Касательная к окружности. Свойства касательных к окружности.

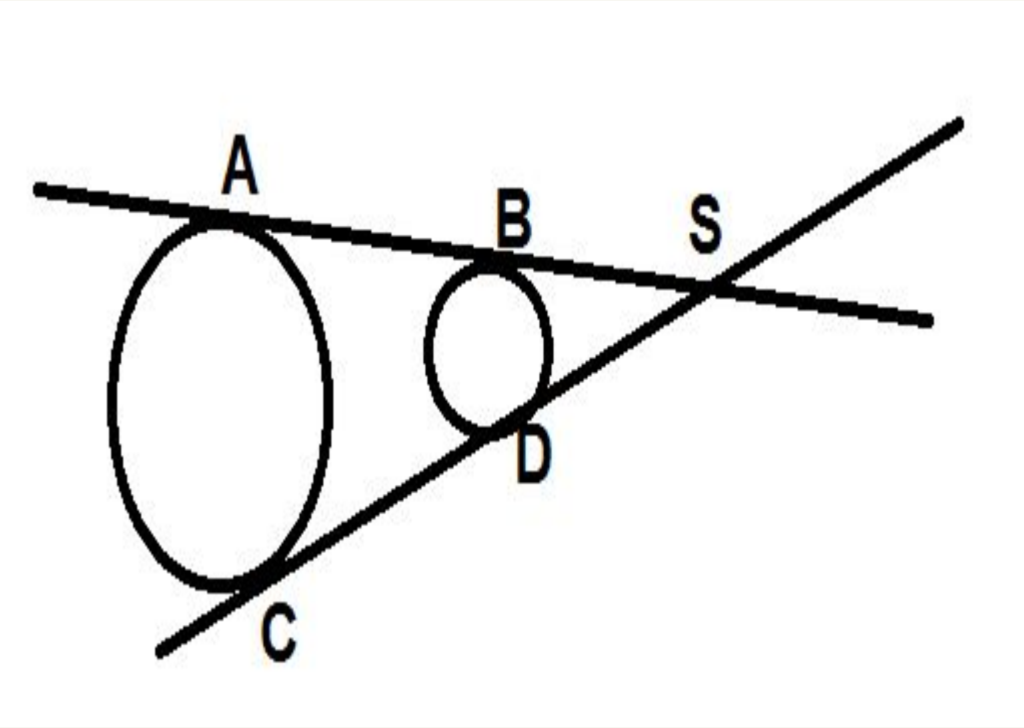
7 класс

Повторим

- ***Касательная к окружности*** – это прямая, имеющая с окружностью одну общую точку.
- Через любую точку вне окружности можно провести ровно две касательные к окружности.
- ***Секущей к окружности*** называется прямая, которая пересекает окружность в двух различных точках.
- ***Свойства касательных к окружности***
- ***Теорема.*** Касательная перпендикулярна радиусу окружности, проведенному к точке касания.
- ***Обратная теорема.*** Если прямая проходит через конец радиуса, лежащего на окружности, и перпендикулярна этому радиусу, то она является касательной.
- ***Теорема.*** Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны.

Задача 1.

Докажи, что отрезки *AB* и *CD* общих пересекающихся внешних касательных к двум окружностям равны.



- ***Доказательство***

  Длина отрезка *AB* выражается как $AB = SA - SB$. Аналогично, $CD = SC - SD$. Учитывая равенства $SA = SC$ и $SB = SD$, можно записать:

  $AB = SA - SB = SC - SD = CD$

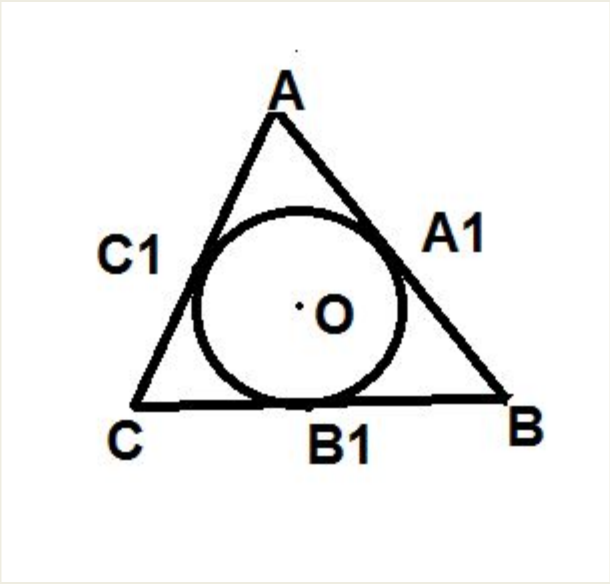
  Отсюда:

  $AB = CD$

- ***Доказано.***

Задача 2.

