Государственное бюджетное образовательное учреждение
города Москвы «Школа «Свиблово»

Добро пожаловать на наши интерактивные уроки!

Интерактивные уроки по геометрии на тему:

«Движения плоскости вместо вычислений»

Автор: **Самаров Сергей Евгеньевич**,
ученик 8 «В» класса

Руководитель: **Шиленкова Елена Валентиновна**,
преподаватель математики

12.12.2017 г.

Включить демонстрационный материал к задаче

Выбрать задачу из общего списка *(нажмите, чтобы перейти к ней)*

- Задача о мосте через реку
- Задача о построении отрезка с заданной серединой
- Задача о 2-х касающихся окружностях
- Задача о восстановлении квадрата
- Задача о построении равностороннего треугольника
- Задача о точках Торричелли и Ферма
- Задача Наполеона Бонапарта
- **Задача о двух ромбах** (придумана автором)
- Задача Герона Александрийского
- Задача Герона Александрийского (бильярдная формулировка)
- Задача о треугольнике наименьшего периметра
- Задача о треугольнике наименьшего периметра (бильярдный аналог)
- Задача Фаньяно
- Задача Фаньяно (бильярдный аналог)
- Задача о нахождении бильярдной траектории
- **Задача о замкнутой бильярдной траектории** (придумана автором)

Назад к списку задач

Завершить X

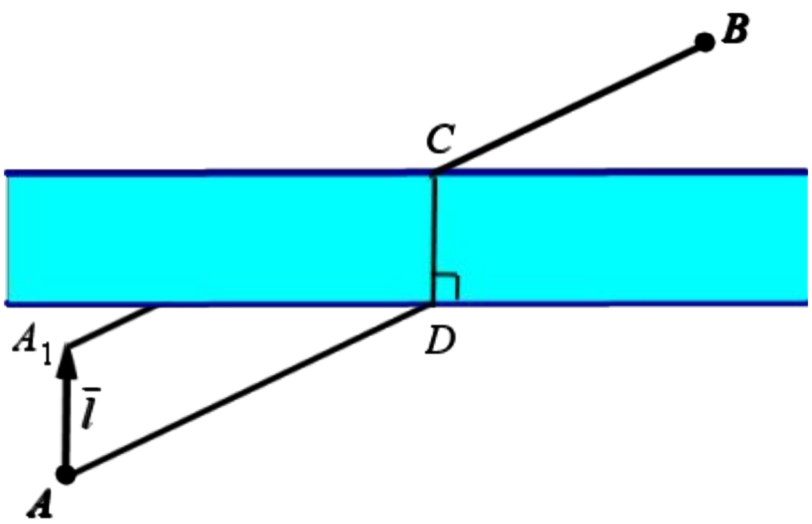
Задача о мосте через реку

Решение

Задача о мосте через реку

Города *A* и *B* расположены на разных берегах реки.

В каком месте нужно построить мост через реку, чтобы путь от города *A* до города *B* был кратчайшим?



Ответ:

Кратчайшим путем, ведущим из города *A* в город *B*, является путь, проходящий через мост *DC* :

$$A \to D \to C \to B$$

К следующей задаче

Интерактивные уроки «Движение плоскости вместо вычислений»

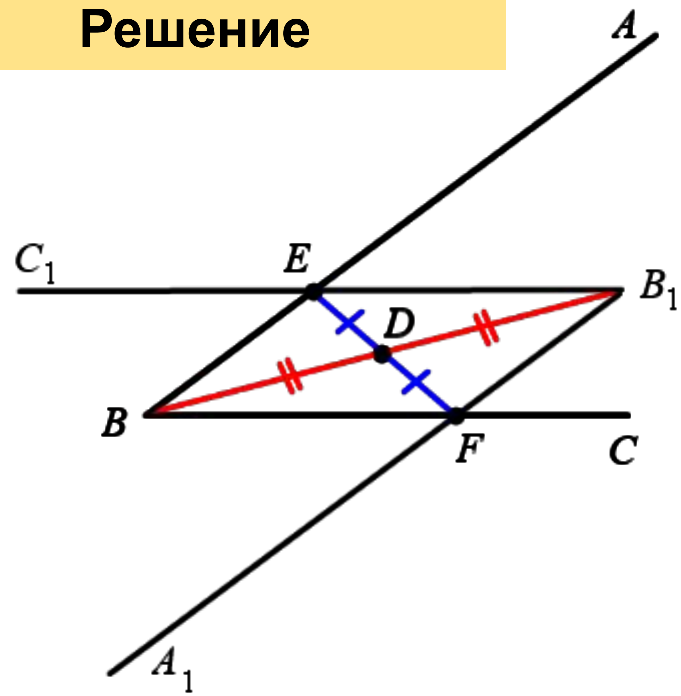
Задача о построении отрезка с заданной серединой

Задача о постр. отрезка с заданной серединой

Дан острый угол *ABC* с вершиной *B* и точка *D* внутри него.

