

Вторая производная и её физический смысл.

Текст слайдов переписать в тетрадь.

Повторите:

- Определение производной функции
- Правила вычисления производной
- Таблица производных
- См. тетрадь

Вторая производная и её физический смысл.

- Если функция $y = f(x)$ имеет производную в каждой точке x своей области определения, то её производная $f'(x)$ есть функция от x .

Вторая производная и её физический смысл.

Функция $y = f'(x)$ может иметь производную, которую называют производной второго порядка функции $y = f(x)$ и обозначают символом $f''(x)$.

Таким образом $f''(x) = (f'(x))'$

Пример:

○ $f(x) = 3x^5 + 6x^3 + 2x + 18$
 $f'(x) = (3x^5 + 6x^3 + 2x + 18)' =$
 $= 15x^4 + 18x^2 + 2$
 $f''(x) = (15x^4 + 18x^2 + 2)' = 60x^3 + 36x$

Применяем правила
дифференцирования функции

Вторая производная и её физический смысл.

- Производные более высоких порядков определяются аналогично:

$$f^{(n)}(x) = (f^{(n-1)}(x))'$$

Физический смысл второй производной

○ Если точка движется прямолинейно и задан закон её движения $s = f(t)$, то ускорение точки равно второй производной от пути по времени.

$$a(t) = s''(t)$$

$$a(t) = v'(t)$$

Найти вторую производную

1. $y = x^5 - 7x^3 + 3$

2. $y = \sin x$

3. $y = (x + 3)^4$

4. $y = \cos x$

5. $y = e^x + x^2$

6. $y = 1 + x^5 + e^x$

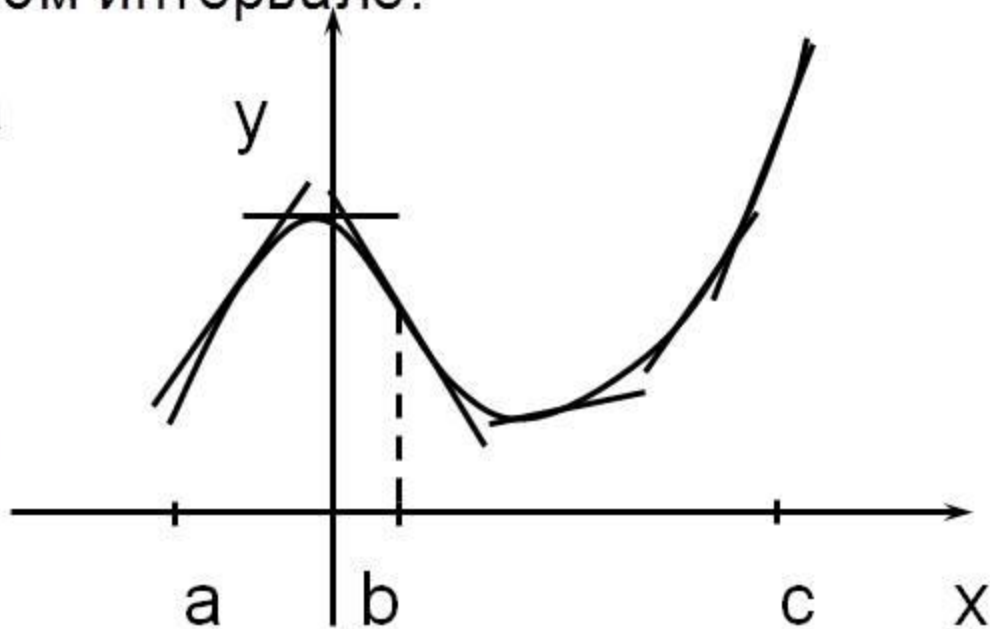
7. $y = e^{2x} + \sin 3x.$

8. Задания 1-5 на оценку 3.

Выпуклость и вогнутость кривой

Определение. График функции $f(x)$ называется выпуклым вниз на интервале (a, b) , если все точки графика лежат выше любой его касательной на этом интервале.

На рис. показана кривая, выпуклая вверх на интервале (a, b) и выпуклая вниз на интервале (b, c) .