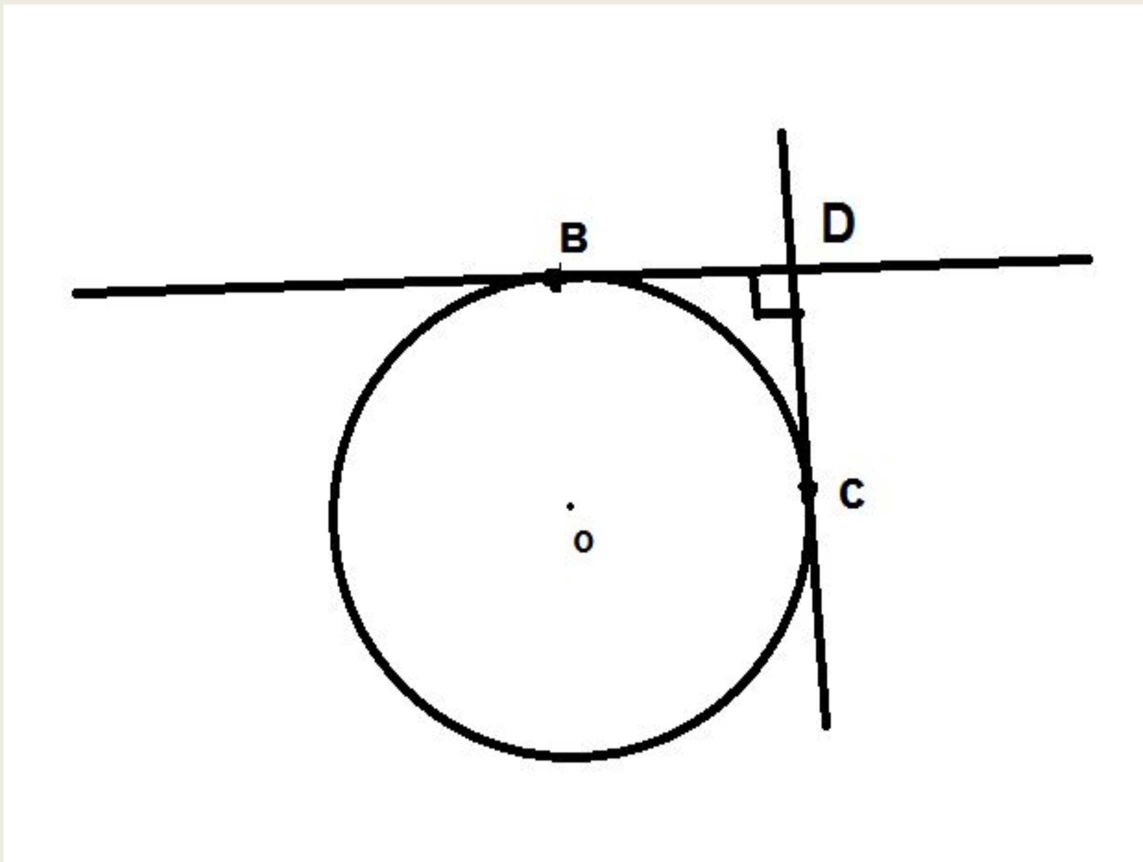
На рисунке AB, BC, AC – касательные. A_1, B_1, C_1 – точки касания. $AA_1 = 5$, $BB_1 = 4$, $CC_1 = 6$. Найди периметр ΔABC.