Найти на сторонах угла такие точки *E* и *F*, чтобы точка *D* была серединой отрезка *EF*.

Решение



Ответ:

Точка *D* середина отрезка *EF*

Интерактивные уроки «Движение плоскости вместо вычислений»

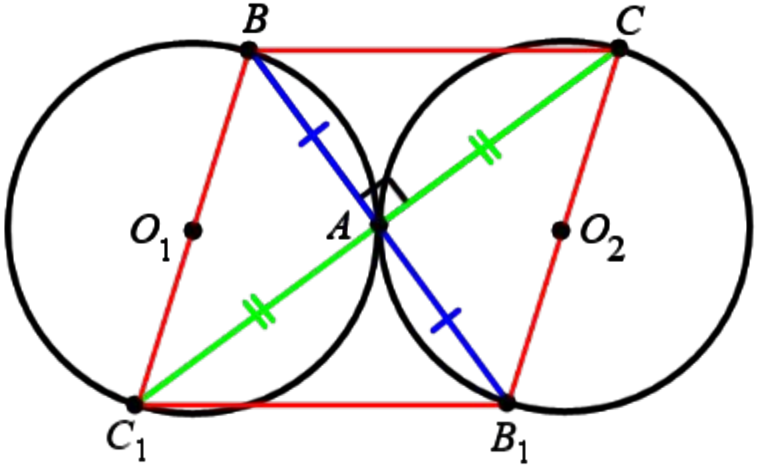
Задача о двух касающихся окружностях

Задача о двух касающихся окружностях

Две окружности с центрами O_1 и O_2 и равными радиусами R касаются внешним образом в точке A.

Точки B и C лежат на разных окружностях, причем хорды BA и CA перпендикулярны. Доказать, что расстояние BC равно $2R$.

Решение



Ответ:

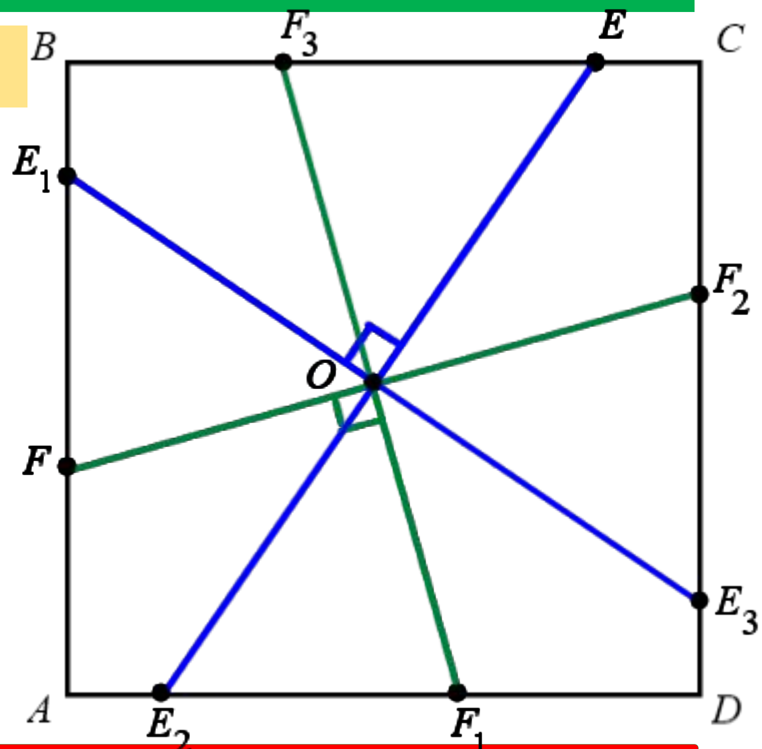
Доказано

Интерактивные уроки «Движение плоскости вместо вычислений»

Задача о восстановлении квадрата

Задача о восстановлении квадрата

Решение



Восстановить квадрат *ABCD*, если известен его центр *O* и точки *F* и *E*, расположенные на сторонах *AB* и *BC* соответственно.

