

# Преобразование выражений, содержащих модуль

Цель: научиться упрощать  
выражения, содержащие модуль

# Понятие модуля

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0; \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

## Геометрический смысл модуля.

Модулем числа **a** называется расстояние  
(в единичных отрезках)  
от **0** до точки, изображающей число **a**.



$$|5| = 5;$$

$$|-5| = -(-5) = 5$$

## 1.1. Определение модуля. Решение по определению.

По определению, модуль, или абсолютная величина, неотрицательного числа  $a$  совпадает с самим числом, а модуль отрицательного числа равен противоположному числу, то есть  $-a$ :

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$

**Запишем решение простейших уравнений в общем виде:**

$$|x| = b \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm b, & b > 0 \\ x = 0, & b = 0 \\ \emptyset, & b < 0 \end{cases}$$

**Пример.** Решить уравнение  $|x - 3| = 3 - 2x$ .

Рассматриваем два случая.

При  $x - 3 > 0$  уравнение принимает вид  $x - 3 = 3 - 2x$ , откуда  $x = 2$ . Но это значение не удовлетворяет неравенству  $x - 3 > 0$ , потому не входит в ответ исходного уравнения.

При  $x - 3 < 0$  получаем  $3 - x = 3 - 2x$  и  $x = 0$ . Этот корень удовлетворяет соответствующему условию  $x - 3 < 0$ .

Итак, ответ к исходному уравнению:  $x = 0$ .

*Ответ:*  $x = 0$ .

A graphic of a spiral-bound notebook with a light pink cover and a white page. The spiral binding is at the top, with yellow and blue rings. The page contains text in black and red.

Устно:

1. Назвать модуль числа:

14,3; -19,2; -75; 23,1; -17,3



3. Упростить выражение  $\frac{a^2-4}{|a|+2}$ .

3. Упростить выражение  $\frac{a^2-4}{|a|+2}$ .

Решение. Дробь определена для любых значений  $a$ .

Точка 0 — нуль подмодульного выражения.

При  $a \geq 0$ :  $\frac{a^2-4}{|a|+2} = \frac{a^2-4}{a+2} = \frac{(a-2)(a+2)}{a+2} = a-2.$

При  $a < 0$ :  $\frac{a^2-4}{|a|+2} = \frac{a^2-4}{-a+2} = \frac{(a-2)(a+2)}{-a+2} = -\frac{(-a+2)(a+2)}{-a+2} = -(a+2) = -a-2.$

4. Упростите выражение  $\frac{|x+3|}{x^2-9}$ .

4. Упростите выражение  $\frac{|x+3|}{x^2-9}$ .

Решение. Дробь определена для любых значений, кроме 3 и -3.

Точка -3 — нуль подмодульного выражения.

При  $x > -3$ :

$$\frac{|x+3|}{x^2-9} = \frac{x+3}{x^2-9} = \frac{x+3}{(x-3)(x+3)} = \frac{1}{x-3}$$

При  $x < -3$ :

$$\frac{|x+3|}{x^2-9} = \frac{-(x+3)}{x^2-9} = \frac{-(x+3)}{(x-3)(x+3)} = -\frac{1}{x-3}$$



5. Упростите выражение  $\frac{|x^2 - 25|}{x + 5}$ .

5. Упростите выражение  $\frac{|x^2-25|}{x+5}$ .

Решение. Дробь определена для любых значений, кроме  $-5$ .

Точки  $5$  и  $-5$  - нули подмодульного выражения.

Они делят числовую ось на промежутки.

При  $x < -5$ :

$$\frac{|x^2-25|}{x+5} = \frac{x^2-25}{x+5} = \frac{(x-5)(x+5)}{x+5} = x-5.$$

При  $-5 < x \leq 5$ :

$$\frac{|x^2-25|}{x+5} = \frac{-(x^2-25)}{x+5} = \frac{-(x-5)(x+5)}{x+5} = -(x-5).$$

При  $x > 5$ :

$$\frac{|x^2-25|}{x+5} = \frac{x^2-25}{x+5} = \frac{(x-5)(x+5)}{x+5} = x-5.$$

6. Упростите выражение  $\frac{|x||x-1|}{x^2-x+1-|x|}$ .

6. Упростите выражение  $\frac{|x||x-1|}{x^2-x+1-|x|}$ .

Решение. Дробь определена для любых значений, кроме 1.

Точки 0 и 1 - нули подмодульных выражений.

Они делят числовую ось на промежутки.

При  $x < 0$ :

$$\frac{|x||x-1|}{x^2-x+1-|x|} = \frac{-(-x(x-1))}{x^2-x+1+x} = \frac{x(x-1)}{x^2+1}$$

При  $0 \leq x < 1$ :

$$\frac{|x||x-1|}{x^2-x+1-|x|} = \frac{-x(x-1)}{x^2-x+1-x} = \frac{x(x-1)}{x^2-2x+1} = \frac{x(x-1)}{(x-1)^2} = \frac{x}{x-1} = \frac{x}{1-x}$$

$x > 1$ :

$$\frac{|x||x-1|}{x^2-x+1-|x|} = \frac{x(x-1)}{x^2-x+1-x} = \frac{x(x-1)}{x^2-2x+1} = \frac{x(x-1)}{(x-1)^2} = \frac{x}{x-1}$$



7. Упростите выражение  $\frac{m|m-3|}{(m^2-m-6)|m|}$ .