- ***Решение.***
- AB, BC, AC – касательные, а A_1, B_1, C_1 – точки касания, тогда отрезки касательных будут равны.
- $AA_1 = AC_1$, $BB_1 = BA_1$, $CC_1 = CB_1$
- (по свойству касательных, проведенных из одной точки)
- Следовательно:
- $AC_1 = 5$, $BA_1 = 4$, $CB_1 = 6$
- Отсюда:
- $AC = AC_1 + CC_1 = 5 + 6 = 11$
- $AB = AA_1 + BA_1 = 5 + 4 = 9$
- $BC = BB_1 + CB_1 = 4 + 6 = 10$
- Тогда периметр ΔABC:
- $P_{\Delta ABC} = AB + AC + BC = 9 + 11 + 10 = 30$
- Периметр ΔABC:
- $P_{\Delta ABC} = 30$.

ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

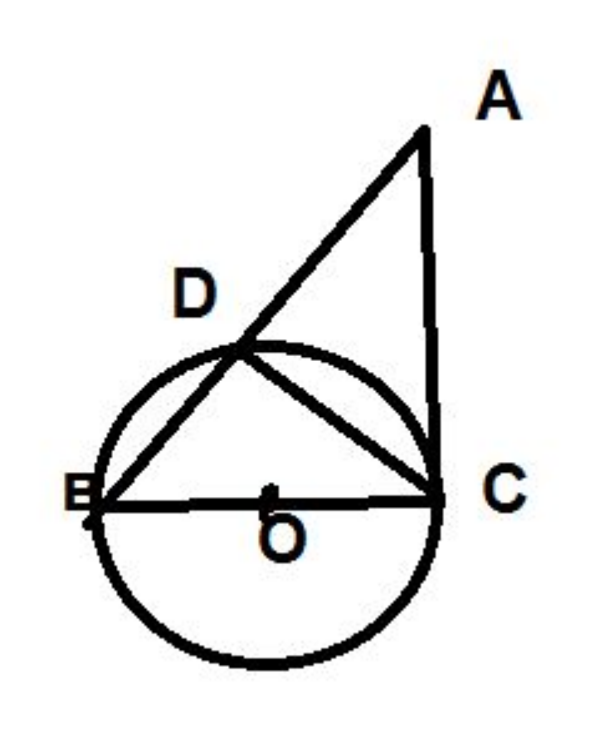
1.На рисунке *DB*, *DC* – касательные к окружности, *R* = 2. Найди длину *BD*.



Решение

- Так как *DB*, *DC* – касательные, то они перпендикулярны радиусу окружности. Эти отрезки проведены из одной точки, значит, по свойству касательных, проведенных из одной точки, отрезки равны. Получается, что в четырехугольнике *OBDC* три угла – прямые.
- $DB = DC$, $OB = OC$ как радиусы
- Значит, *OBDC* является квадратом. Отсюда:
- $BD = R = 2$.

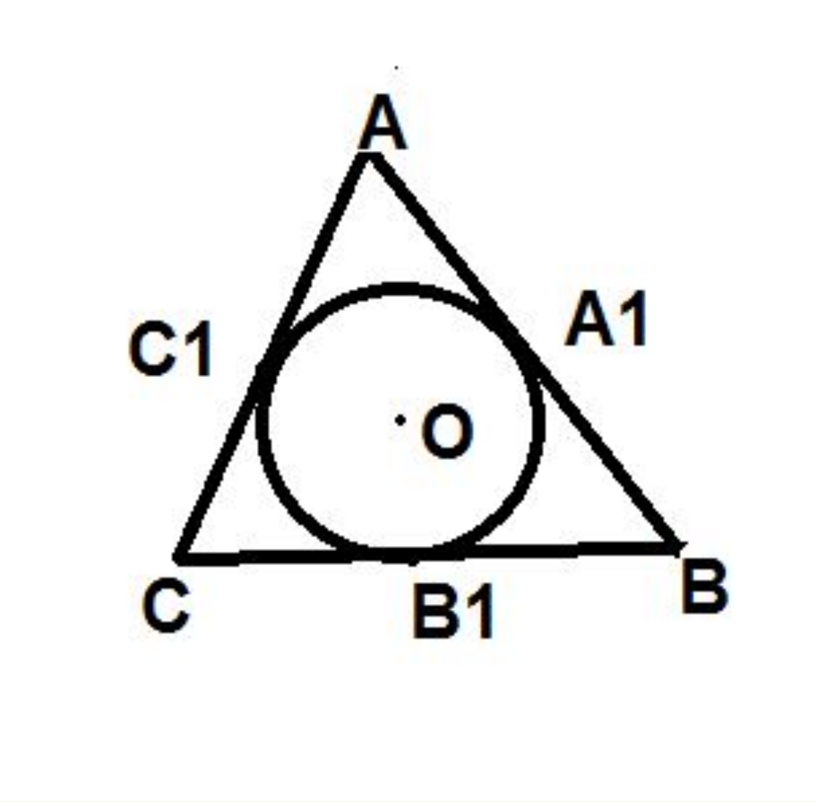
2.По рисунку выбери соответствующие названия указанных элементов.