Ответ:

Квадрат восстановлен.

Интерактивные уроки «Движение плоскости вместо вычислений»

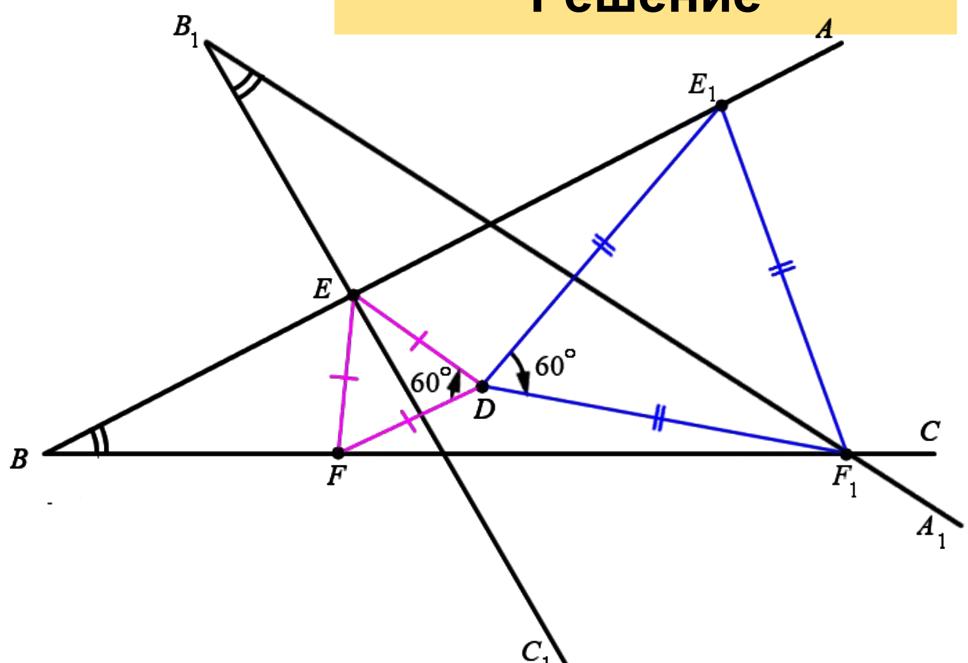
Задача о построении равностороннего треугольника

Задача о равностороннем треугольнике

Дан угол *ABC* с вершиной *B* и точка *D* внутри него.

На сторонах угла *AB* и *BC* найти точки *E* и *F* так, чтобы треугольник *EFD* был равносторонним.

Решение



Ответ:

Равносторонние треугольники построены

Интерактивные уроки «Движение плоскости вместо вычислений»

Задача о точках Торричелли и Ферма

Задача о точках Торричелли и Ферма

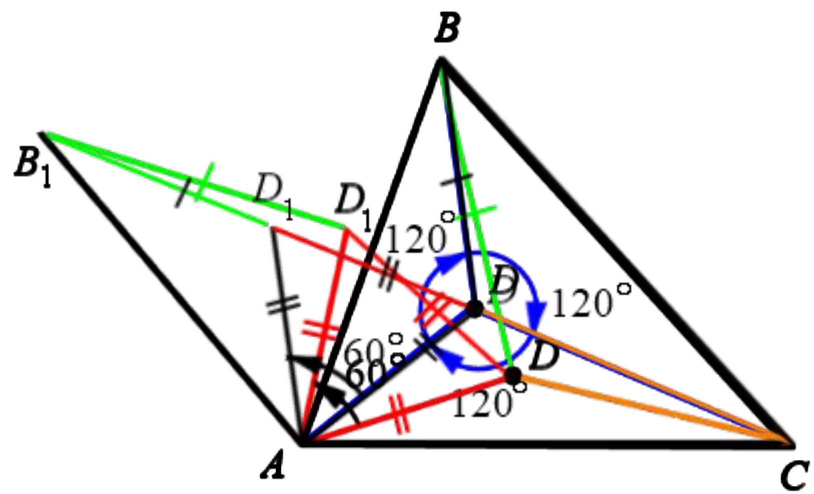
Дан остроугольный треугольник.

Точка **Ферма** – это точка внутри треугольника, сумма расстояний от которой до вершин треугольника минимальна.

Точка **Торричелли** - это точка внутри треугольника, из которой каждая сторона треугольника видна под углом в 120^0.

Доказать, что эти точки совпадают и построить точку **Торричелли-Ферма**.

