

Касательная к окружности.
Свойства касательных к
окружности.

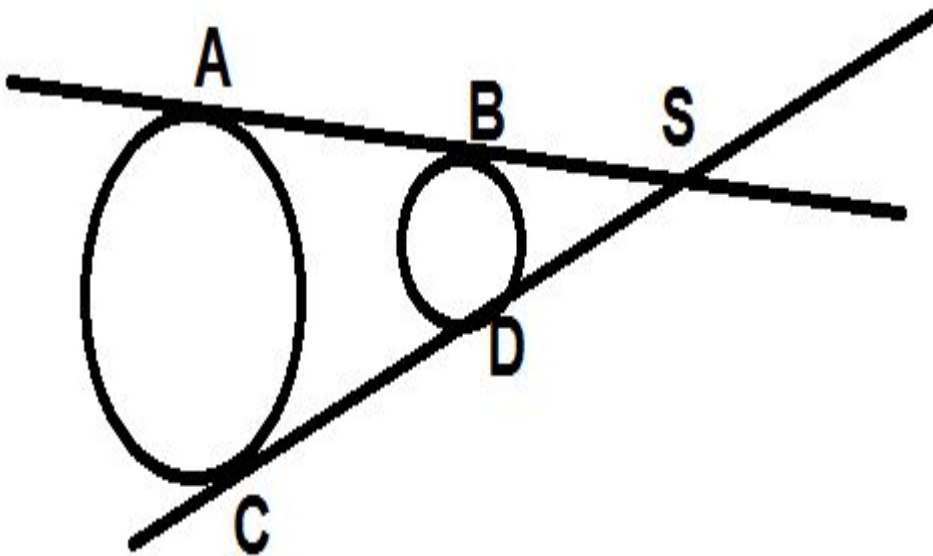
7 класс

Повторим

- **Касательная к окружности** – это прямая, имеющая с окружностью одну общую точку.
- Через любую точку вне окружности можно провести ровно две касательные к окружности.
- **Секущей к окружности** называется прямая, которая пересекает окружность в двух различных точках.
- **Свойства касательных к окружности**
- **Теорема.** Касательная перпендикулярна радиусу окружности, проведенному к точке касания.
- **Обратная теорема.** Если прямая проходит через конец радиуса, лежащего на окружности, и перпендикулярна этому радиусу, то она является касательной.
- **Теорема.** Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны.

Задача 1.

Докажи, что отрезки AB и CD общих пересекающихся внешних касательных к двум окружностям равны.



- **Доказательство**

Длина

отрезка AB выражается как $AB = SA - SB$.

Аналогично, $CD = SC - SD$.

Учитывая

равенства $SA = SC$ и $SB = SD$, можно записать:

$$AB = SA - SB = SC - SD = CD$$

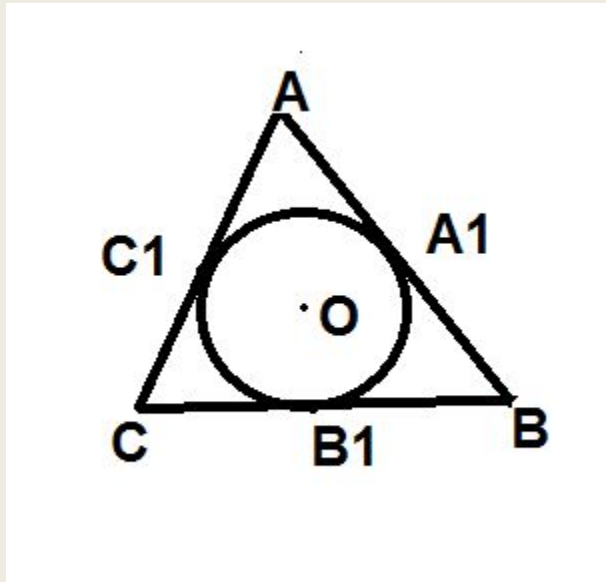
Отсюда:

$$AB = CD$$

- **Доказано.**

Задача 2.