- *AB*
- *AC*
- *BC*
- *BD*
- *CD*
- *OC*

- радиус
- хорда
- диаметр
- секущая
- касательная

3.На рисунке AB**,** BC**,** AC **– касательные.** A_1**,** B_1**,** C_1 **– точки касания.** $AA_1 = 4$**,** $BB_1 = 3$**,** $CC_1 = 5$**. Выбери соответствующие значения указанных элементов.**



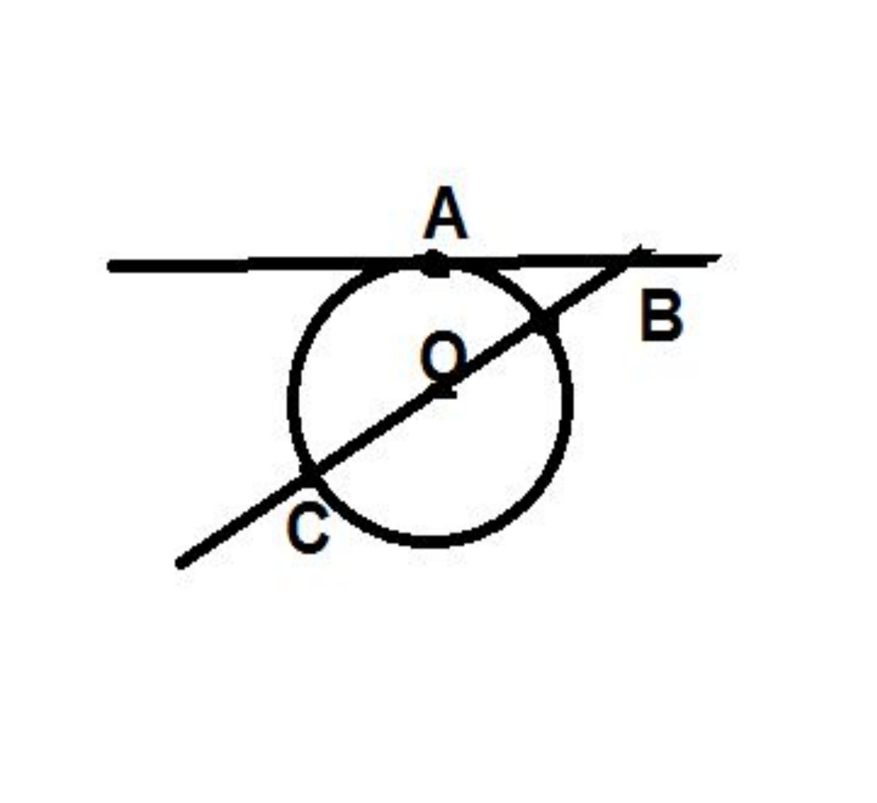
- $A_1B =$.
- $B_1C =$.
- $AC_1 =$.
- $AC =$.
- $AB =$.
- $BC =$.
-