Решение



Ответ:

Точка Ферма-Торричелли построена.

Доказано

Интерактивные уроки «Движение плоскости вместо вычислений»

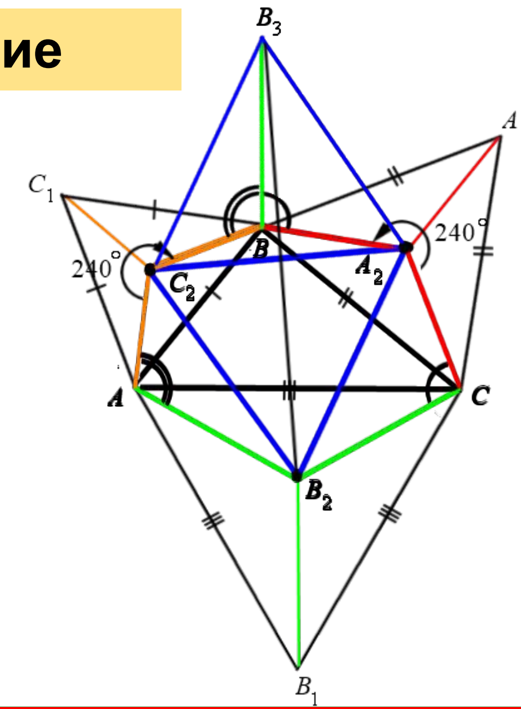
Задача Наполеона Бонапарта

Задача Наполеона

На сторонах произвольного треугольника как на основаниях вне треугольника построены равносторонние треугольники.

Доказать, что центры этих равносторонних треугольников также являются вершинами равностороннего треугольника.

Решение



Ответ:

Доказано

Интерактивные уроки «Движение плоскости вместо вычислений»

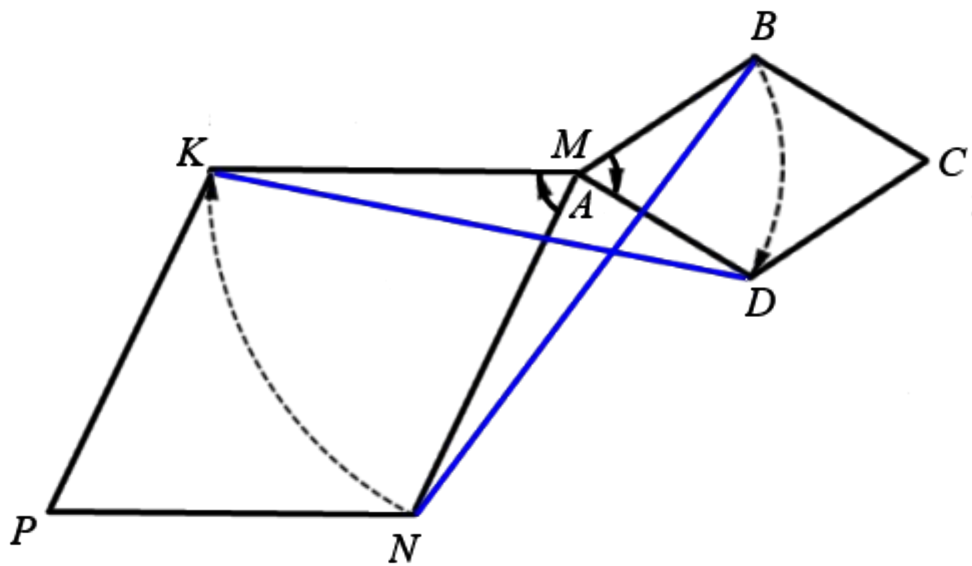
Задача о двух ромбах (придумана автором проекта)

Задача о двух ромбах

У ромбов *ABCD* и *MNPK* вершины *A* и *M* совпадают, а углы при вершинах *A* и *M* равны. При обходе по направлению *A*→*B*→*C*→*D* ромб *ABCD* остается справа, так же и при обходе по направлению *M*→*N*→*P*→*K* ромб *MNPK* остается справа.