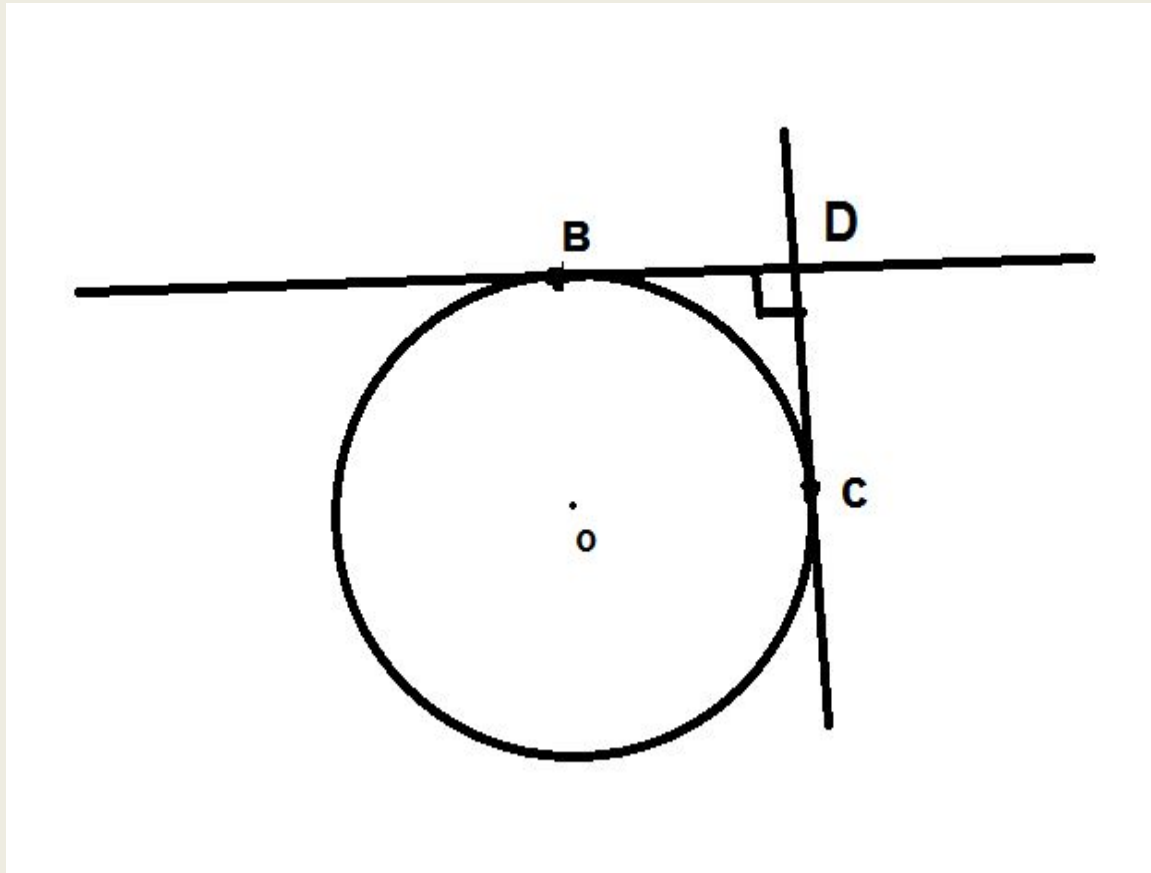
На рисунке AB, BC, AC – касательные. A_1, B_1, C_1 – точки касания. $AA_1 = 5, BB_1 = 4, CC_1 = 6$. Найди периметр $\triangle ABC$.



- **Решение.**
- AB, BC, AC – касательные, а A_1, B_1, C_1 – точки касания, тогда отрезки касательных будут равны.
- $AA_1 = AC_1, BB_1 = BA_1, CC_1 = CB_1$
- (по свойству касательных, проведенных из одной точки)
- Следовательно:
- $AC_1 = 5, BA_1 = 4, CB_1 = 6$
- Отсюда:
- $AC = AC_1 + CC_1 = 5 + 6 = 11$
- $AB = AA_1 + BA_1 = 5 + 4 = 9$
- $BC = BB_1 + CB_1 = 4 + 6 = 10$
- Тогда периметр $\triangle ABC$:
- $P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC = 9 + 11 + 10 = 30$
- Периметр $\triangle ABC$:
- $P_{\triangle ABC} = 30$.

ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

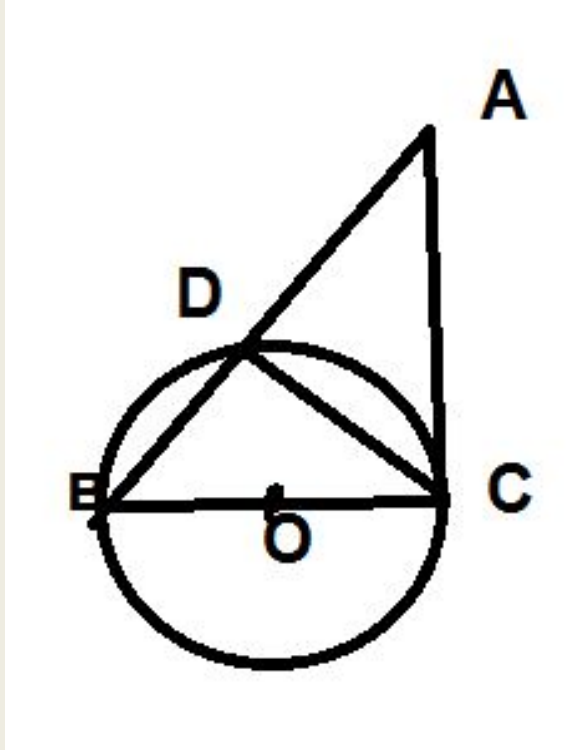
1. На рисунке DB , DC – касательные к окружности, $R = 2$. Найди длину BD .



Решение

- Так как DB , DC – касательные, то они перпендикулярны радиусу окружности. Эти отрезки проведены из одной точки, значит, по свойству касательных, проведенных из одной точки, отрезки равны. Получается, что в четырехугольнике $OBDC$ три угла – прямые.
- $DB = DC$, $OB = OC$ как радиусы
- Значит, $OBDC$ является квадратом. Отсюда:
- $BD = R = 2$.

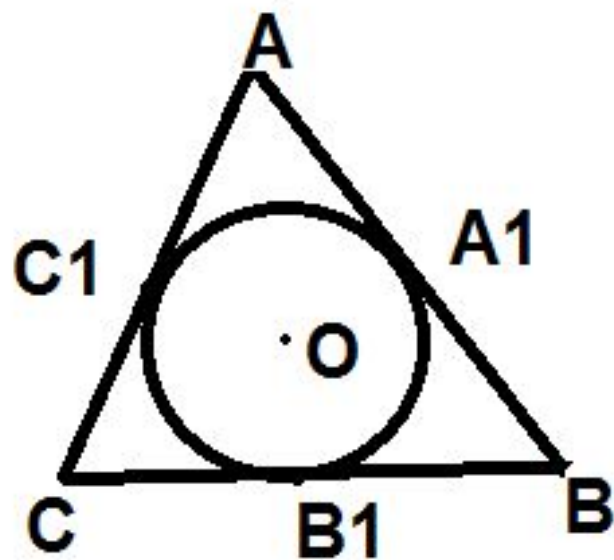
- AB
- AC
- BC
- BD
- CD
- OC



2. По рисунку выбери соответствующие названия указанных элементов.

- радиус
- хорда
- диаметр
- секущая
- касательная

3. На рисунке AB, BC, AC – касательные. A_1, B_1, C_1 – точки касания. $AA_1 = 4, BB_1 = 3, CC_1 = 5$. Выбери соответствующие значения указанных элементов.



