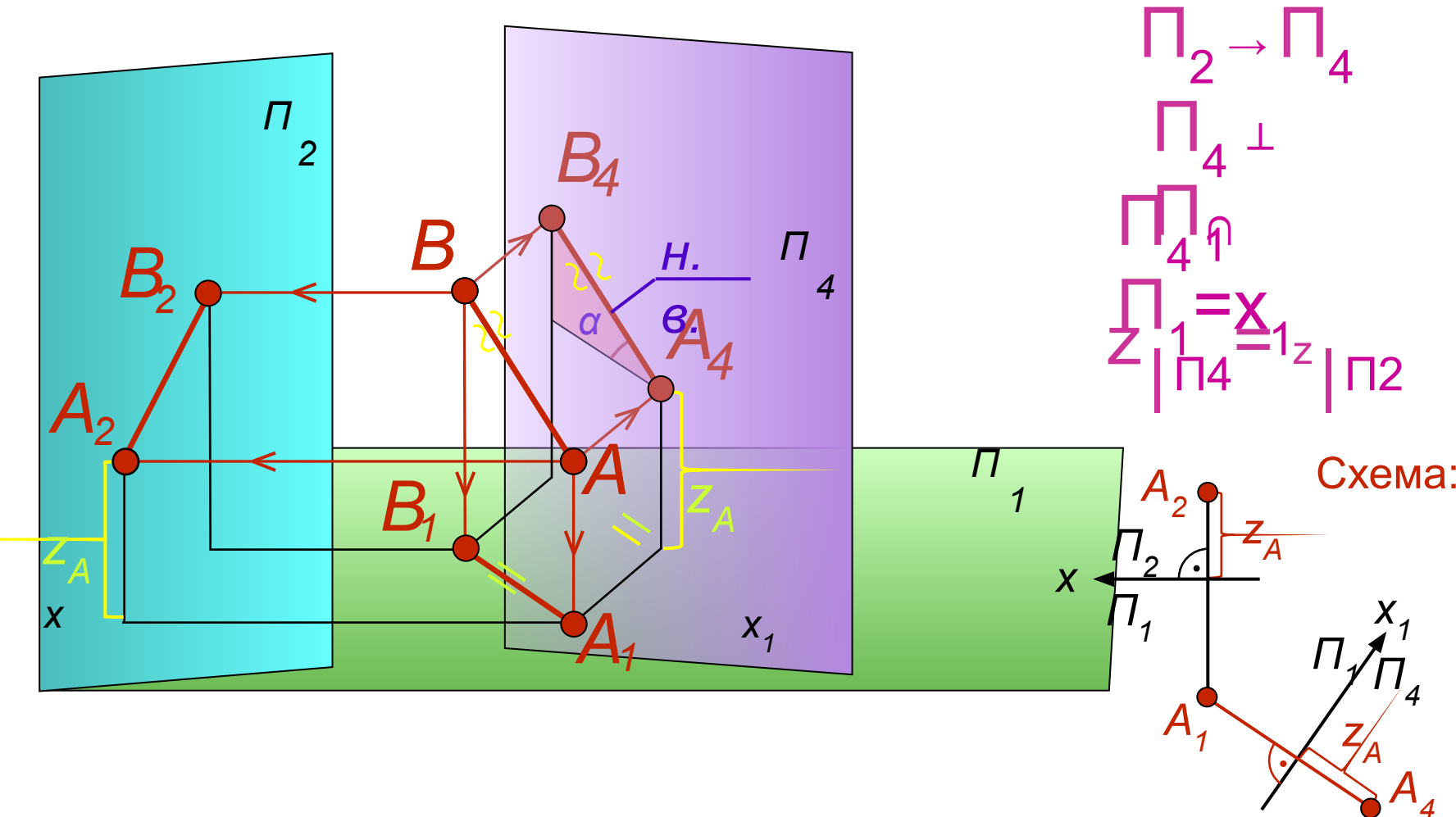
Комплексный чертеж



Прямая перпендикулярна  $\Pi_3$ , ее профильная проекция  $A_3B_3$  вырождается в точку. Относительно  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  прямая параллельна, на этих плоскостях ее проекции имеют натуральную величину. Горизонтальная и фронтальная проекции прямой перпендикулярны осям

# Преобразование чертежа прямой общего положения.

# Способ перемены плоскостей проекций



Заменяем исходную фронтальную плоскость проекций  $\Pi_2$  на новую плоскость проекций  $\Pi_4$ , которой прямая  $AB$  будет параллельна. При этом преобразовании расстояние точек от плоскости  $\Pi_1$  (координата  $z$ ) остается неизменным





# Определение н.в. отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций (способ замены плоскостей проекций)

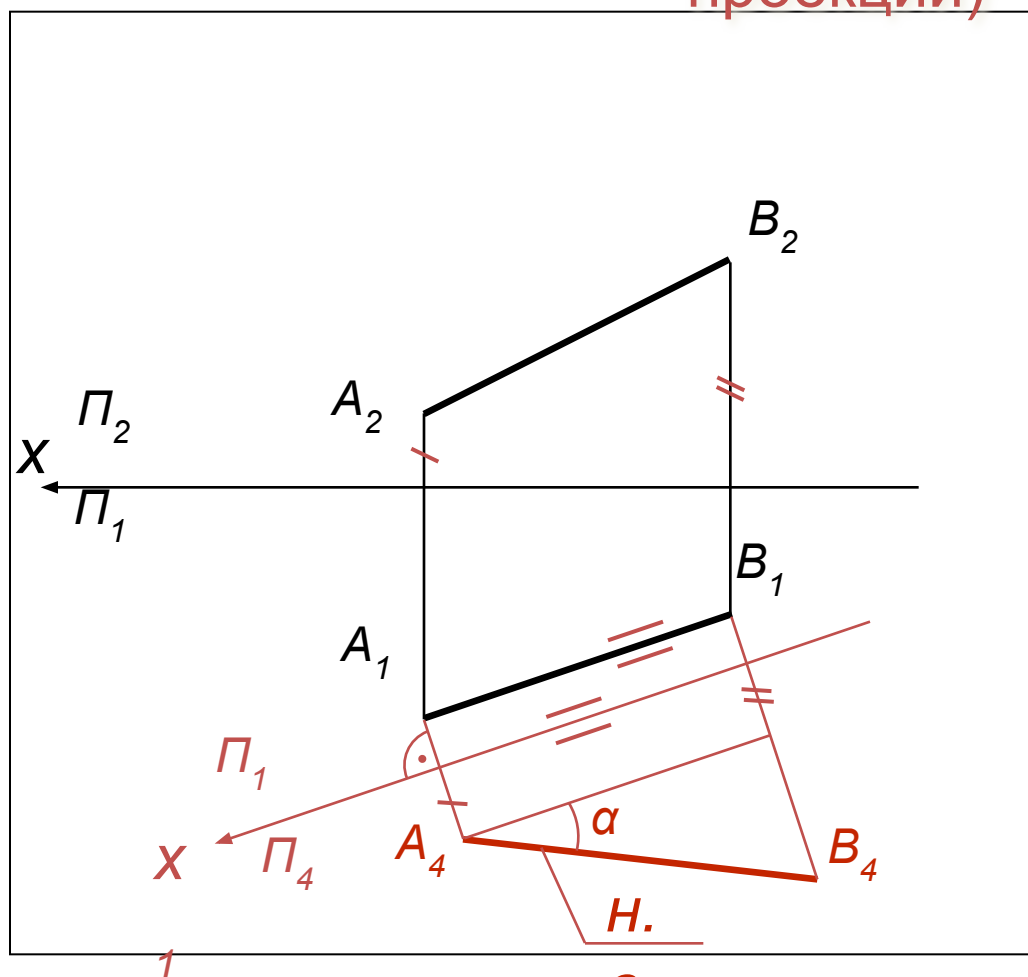
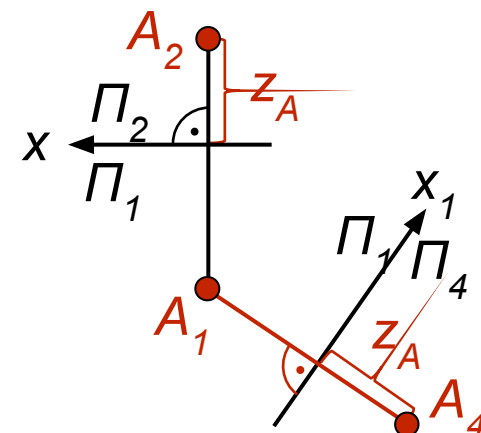