Доказать, что отрезки *BN* и *DK* равны, а угол между ними равен углу *BAD*

Решение



Ответ:

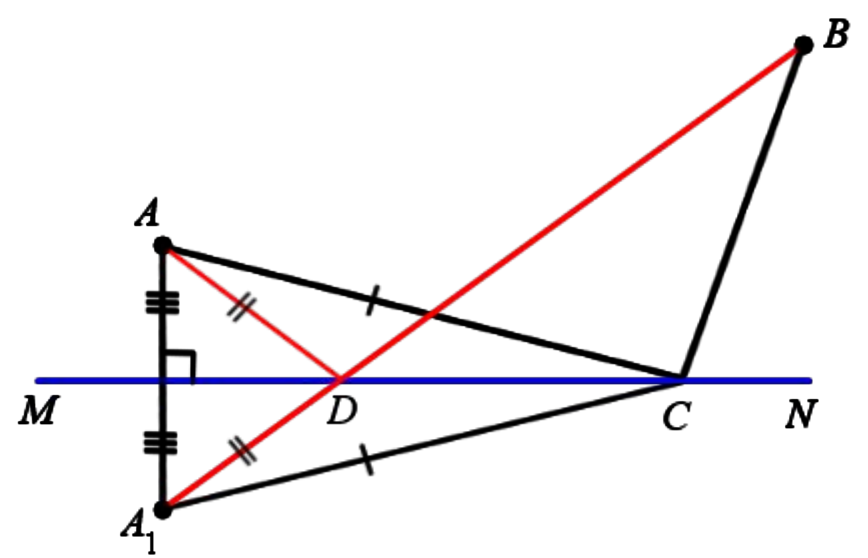
Отрезки *BN* и *DK* равны, а угол между ними равен углу *BAD*.

Назад к списку задач

Завершить Х

Задача Герона Александрийского

Решение



Задача Герона Александрийского

Города *A* и *B* расположены на одном берегу реки *MN*. Курьер должен доставить донесение из города *A* в город *B,* напоив в реке коня.

По какому пути нужно двигаться курьеру, чтобы пройденное им расстояние было наименьшим?

Ответ:

Самый короткий путь для курьера: *A* → *D* → *B*

К следующей задаче

Интерактивные уроки «Движение плоскости вместо вычислений»

Бильярдная формулировка задачи Герона Александрийского

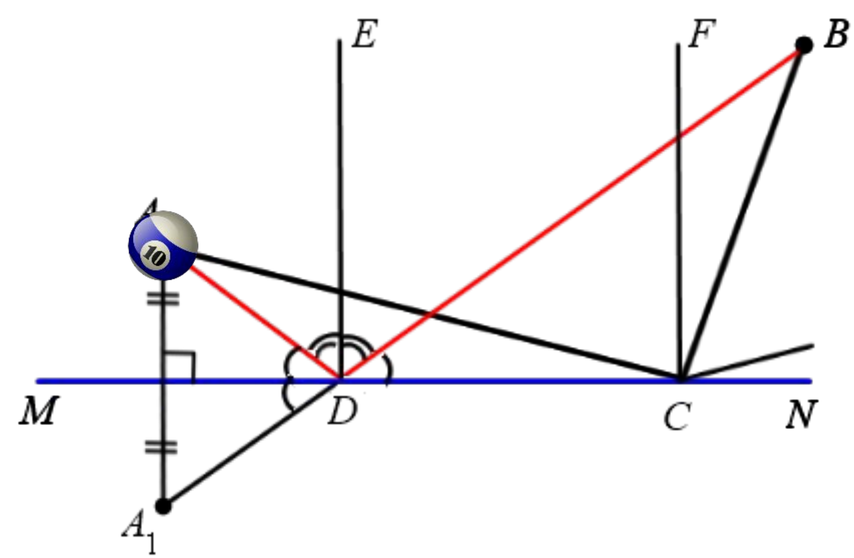
Задача Герона Александрийского (бильярдная фор-ка)

Задачу Герона можно переформулировать в виде задачи о траектории бильярдного шара, которая состоит в следующем:

На бильярдном столе с краем *MN* лежат шары *A* и *B*.

Как игрок должен направить шар *A*, чтобы, отразившись от края *MN*, шар *A* попал в шар *B*?