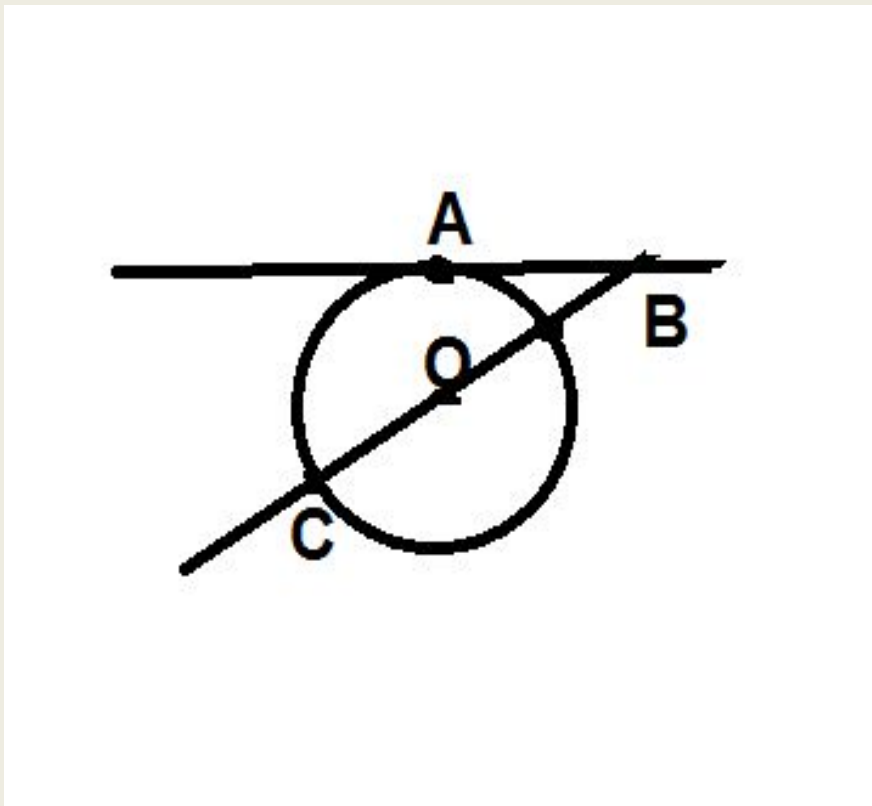
- $A_1B =$.
- $B_1C =$.
- $AC_1 =$.
- $AC =$.
- $AB =$.
- $BC =$.
-

Решение

- $A_1B = 3$
- $B_1C = 5$
- $AC_1 = 4$
- $AC = 9$
- $AB = 7$
- $BC = 8$

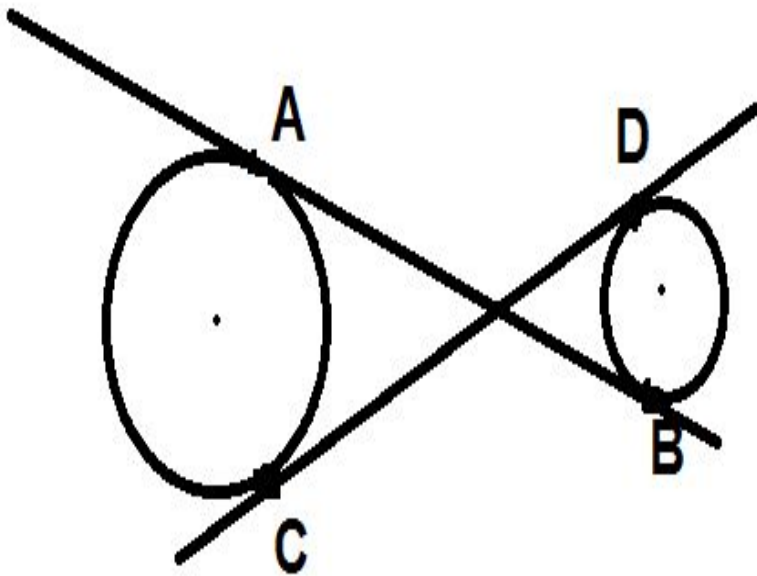
- AB, BC, AC – касательные, а A_1, B_1, C_1 – точки касания, то
- $AA_1 = AC_1, BB_1 = BA_1, CC_1 = CB_1$
- По свойству касательных, проведенных из одной точки, отрезки касательных будут равны. Тогда:
- $AC_1 = 4, BA_1 = 3, CB_1 = 5$.
- Отсюда:
- $AC = AC_1 + CC_1 = 4 + 5 = 9$
- $AB = AA_1 + BA_1 = 4 + 3 = 7$
- $BC = BB_1 + CB_1 = 3 + 5 = 8$.