Схема:



Ось  $X_1$  новой плоскости проекций  $\Pi_4$  проведем параллельно горизонтальной проекции отрезка  $A_1B_1$ . В этом преобразовании сохраняются  $z$ -координаты точек. На  $\Pi_4$  определяются натуральная величина отрезка и его угол наклона  $\alpha$  к плоскости проекций  $\Pi_1$ .

# Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

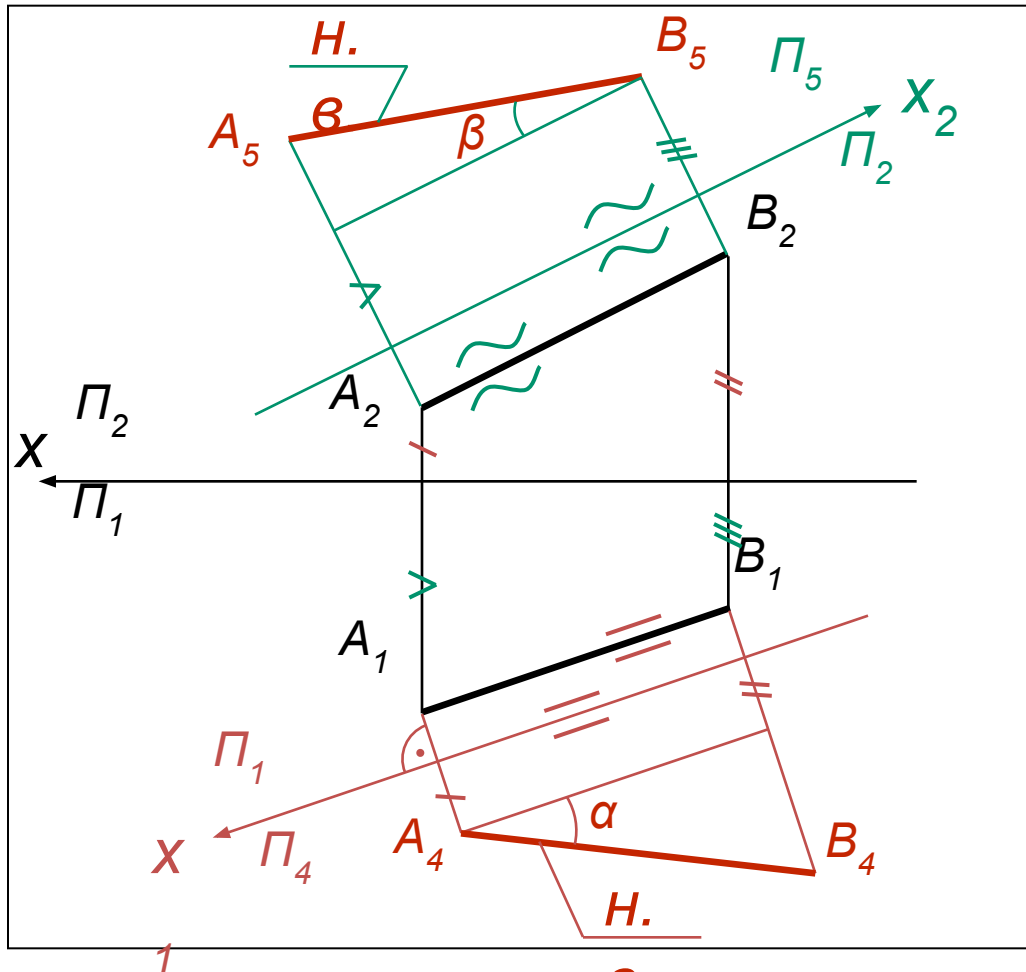
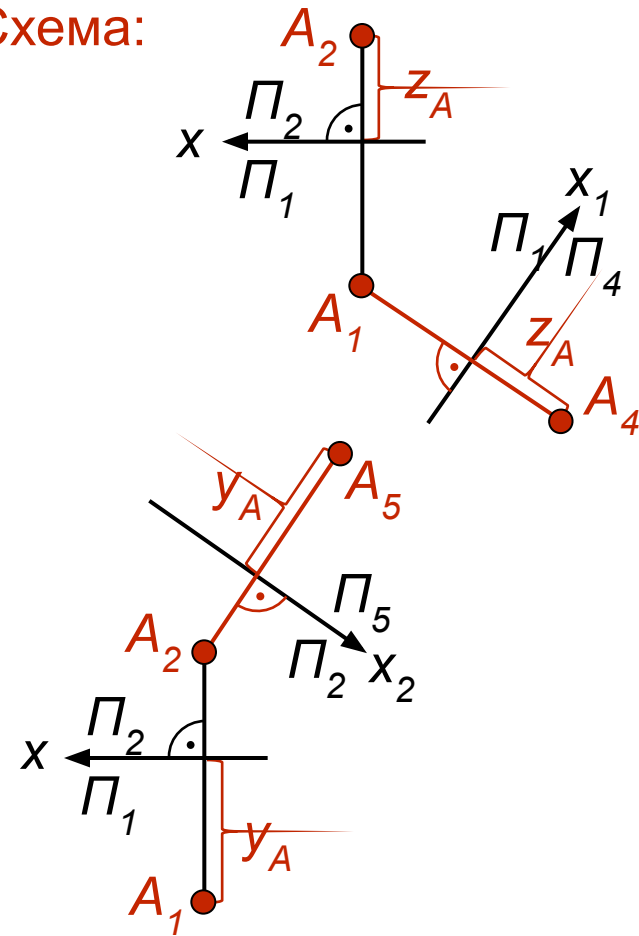


Схема:



Ось  $X_2$  новой плоскости проекций  $\Pi_5$  проведем параллельно фронтальной проекции отрезка  $A_2B_2$ . В этом преобразовании сохраняются  $y$ -координаты точек. На  $\Pi_5$  определяются натуральная величина отрезка и его угол наклона  $\beta$  к плоскости проекций  $\Pi_2$ .

# Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

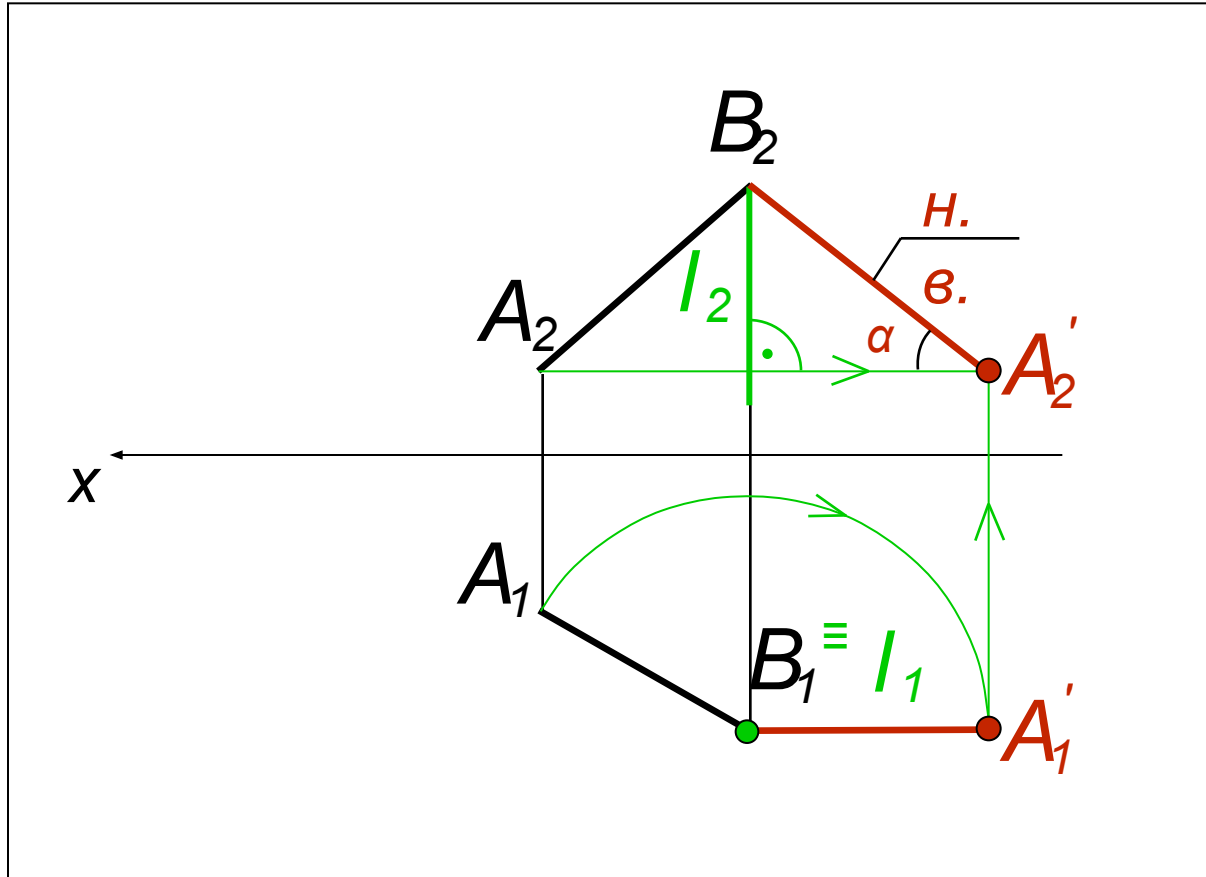
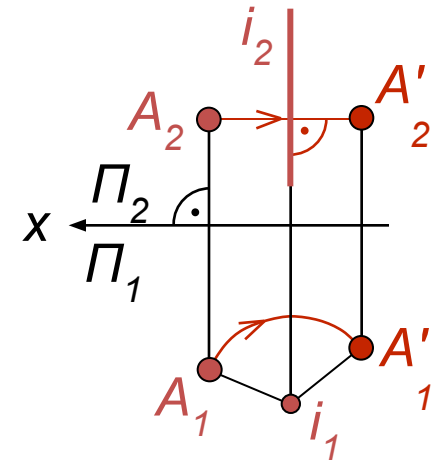


Схема:



Для упрощения горизонтально-проецирующую ось вращения  $l$  проводят через точку  $B$ , которая остается неподвижной. Точка  $A_1$  описывает дугу окружности с центром в точке  $l_1$  так, чтобы  $B_1A_1 \parallel$  оси  $x$ . Тогда прямая  $AB$  займет положение фронтали. На  $\Pi_2$  угол  $\alpha$  и отрезок  $AB$  не искажаются

# Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

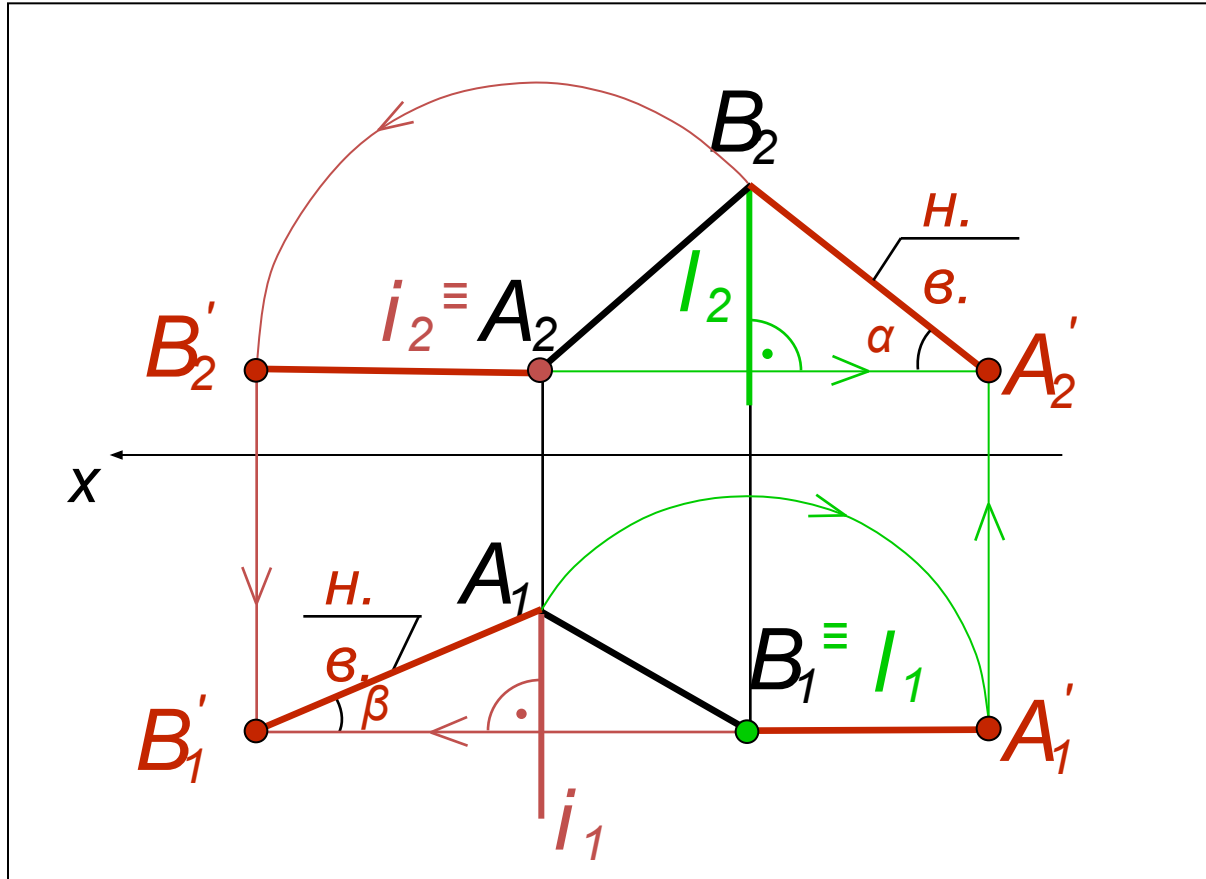
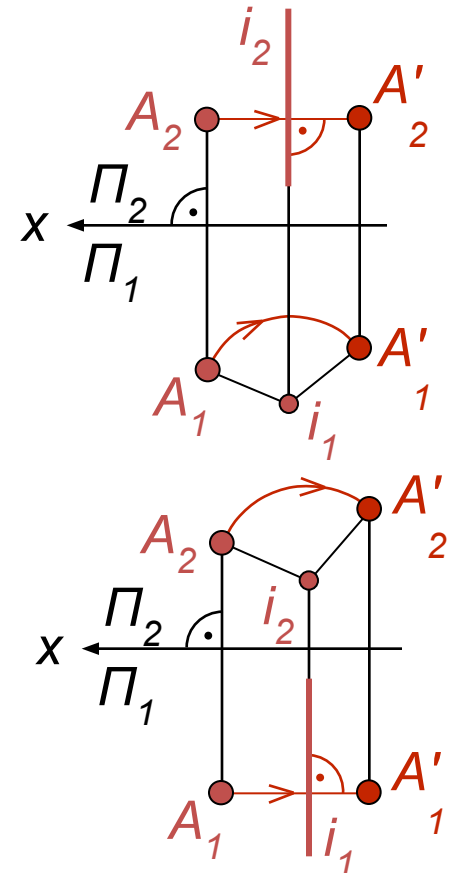