Решение

- $A_1B = 3$
- $B_1C = 5$
- $AC_1 = 4$
- $AC = 9$
- $AB = 7$
- $BC = 8$

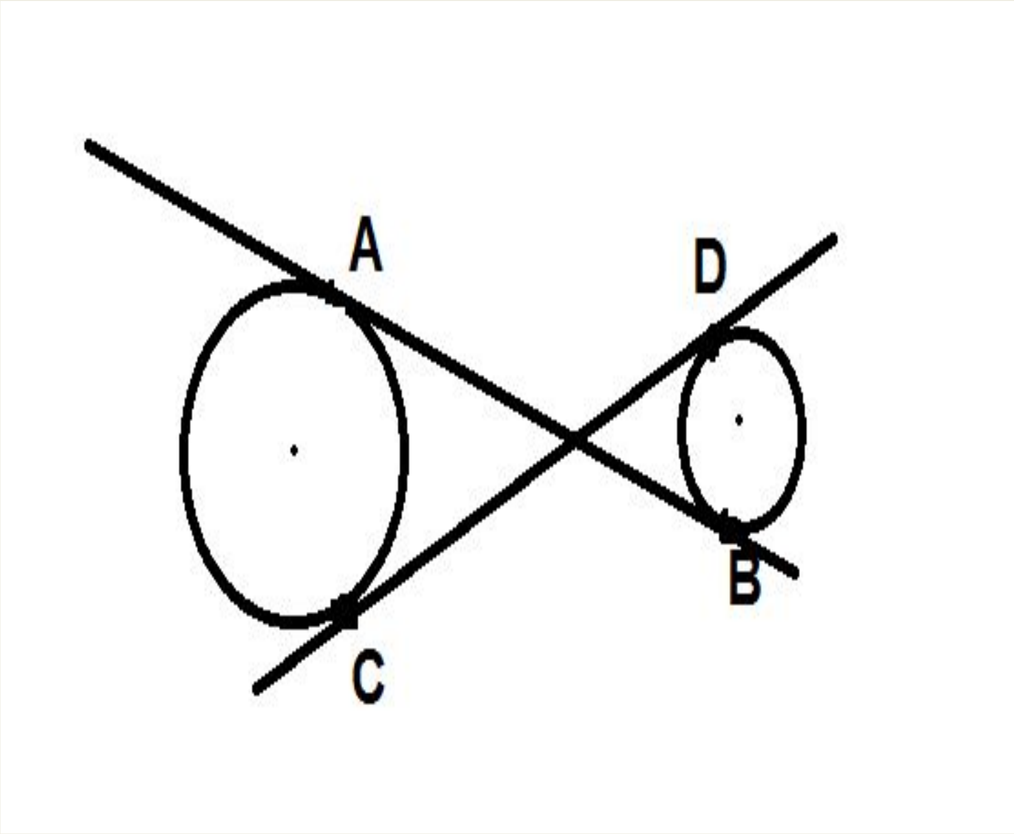
- AB, BC, AC – касательные, а A_1, B_1, C_1 – точки касания, то
- $AA_1 = AC_1$, $BB_1 = BA_1$, $CC_1 = CB_1$
- По свойству касательных, проведенных из одной точки, отрезки касательных будут равны. Тогда:
- $AC_1 = 4$, $BA_1 = 3$, $CB_1 = 5$.
- Отсюда:
- $AC = AC_1 + CC_1 = 4 + 5 = 9$
- $AB = AA_1 + BA_1 = 4 + 3 = 7$
- $BC = BB_1 + CB_1 = 3 + 5 = 8$.

4.На рисунке AB – касательная, BC – секущая, $AB = AO$. Найди $\angle ABO$.



- По свойству касательной: $AB \perp AO$, по условию задачи: $AB = AO$. Из этого следует, что $\triangle ABO$ – прямоугольный и равнобедренный. В прямоугольном треугольнике сумма двух острых углов равна:
- $\angle AOB + \angle ABO = 90°$
- Так как рассматриваемый треугольник – равнобедренный, то углы при основании равны. Т. е.
- $\angle AOB = \angle ABO = 45°$.

5.Отрезки *AB* и *CD* – общие пересекающиеся внутренние касательные к двум окружностям. Известно, что длина отрезка *AB* = 3. Найди длину *CD*.



Отрезки касательных, проведенные к окружностям, будут равны по свойству: отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны. Т. е.