Решение



Ответ:

Шар должен быть направлен в точку *D* и пройдет путь: *A* → *D* → *B*

Интерактивные уроки «Движение плоскости вместо вычислений»

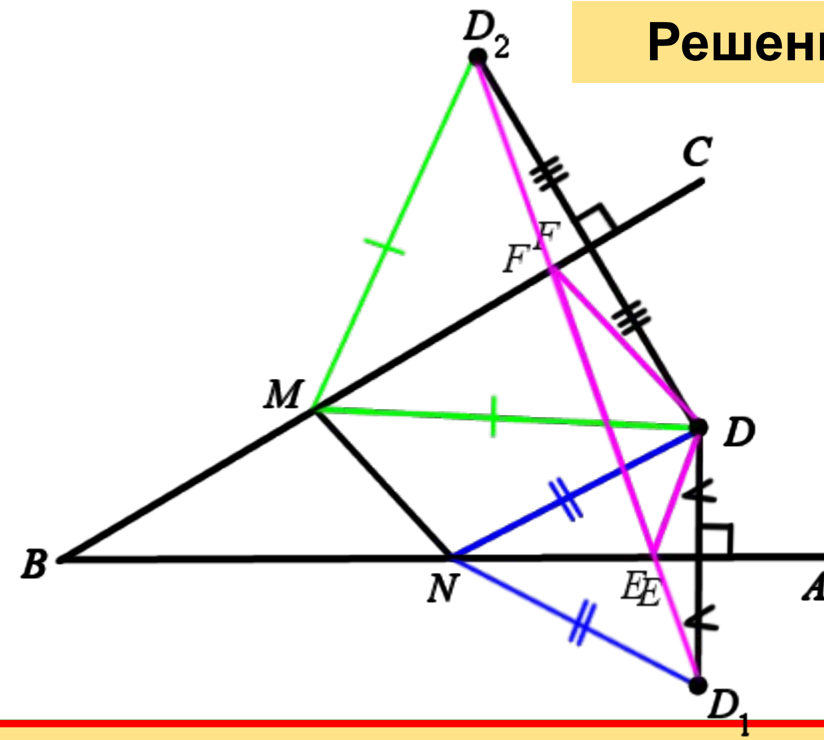
З-ча о треуг. наименьш. периметра с вершинами на сторонах угла

Задача о треуг. наименьшего периметра

Дан острый угол *ABC* и точка *D* внутри него.

На сторонах угла найти точки *E* и *F* так, чтобы периметр треугольника *DEF* был наименьшим

Решение



Ответ:

Полученный треугольник *DEF* и обладает наименьшим периметром.

Интерактивные уроки «Движение плоскости вместо вычислений»

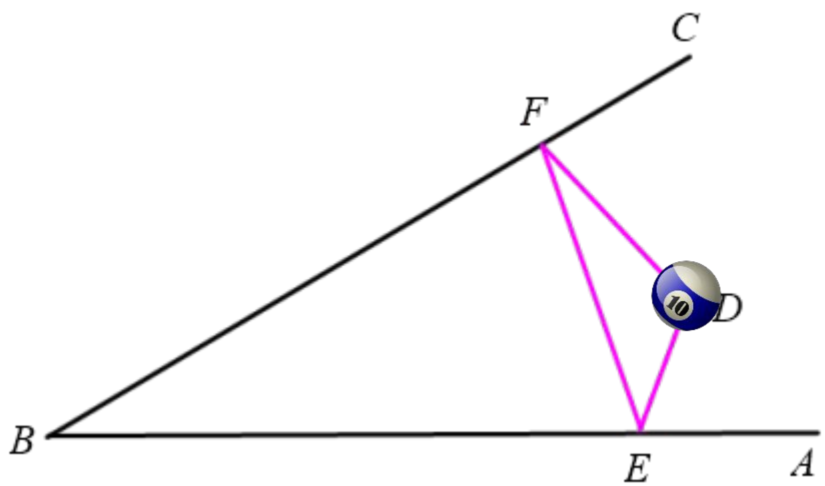
Бильярд. фор-ка з. о треуг. наим. периметра с верш. на стор. угла

Решение

З-ча о треуг. наим. периметра
(бильярдная фор-ка)

Рассмотрим лучи *AB* и *BC* как края бильярдного стола *ABC* без луз, на котором лежит шар *D*.

Если игрок направит шар *D* в точку *F*, то, отразившись, в соответствии с физическим законом отражения, от края *BC* в точке *F*, шар, пройдя по отрезку *FE*, отразится от края *AB* в точке *E* и вернется в точку *D* по отрезку *ED*.