Схема:



Для определения угла  $\beta$  прямую  $AB$  нужно вращать вокруг оси  $i \perp \Pi_2$  до положения горизонтали. Ось проходит через точку  $A$ , которая неподвижна. Точка  $B_2$  вращается по дуге окружности с центром в точке  $i_2$  до положения  $B_2$   $A_2 \parallel$  оси  $x$ . На  $\Pi_1$  угол  $\beta$  и отрезок  $AB$  не искажаются

# Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

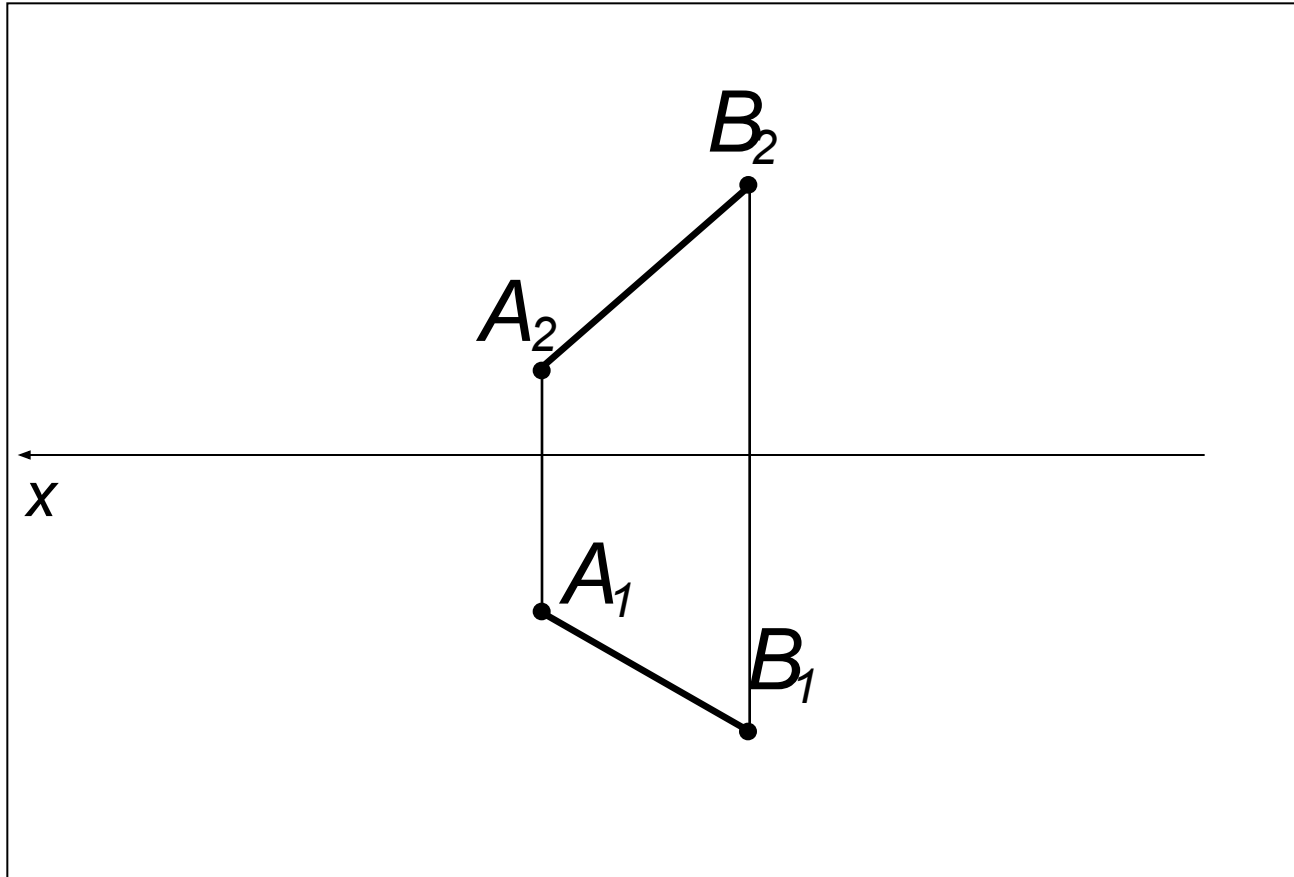
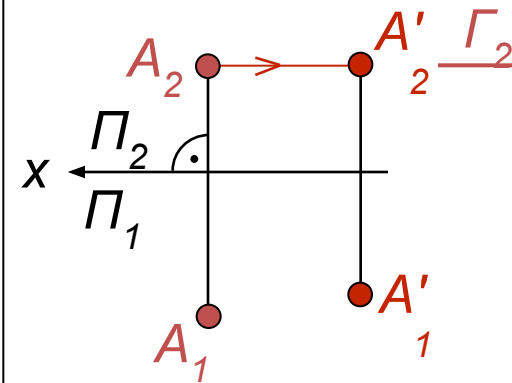


Схема:



Данный отрезок  $AB$  занимает общее положение, преобразуем его во фронтальную прямую уровня путем перемещения концов отрезка по горизонтальным плоскостям уровня согласно схемы

# Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

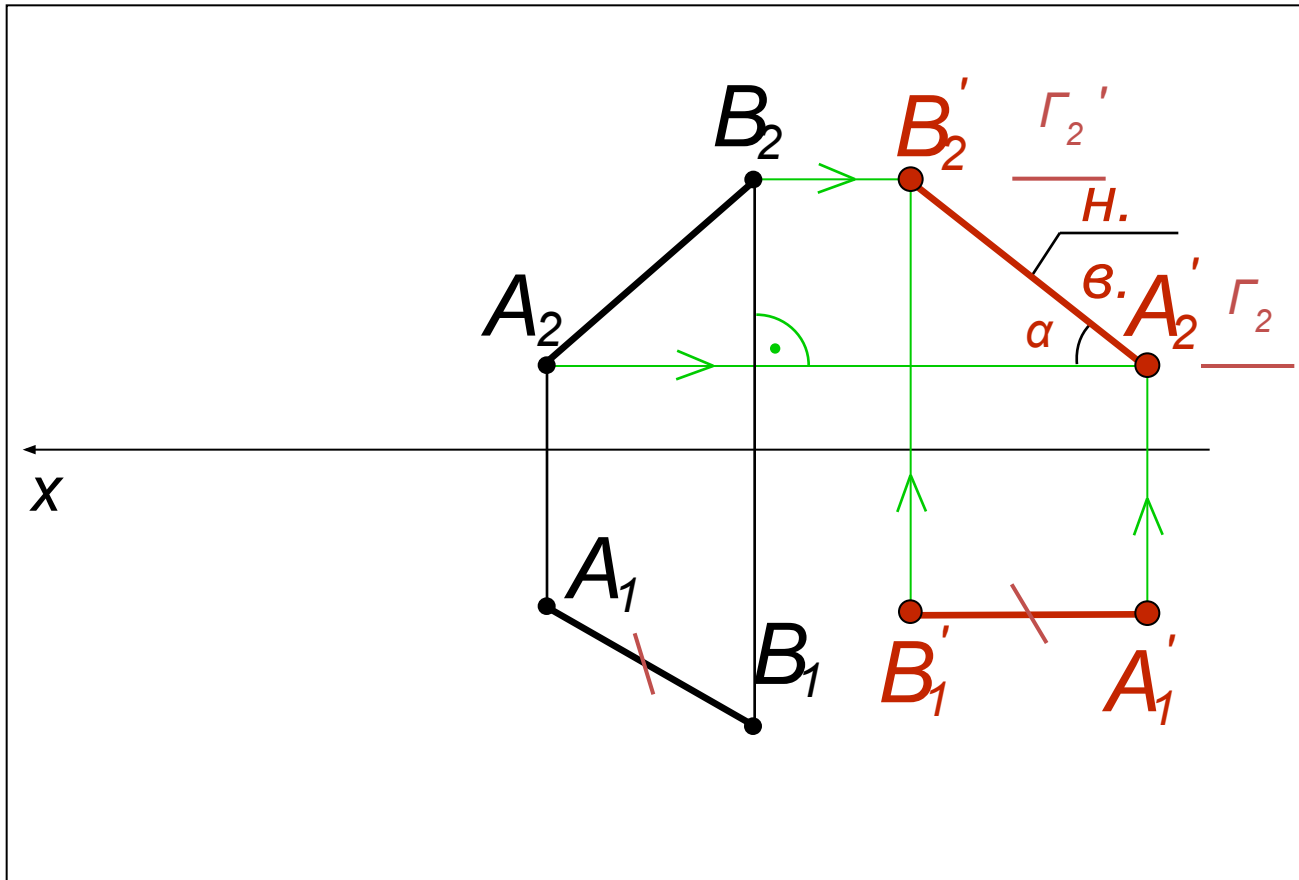
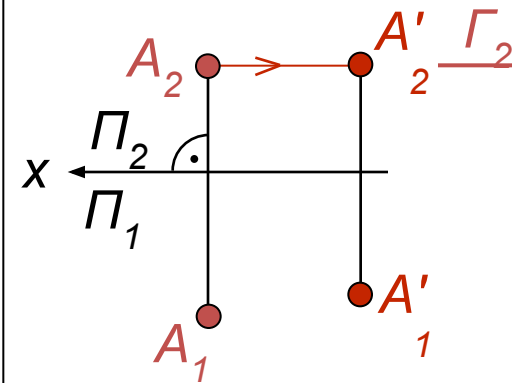


Схема:



Горизонтальную проекцию прямой ( $A_1B_1 \equiv A_1'B_1$ ) располагают параллельно-но оси  $x$ . Фронтальную проекцию (определяющую н.в. отрезка и угла  $\alpha$ ) задают новые проекции точек  $A_2$  и  $B_2$ , расположенные на соответствующих следах горизонтальных плоскостей уровня  $\Gamma(\Gamma_2)$  и  $\Gamma(\Gamma_2)$

# Определение натуральной величины отрезка и его углов наклона к плоскостям проекций

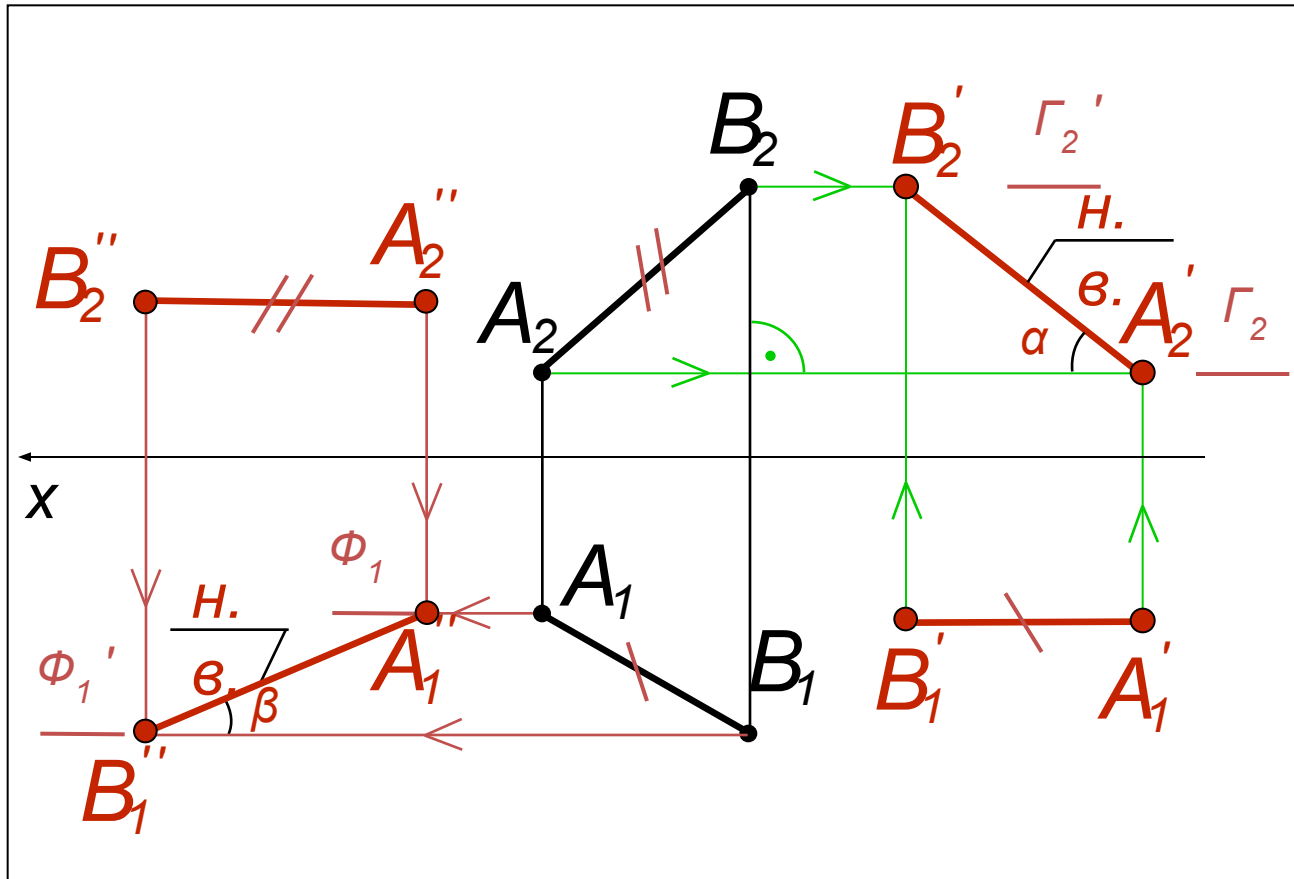
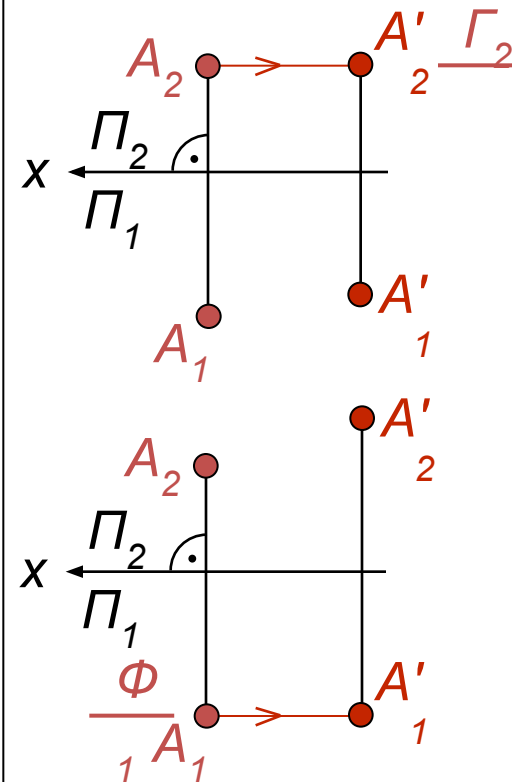


