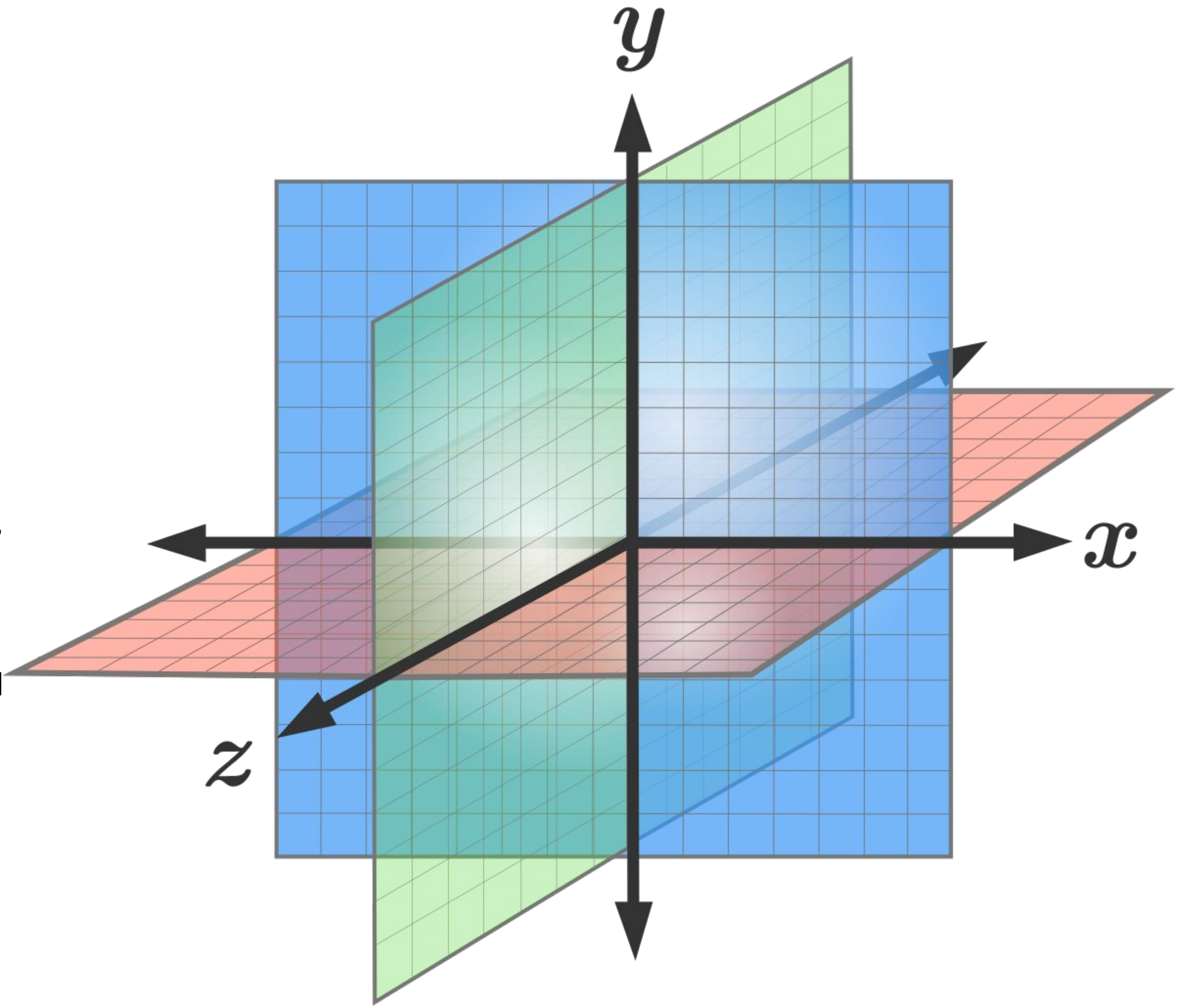
Декартовы координаты в пространстве. Преобразование в пространстве

Возьмем три взаимно перпендикулярные прямые x, y, z, пересекающиеся в одной точке O. Проведем через каждую пару этих прямых плоскость. Плоскость, проходящая через прямые x и y, называется плоскостью xy. Две другие плоскости называются соответственно xz и yz. Прямые x, y, z называются координатными осями (или осями координат), точка их пересечения O — началом координат, а плоскости xy, yz и xz — координатными плоскостями. Точка O разбивает каждую из осей координат на две полупрямые — полуоси, которые мы условимся называть положительной и отрицательной.



