



# Вторая производная и её физический смысл.

---

Текст слайдов переписать в тетрадь.

## Повторите:

---

- Определение производной функции
- Правила вычисления производной
- Таблица производных
- См. тетрадь

# Вторая производная и её физический смысл.

---

- Если функция  $y = f(x)$  имеет производную в каждой точке  $x$  своей области определения, то её производная  $f'(x)$  есть функция от  $x$ .

# Вторая производная и её физический смысл.

---

Функция  $y = f'(x)$  может иметь производную, которую называют производной второго порядка функции  $y = f(x)$  и обозначают символом  $f''(x)$ .

Таким образом  $f''(x) = (f'(x))'$

## Пример:

---

○  $f(x) = 3x^5 + 6x^3 + 2x + 18$   
 $f'(x) = (3x^5 + 6x^3 + 2x + 18)' =$   
 $= 15x^4 + 18x^2 + 2$   
 $f''(x) = (15x^4 + 18x^2 + 2)' = 60x^3 + 36x$

Применяем правила  
дифференцирования функции

# Вторая производная и её физический смысл.

---

- Производные более высоких порядков определяются аналогично:

$$f^{(n)}(x) = (f^{(n-1)}(x))'$$

# Физический смысл второй производной

---

○ Если точка движется прямолинейно и задан закон её движения  $s = f(t)$ , то ускорение точки равно второй производной от пути по времени.

$$a(t) = s''(t)$$

$$a(t) = v'(t)$$

# Найти вторую производную

---

1.  $y = x^5 - 7x^3 + 3$

2.  $y = \sin x$

3.  $y = (x + 3)^4$

4.  $y = \cos x$

5.  $y = e^x + x^2$

6.  $y = 1 + x^5 + e^x$

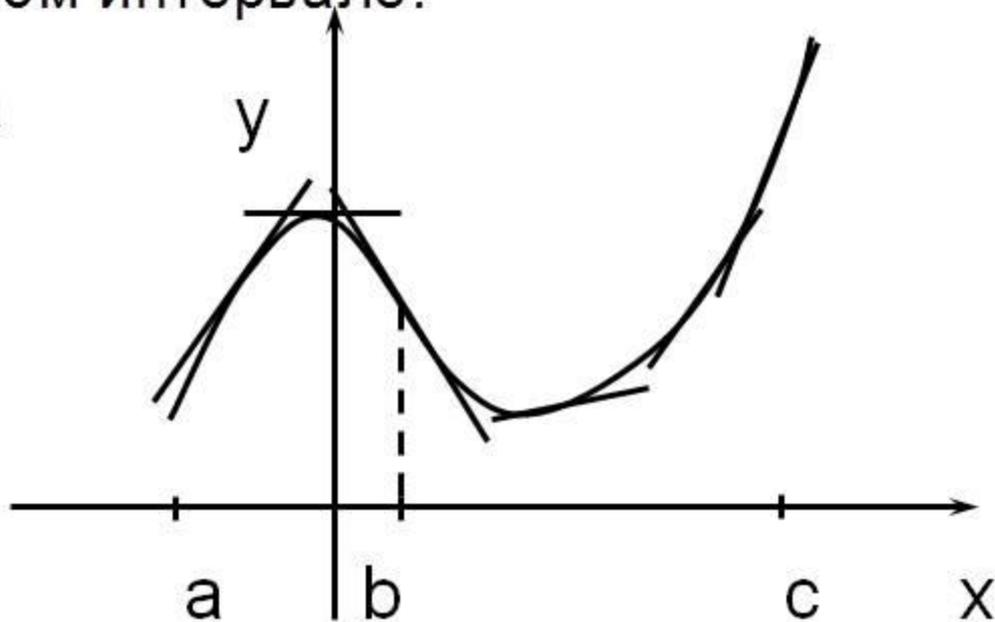
7.  $y = e^{2x} + \sin 3x.$

8. Задания 1-5 на оценку 3.

# Выпуклость и вогнутость кривой

**Определение.** График функции  $f(x)$  называется выпуклым вниз на интервале  $(a, b)$ , если все точки графика лежат выше любой его касательной на этом интервале.

На рис. показана кривая, выпуклая вверх на интервале  $(a, b)$  и выпуклая вниз на интервале  $(b, c)$ .