Схема:



Для перевода прямой в положение горизонтали фронтальную проекцию прямой ( $A_2'B_2' \in A_2B_2$ ) располагают параллельно оси  $x$ . Новые проекции точек  $A_1$  и  $B_1''$  расположены на соответствующих следах фронтальных плоскостей уровня  $\Phi(\Phi_1)$  и  $\Phi(\Phi_1)$ . На  $\Pi_1$  имеем н.в. отрезка и угла  $\beta$

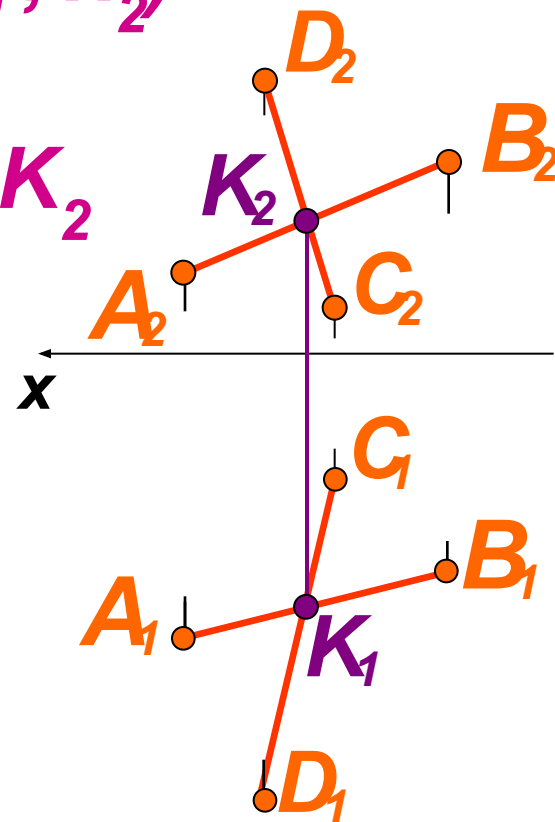
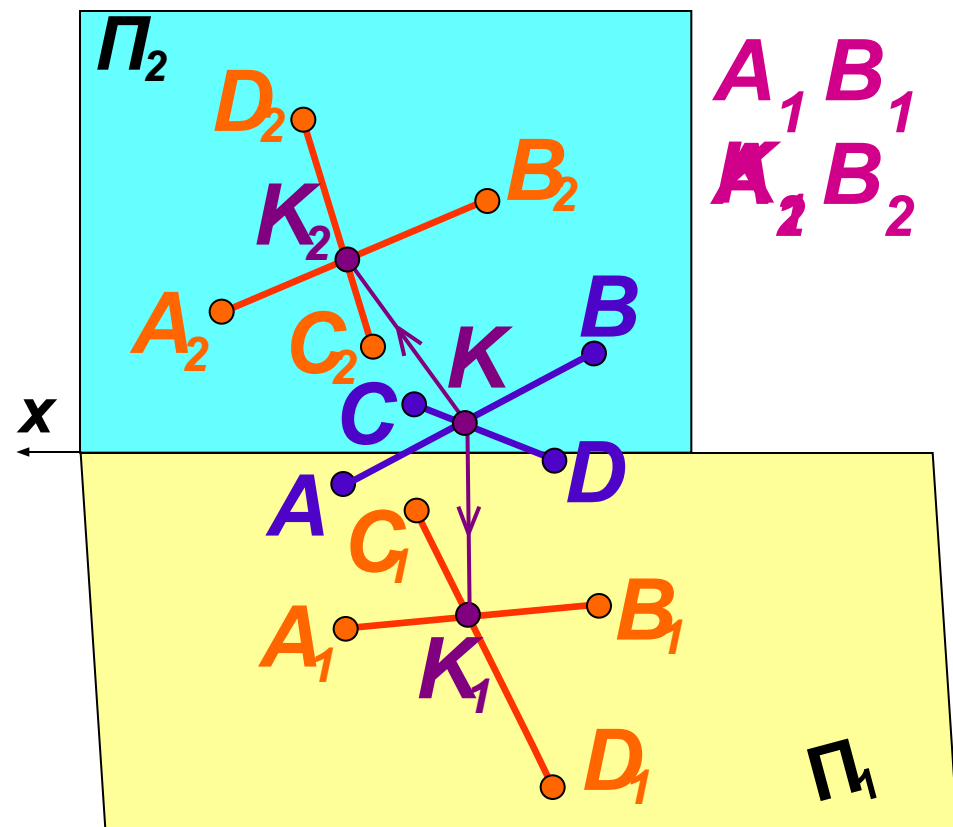
# Взаимное положение двух прямых