Выпуклость графика функции

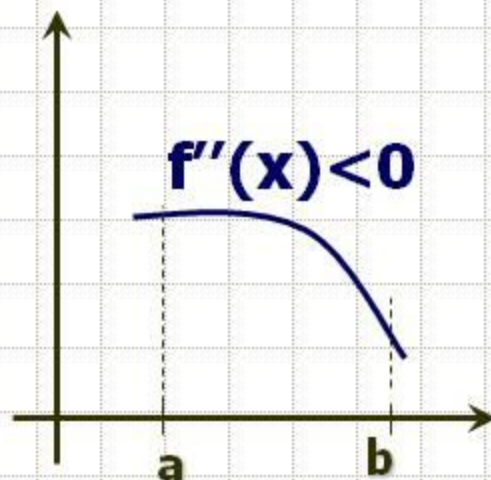
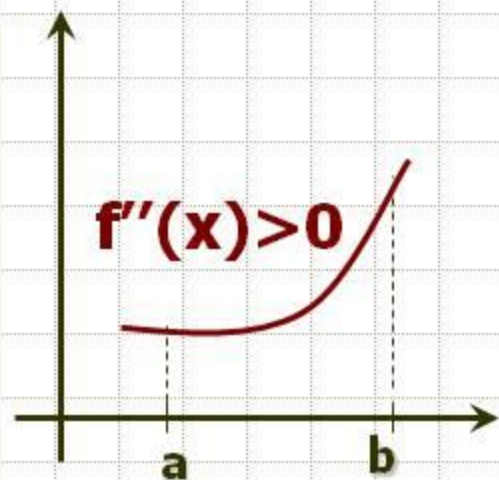
Теорема:

Если на отрезке $[a;b]$
функция $f(x)$ непрерывна
и $f''(x) > 0$

(соответственно $f''(x) < 0$),
то график функции $f(x)$ –
обращен на этом отрезке

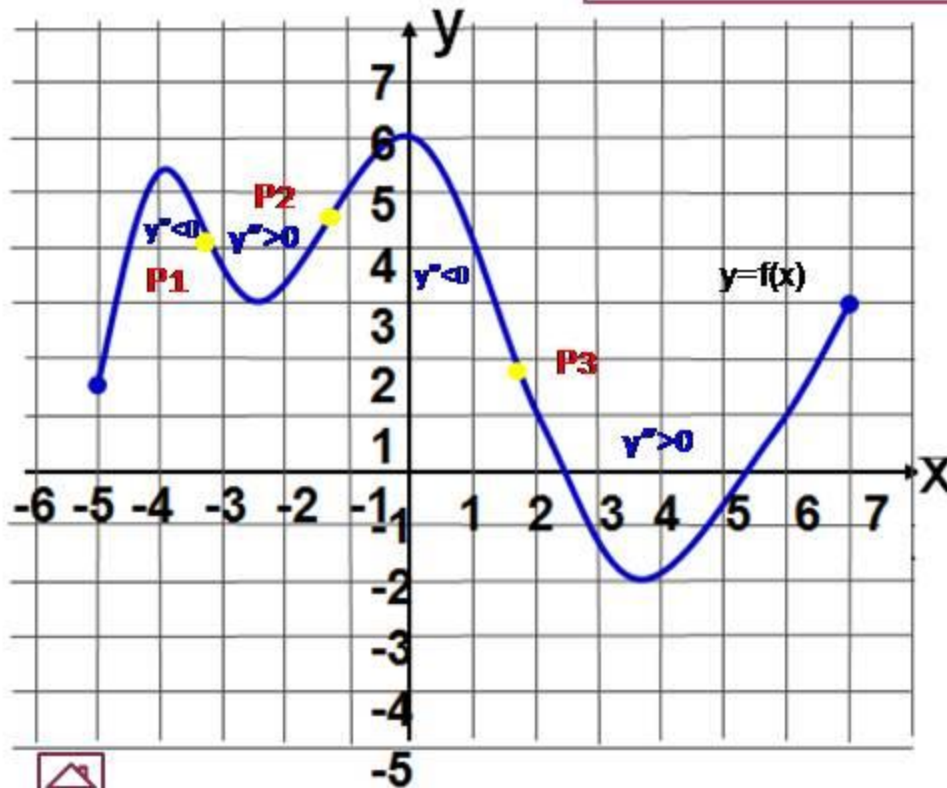
выпуклостью вниз

(соответственно **вверх**)



7. Точки перегиба

Точка P называется *точкой перегиба* функции $y=f(x)$ если при переходе через эту точку слева направо знак второй производной меняется.



Распознать точку перегиба по графику функции очень просто. График функции в окрестности точки перегиба выглядит границей между “холмом” и “впадиной”