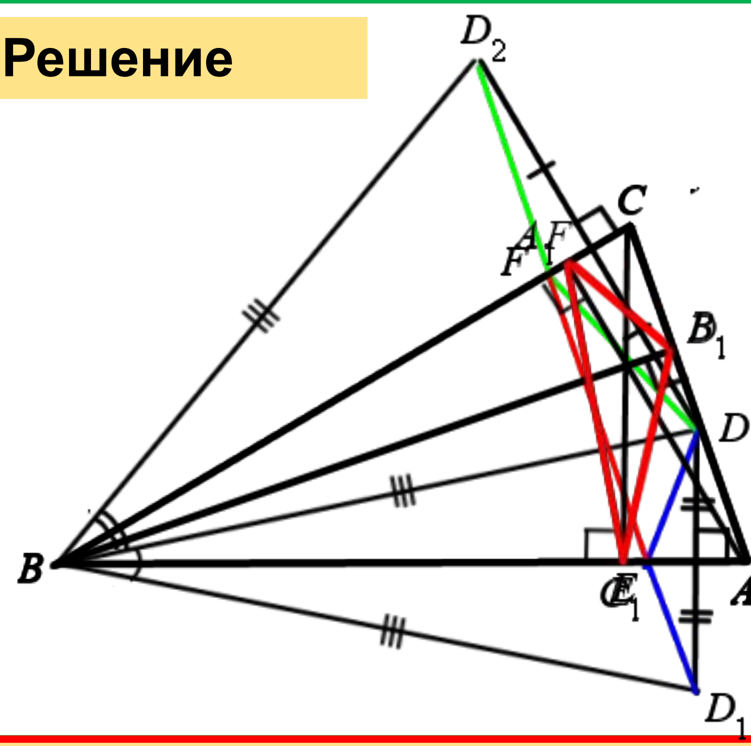
Ответ:

Треугольник *DEF* имеет наименьший периметр.

Интерактивные уроки «Движение плоскости вместо вычислений»

Задача Фаньяно

Решение



Задача Фаньяно

На сторонах остроугольного треугольника ABC найти такие точки A_1, B_1 и C_1, чтобы периметр треугольника $A_1B_1C_1$ был наименьшим.

Ответ:

Точки A_1, B_1 и C_1 найдены.

Интерактивные уроки «Движение плоскости вместо вычислений»

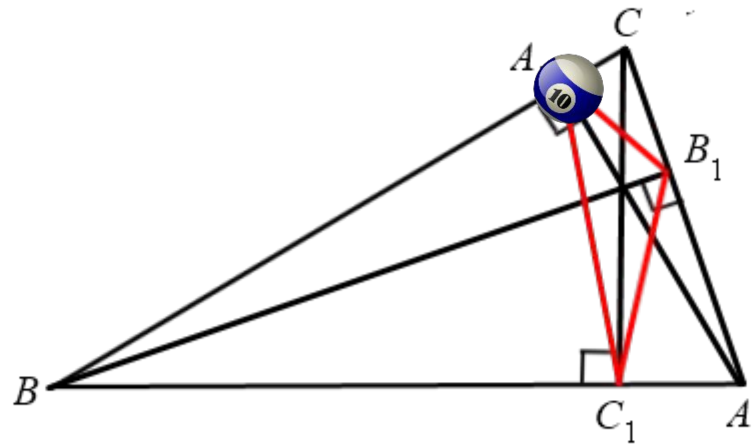
Бильярдный аналог задачи Фаньяно

Задача Фаньяно (бильярдный аналог)

Рассмотрим треугольник *ABC* как бильярдный стол без луз. Если игрок пошлет, например, шар из точки A_1 в точку B_1, то, отразившись от края стола *AC* в точке B_1, шар попадет в точку C_1. После этого шар, отразившись от края стола *AB* в точке C_1, возвратится в точку A_1.

В противоположном направлении ситуация будет аналогичной.

Решение



Ответ:

Решение задачи Фаньяно завершено

Интерактивные уроки «Движение плоскости вместо вычислений»