Расстояние между точками. Расстояние между точками А $(x_a; y_a; z_a)$ и В $(x_b; y_b; z_b)$ вычисляют по формуле:

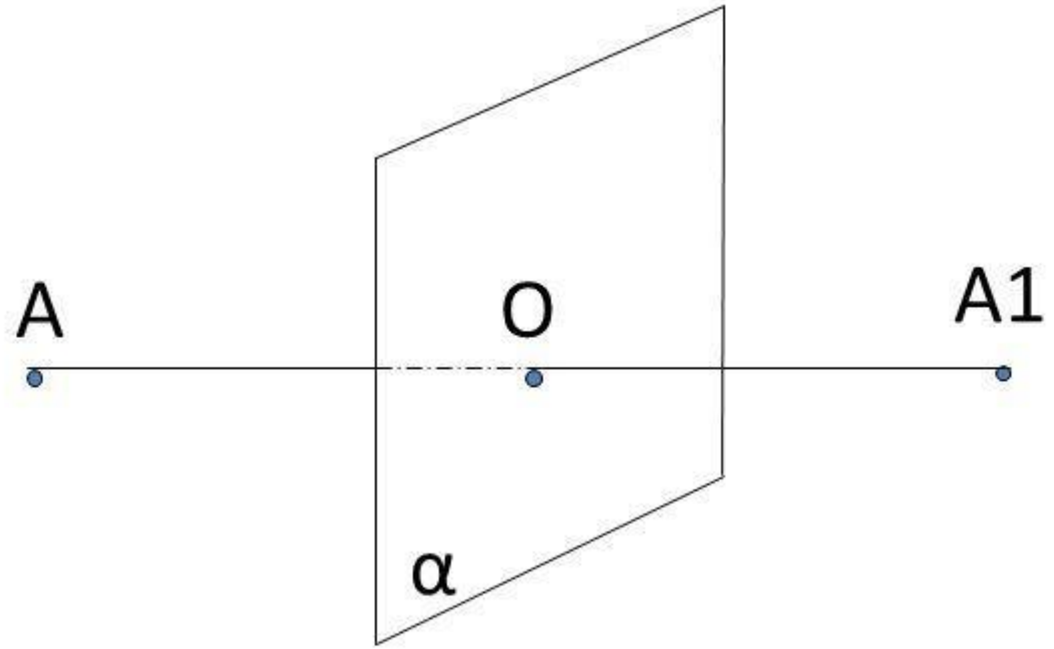
$$AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2 + (z_b - z_a)^2}$$