4. На рисунке AB – касательная, BC – секущая, $AB = AO$. **Найди $\angle ABO$.**



- По свойству касательной: $AB \perp AO$, по условию задачи: $AB = AO$. Из этого следует, что $\triangle ABO$ – прямоугольный и равнобедренный. В прямоугольном треугольнике сумма двух острых углов равна:
 - $\angle AOB + \angle ABO = 90^\circ$
 - Так как рассматриваемый треугольник – равнобедренный, то углы при основании равны. Т. е.
 - $\angle AOB = \angle ABO = 45^\circ$.

5. Отрезки AB и CD – общие пересекающиеся внутренние касательные к двум окружностям. Известно, что длина отрезка $AB = 3$. Найди длину CD .



Отрезки касательных, проведенные к окружностям, будут равны по свойству: отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны. Т. е.

$$OD = OB, OA = OC$$

Отрезок $CD = OC + OD$. Замени в данном выражении отрезки равными им отрезками из предыдущего равенства:

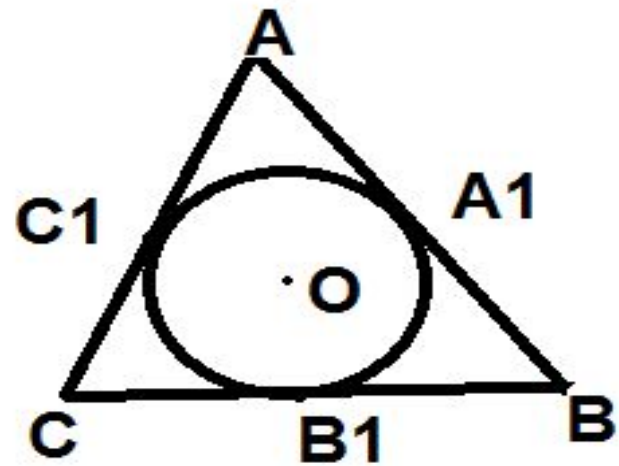
$$CD = OA + OB = AB$$

Следовательно:

$$CD = 3.$$

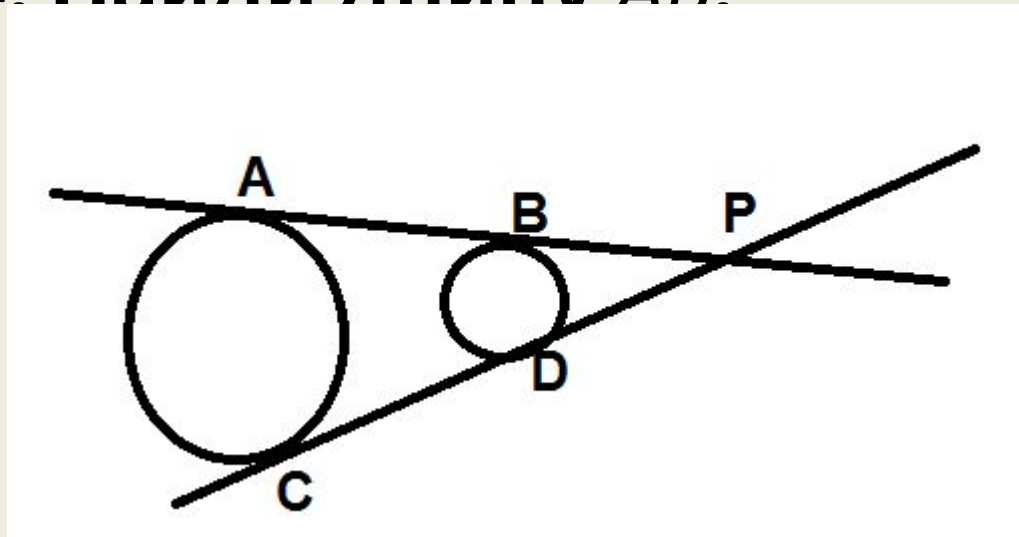
Учебные задания

- На рисунке AB, BC, AC – касательные. A_1, B_1, C_1 – точки касания. $AA_1 = 4, BB_1 = 3, CC_1 = 5$. Найди периметр $\triangle ABC$.



Учебные задания

- Отрезки AP и CP – общие пересекающиеся внешние касательные к двум окружностям. Известно, что длина отрезков $AP = 9$, $DP = 4$. Найди длину AB .



Дерево успеха