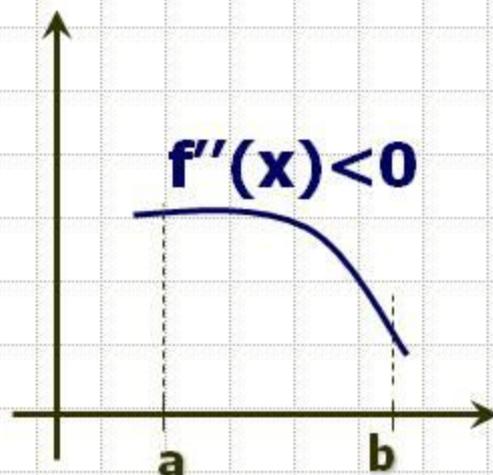
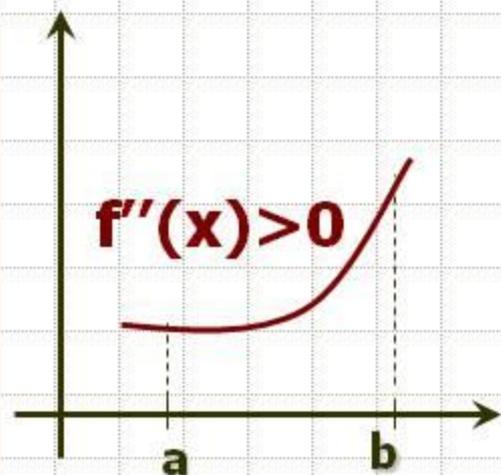
# Выпуклость графика функции

Теорема:

Если на отрезке  $[a;b]$   
функция  $f(x)$  непрерывна  
и  $f''(x) > 0$

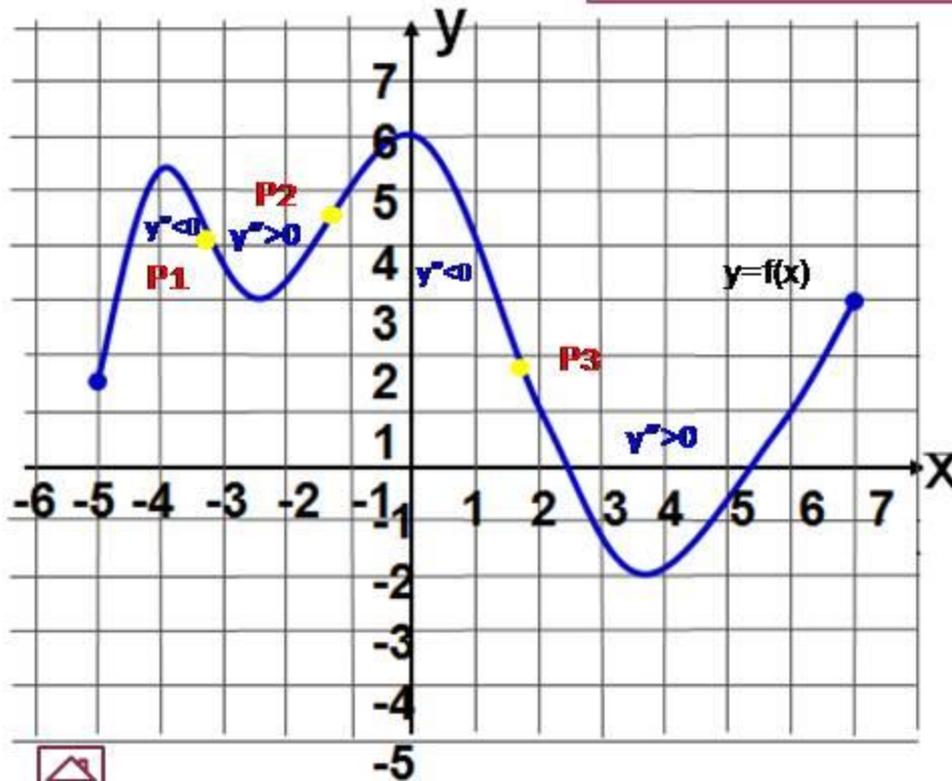
(соответственно  $f''(x) < 0$ ),  
то график функции  $f(x)$  –  
*обращен на этом отрезке*  
**ВЫПУКЛОСТЬЮ ВНИЗ**

(соответственно **вверх**)



## 7. Точки перегиба

Точка  $P$  называется *точкой перегиба* функции  $y=f(x)$  если при переходе через эту точку слева направо знак второй производной меняется.



Распознать точку перегиба по графику функции очень просто. График функции в окрестности точки перегиба выглядит границей между “холмом” и “впадиной”