Пересекающиеся прямые имеют одну общую точку

$$AB \cap CD = K(K_1, K_2)$$

$$A_1B_1 \cap C_1D_1 =$$

$$K_2, A_2B_2 \cap C_2D_2 = K_2$$

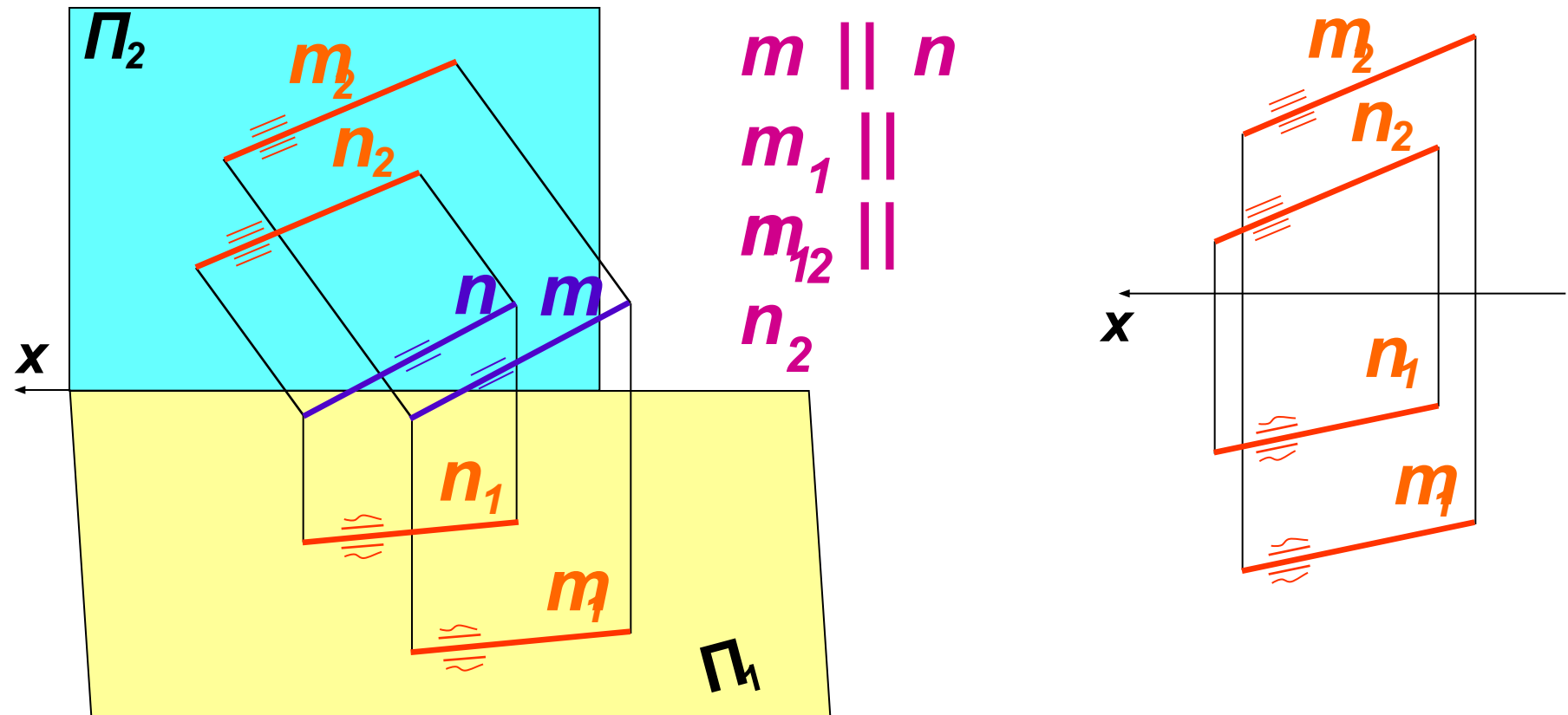


Точка пересечения  $K$  прямых  $AB$  и  $CD$  проецируется в точки пересечения соответствующих проекций прямых: на  $\Pi_1$  - это точка  $K_1$ ; на  $\Pi_2$  - точка  $K_2$ . Точки пересечения  $K_1$  и  $K_2$  одноименных проекций прямых лежат на одной линии связи



# Взаимное положение двух прямых

Параллельные прямые не имеют общих точек

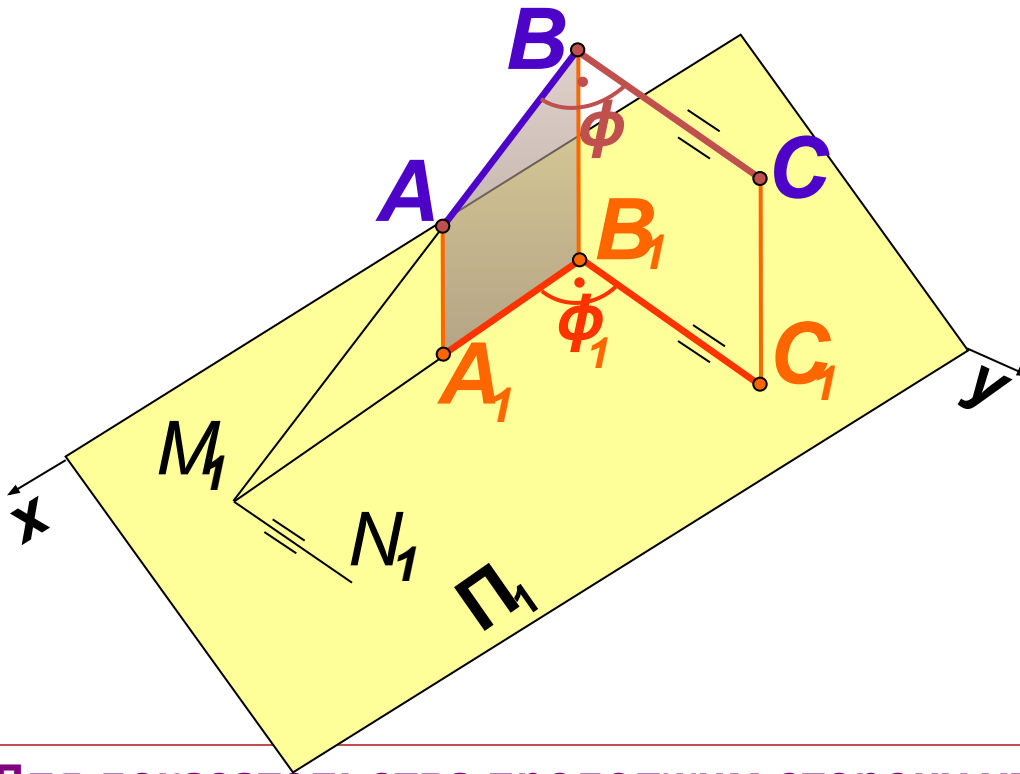


Проекции параллельных прямых не пересекаются. Одноименные проекции прямых параллельны или совпадают, если параллельные прямые лежат в проецирующей плоскости



# Теорема о проецировании прямого угла

Если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекций, а другая ей не перпендикулярна, то прямой угол проецируется на эту плоскость проекций без искажения



Дано:

$$\angle \phi = 90^\circ$$

$$AB \perp \Pi_1, BC \parallel \Pi_1$$

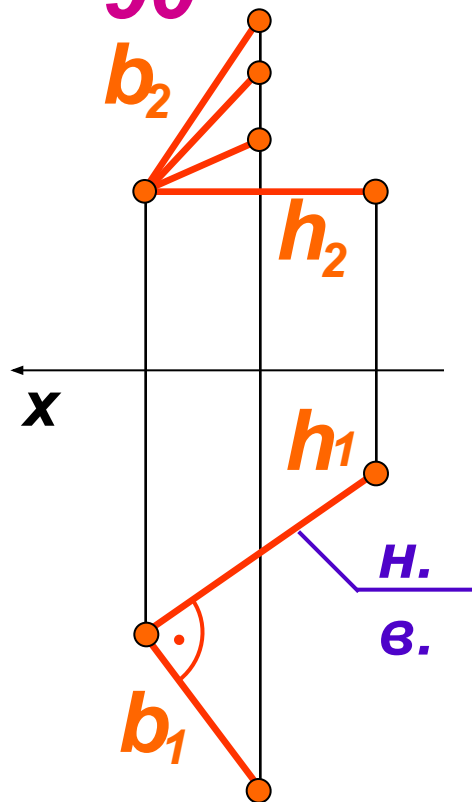
Доказать:  $\Pi_1$

$$\angle \phi_1 \cong \angle \phi = 90^\circ$$

Для доказательства продолжим сторону угла  $AB$  до пересечения с ее проекцией  $A_1B_1$  в точке  $M_1$ . Через точку  $M_1$  проведем прямую  $M_1N_1 \parallel B_1C_1$ .  
Т. к.  $BC \parallel \Pi_1$ , то  $BC \parallel B_1C_1$ . Значит,  $M_1N_1 \parallel BC$  и  $\angle BM_1N_1 = 90^\circ$ . По

# Теорема о проецировании прямого угла

Дано:  $\hat{b}h = 90^\circ$

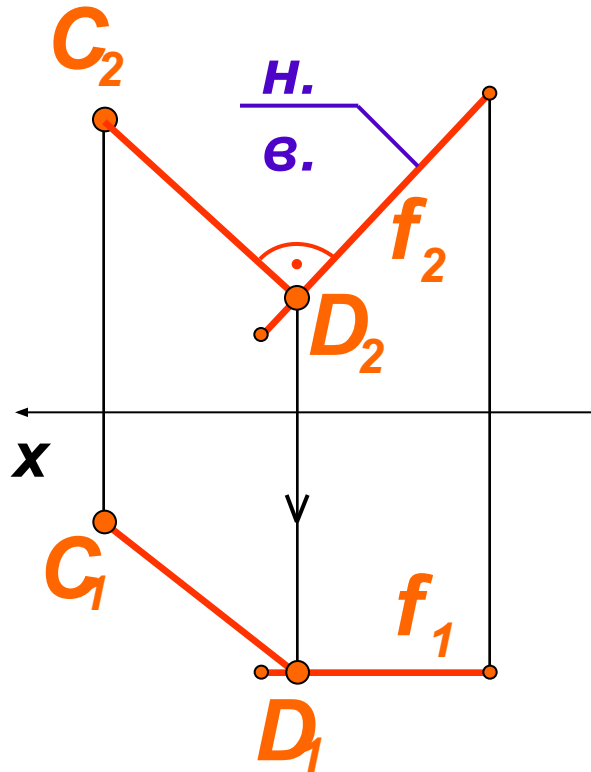


Если на чертеже есть изображение прямого угла, то одна из его сторон обязательно натуральная величина