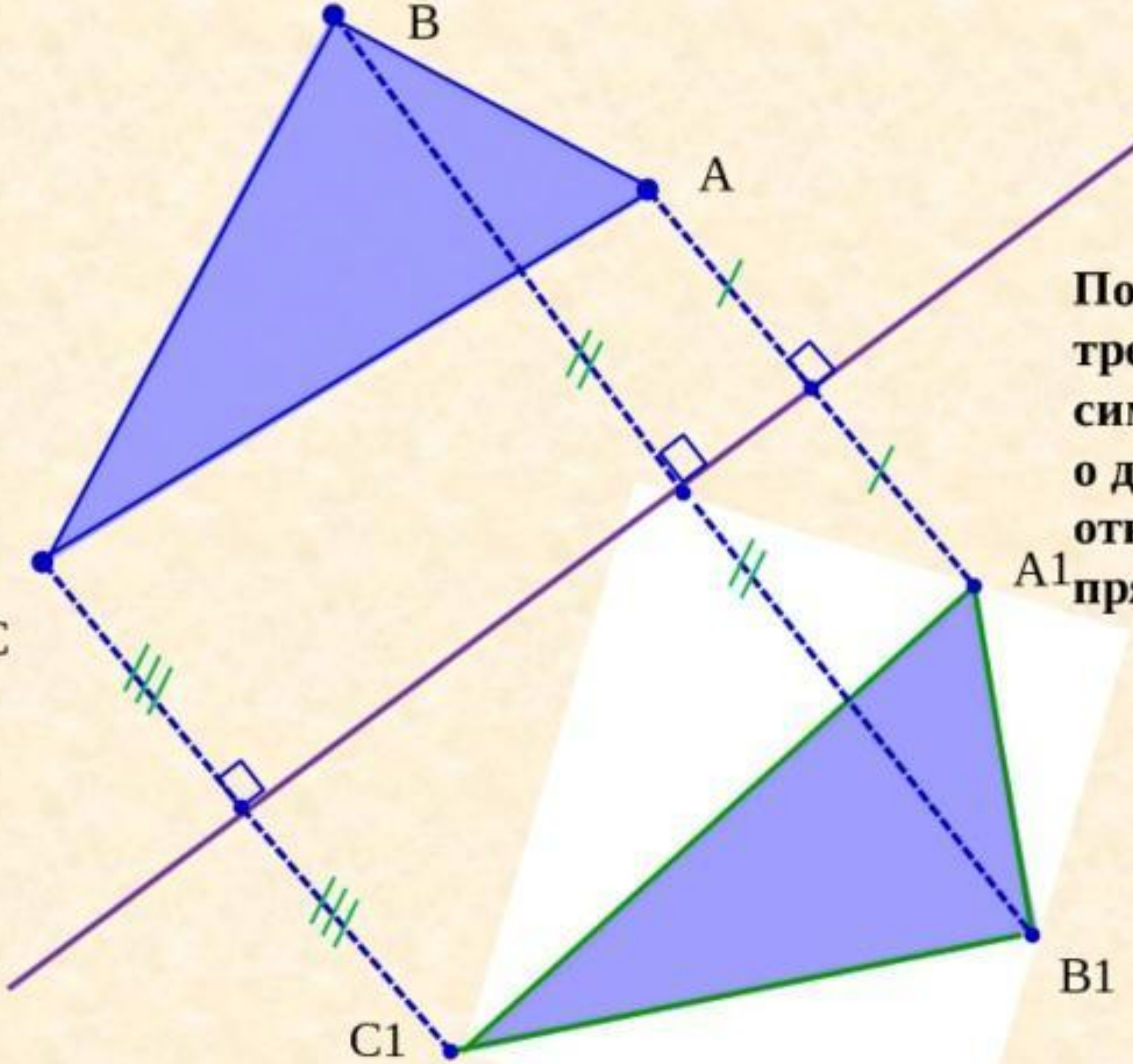
Формула вычисления координат середины отрезка с концами A(x_a, y_a, z_a) и B(x_b, y_b, z_b) в пространстве:

$$x_c = \frac{x_a + x_b}{2} \qquad y_c = \frac{y_a + y_b}{2} \qquad z_c = \frac{z_a + z_b}{2}$$

Преобразование симметрии в пространстве

Точки A и A_1 называются симметричными относительно плоскости α (плоскости симметрии), если плоскость α проходит через середину отрезка AA_1 и перпендикулярна к этому отрезку.





Построение треугольника, симметричног о данному относительно прямой а.

Движение в пространстве. Движение в пространстве определяется так же, как и на плоскости. А именно: движением называется преобразование, при котором сохраняются расстояния между точками.
Дословно так же, как и для движения на плоскости, доказывается, что при движении в пространстве прямые переходят в прямые, полупрямые — в полупрямые, отрезки — в отрезки и сохраняются углы между полупрямыми.
Новым свойством движения в пространстве является то, что движение переводит плоскости в плоскости.

Параллельный перенос в пространстве. Параллельным переносом в пространстве называется такое преобразование, при котором произвольная точка $(x; y; z)$ фигуры переходит в точку $(x + a; y + b; z + c)$, где числа a, b, c одни и те же для всех точек $(x; y; z)$.

Параллельный перенос в пространстве задается формулами

$$x' = x + a,\ y' = y + b,\ z' = z + c,$$

выражающими координаты x', y', z' точки, в которую переходит точка $(x; y; z)$ при параллельном переносе. Так же как и на плоскости, доказываются следующие свойства параллельного переноса:

1. Параллельный перенос есть движение.
2. При параллельном переносе точки смещаются по параллельным (или совпадающим) прямым на одно и то же расстояние.
3. При параллельном переносе каждая прямая переходит в параллельную ей прямую (или в себя).
4. Каковы бы ни были точки A и A', существует единственный параллельный перенос, при котором точка A переходит в точку A'.

Новым для параллельного переноса в пространстве является следующее свойство:

5. При параллельном переносе в пространстве каждая плоскость переходит либо в себя, либо в параллельную ей плоскость.

Найти периметры синей и красной фигур