7. Упростите выражение  $\frac{m|m-3|}{(m^2-m-6)|m|}$ .

Решение. Дробь определена для любых значений, кроме -2 и 0 и 3.

Точки 0 и 3 – нули подмодульных выражений.

Они делят числовую ось на промежутки.

При  $m < 0$ :

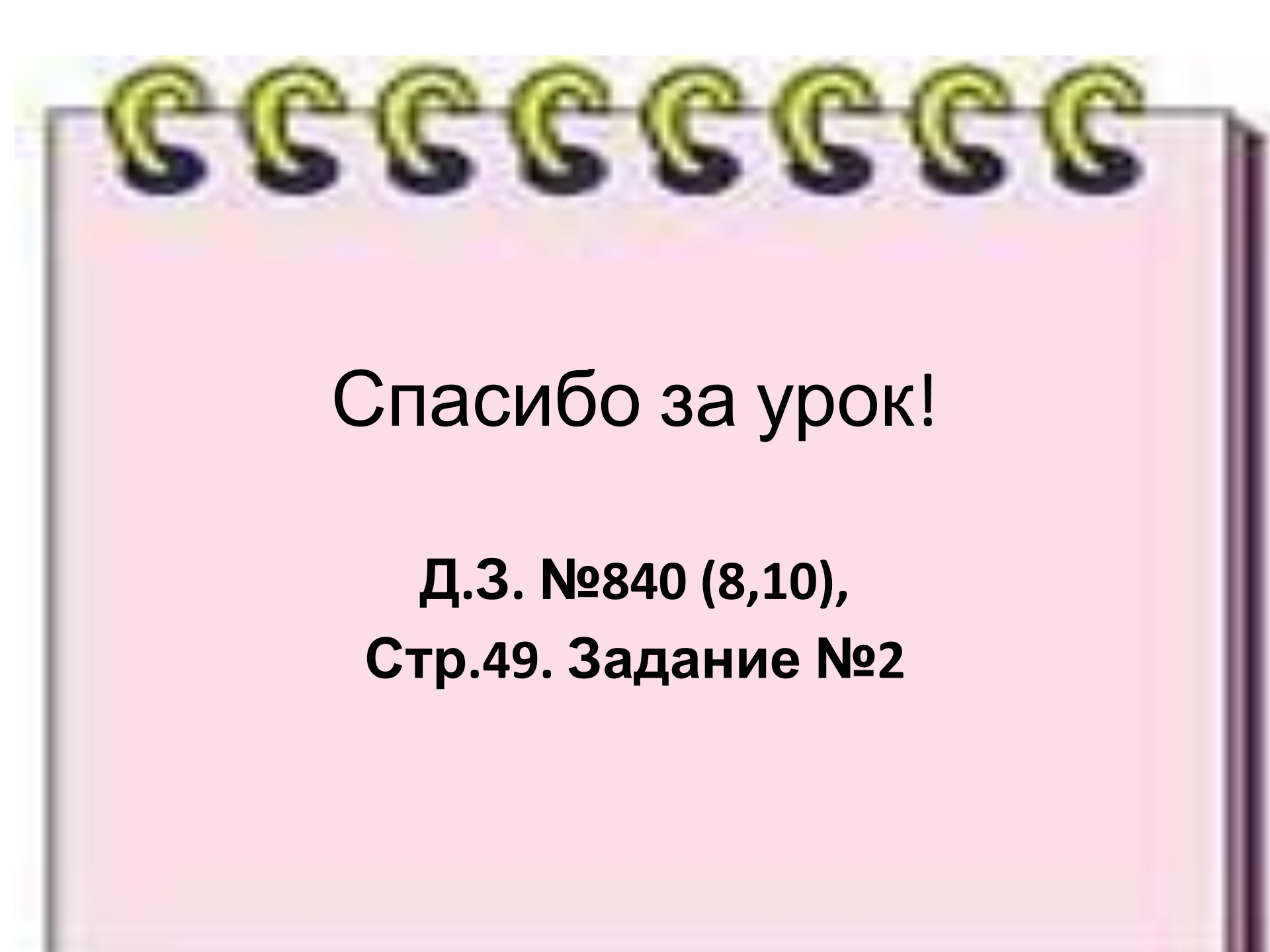
$$\frac{m|m-3|}{(m^2-m-6)|m|} = \frac{-m(m-3)}{-(m^2-m-6)m} = \frac{m-3}{(m^2-m-6)}$$

При  $0 < m < 3$ :

$$\frac{m|m-3|}{(m^2-m-6)|m|} = \frac{-m(m-3)}{(m^2-m-6)m} = \frac{-(m-3)}{(m^2-m-6)} = \frac{3-m}{(m^2-m-6)}$$

При  $m > 3$ :

$$\frac{m|m-3|}{(m^2-m-6)|m|} = \frac{m(m-3)}{(m^2-m-6)m} = \frac{m-3}{(m^2-m-6)}$$



Спасибо за урок!

**Д.3. №840 (8,10),  
Стр.49. Задание №2**