Задача о нахождении бильярдной траектории

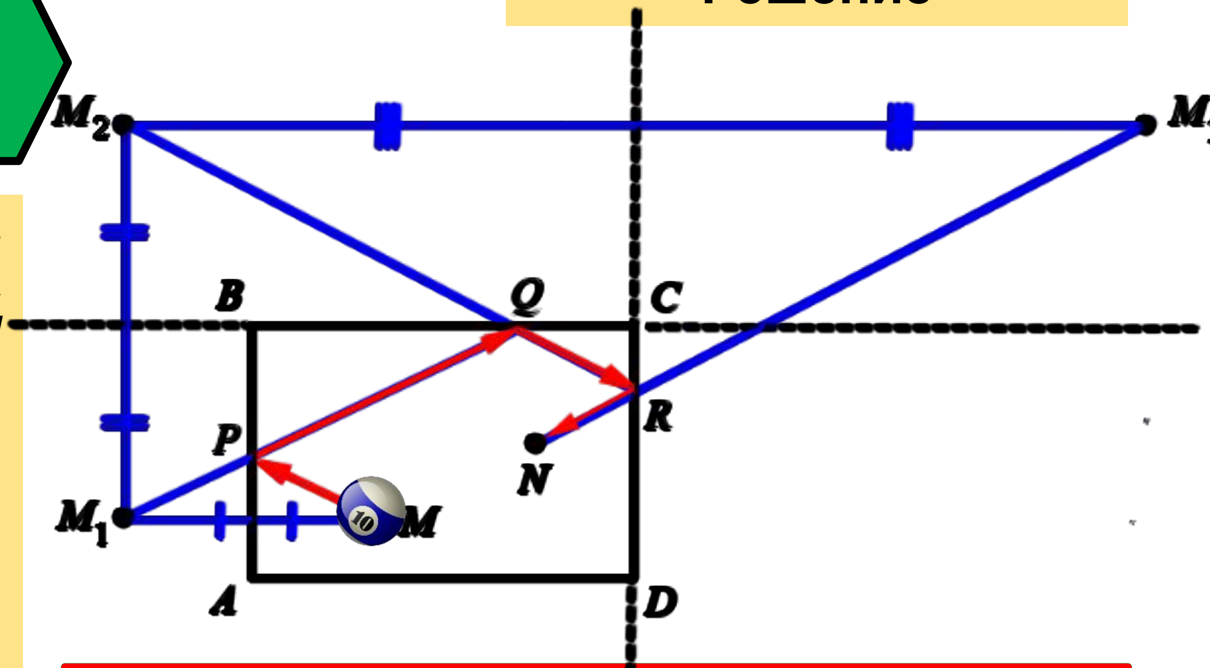
Задача о нахождении бильярд. траект-и

На бильярдном столе в форме прямоугольника *ABCD* без луз лежат шары *M* и *N*.

Игрок бьет кием по шару *M*. После этого шар *M* ударяется в сторону *AB*, затем в сторону *BC*, потом в сторону *CD* и попадает в шар *N*.

Найти путь шара *M*.

Решение



Ответ:

Путь шара отмечен на рисунке красным цветом.

Назад к списку задач

Завершить X

Интерактивные уроки «Движение плоскости вместо вычислений»

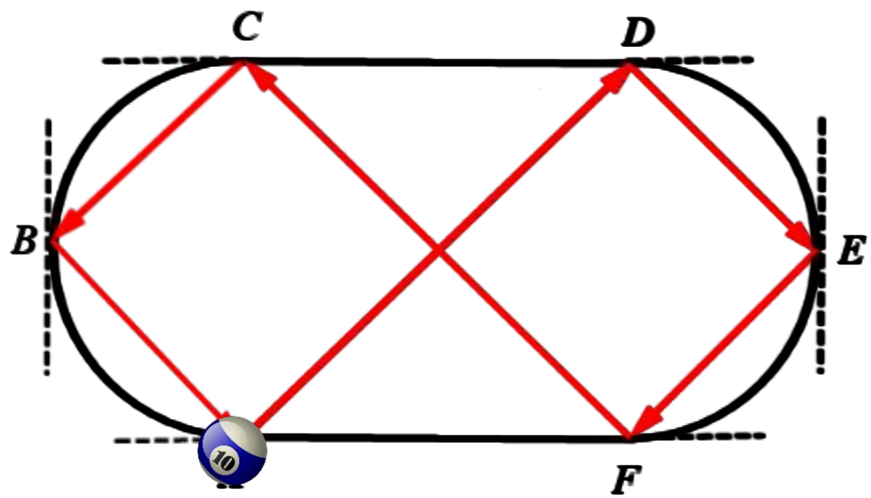
Задача о замкнутой бильярдной траектории (придумана автором)

Задача о замкн. бильярд. траектории

Бильярдный стол без луз имеет форму квадрата *ACDF*, на сторонах *AC* и *FD* которого как на диаметрах вне квадрата построены полукруги.

Найти какую-нибудь замкнутую траекторию движения бильярдного шара, имеющую 6 звеньев.

Решение



Ответ:

Траекторией шара будет замкнутая ломаная линия, отмеченная на красным цветом и состоящая из 6 звеньев

До свидания!

На сегодня наш интерактивный урок завершен,
будем рады видеть Вас снова!

Спасибо за внимание!