$OD = OB$, $OA = OC$

Отрезок $CD = OC + OD$. Замени в данном выражении отрезки равными им отрезками из предыдущего равенства:

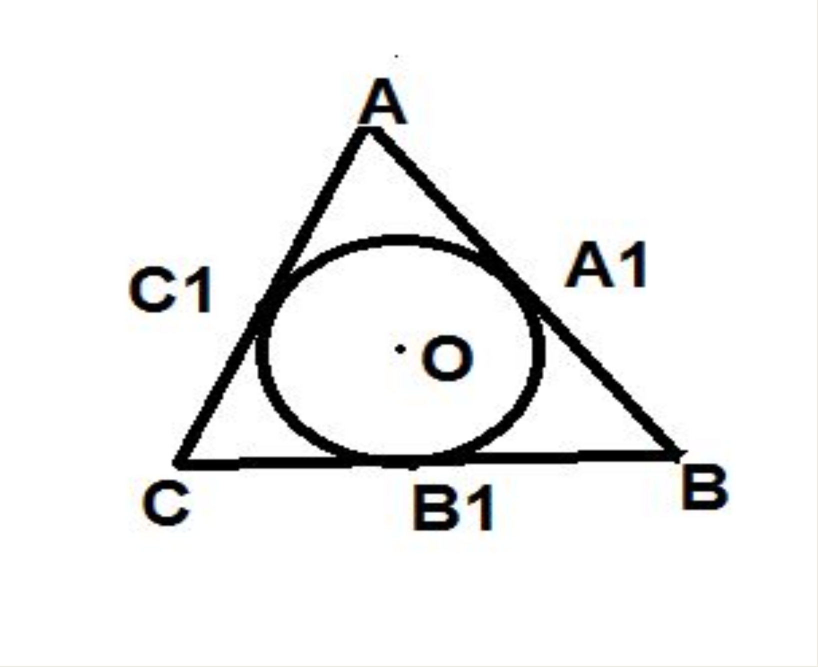
$CD = OA + OB = AB$

Следовательно:

$CD = 3$.

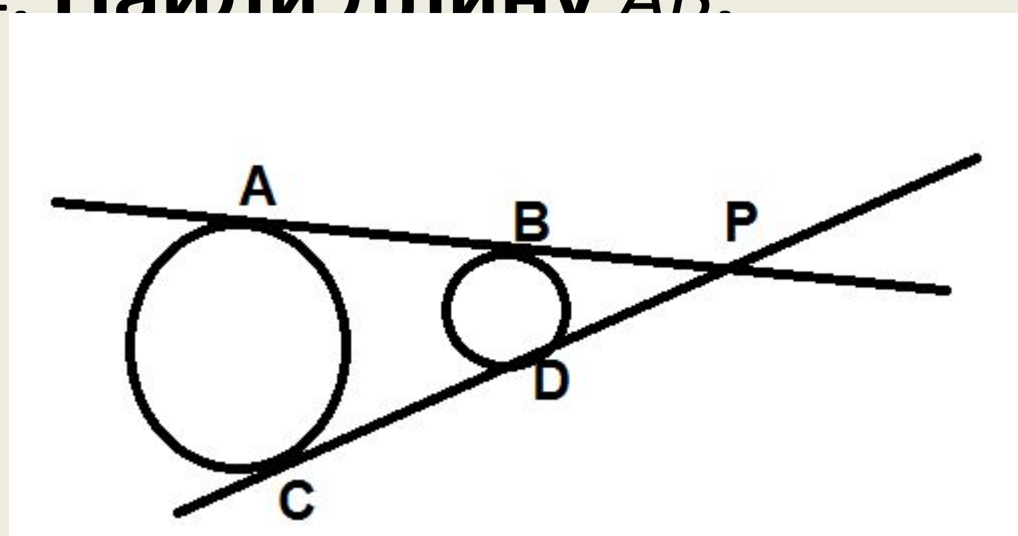
Учебные задания

- **На рисунке** *AB*, *BC*, *AC* – **касательные.** A_1, B_1, C_1 **– точки касания.** $AA_1 = 4$, $BB_1 = 3$, $CC_1 = 5$. **Найди периметр Δ***ABC***.**



Учебные задания

- **Отрезки** *AP* **и** *CP* **– общие пересекающиеся внешние касательные к двум окружностям. Известно, что длина отрезков** $AP = 9$**,** $DP = 4$**. Найди длину** *AB***.**



Дерево успеха