Одна из сторон прямого угла является горизонталью ( $h \parallel \Pi_1$ ), поэтому на  $\Pi_1$  угол  $\hat{b}_1 h_1$  будет прямым. На  $\Pi_2$  показаны возможные положения фронтальной проекции прямой общего положения  $b$

# Теорема о проецировании прямого угла

Задача:



Построить проекции перпендикуляра, проведенного из точки  $C$  к прямой  $f$

$$C_2D_2 \perp f_2$$

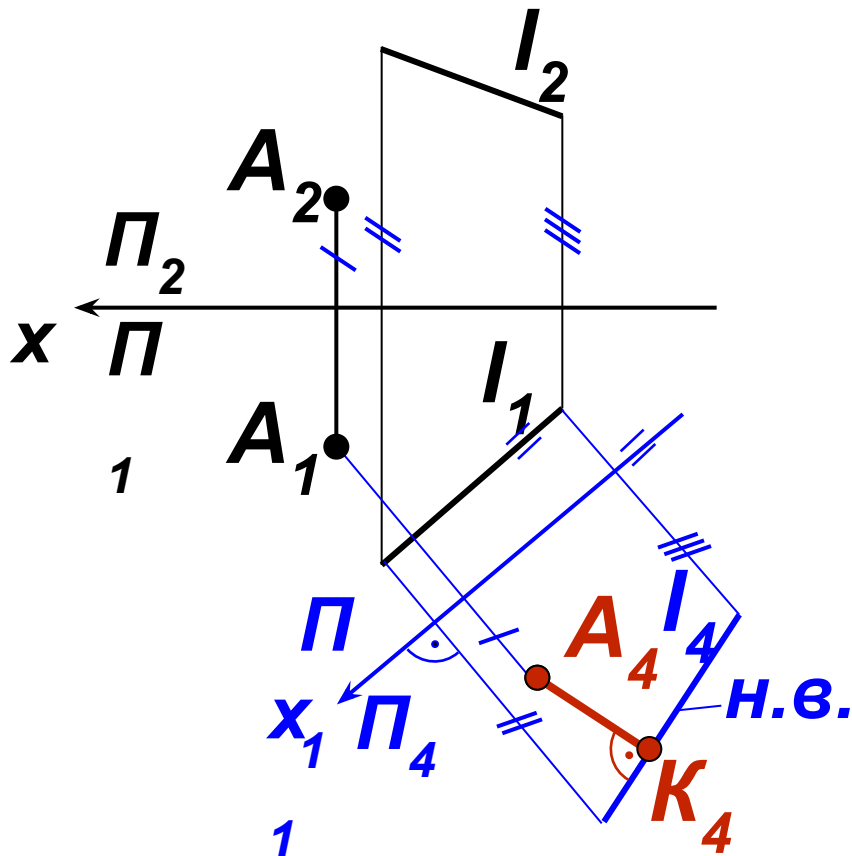
$$D_2 \rightarrow D_1$$

$$D_1 \cup C_1$$

Прямая  $f$  является фронталью и проецируется на  $\Pi_2$  в натуральную величину. Следовательно, фронтальная проекция перпендикуляра  $C_2D_2$  перпендикулярна фронтальной проекции прямой  $f$ . Определяем основание перпендикуляра – точку  $D$ . Строим горизонтальную проекцию  $C_1D_1$

# Метрические задачи

Задача 1. Определить расстояние от точки  $A$  до прямой  $l$  способом перемены плоскостей проекций

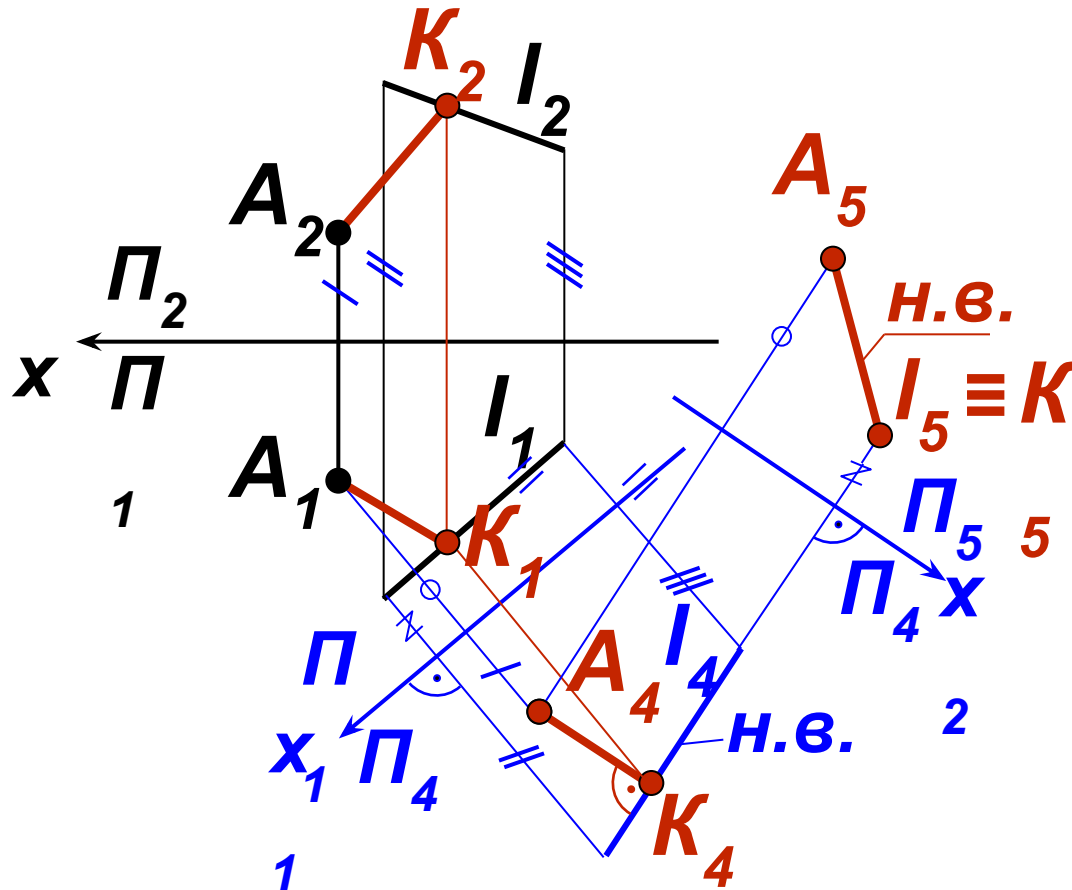


1.  $\Pi_4 \perp$   
 $\Pi_1$   
 $\Pi_4 || l$

Искомое расстояние есть перпендикуляр. Введем новую плоскость проекций  $\Pi_4$  параллельно прямой  $l$  так, чтобы прямая заняла частное положение уровня. По теореме о проецировании прямого угла проекция искомого расстояния  $A_4K_4 \perp l_4$  определяется на плоскости проекций  $\Pi_4$

# Метрические задачи

Задача 1. Определить расстояние от точки  $A$  до прямой  $l$  способом перемены плоскостей проекций



1.  $\Pi_4 \perp \Pi_1$   
 $\Pi_4 \parallel l$   
 2.  $\Pi_5 \perp \Pi_4$   
 $\Pi_5 \perp l$   
 $AK - \Pi_5 \perp l$   
 искомое расстояние

При втором преобразовании введем новую плоскость проекций  $\Pi_5$  перпендикулярно прямой  $l$  так, чтобы прямая заняла проецирующее положение. На  $\Pi_5$  определяем натуральную величину  $A_5K_5$  перпендикуляра  $AK$