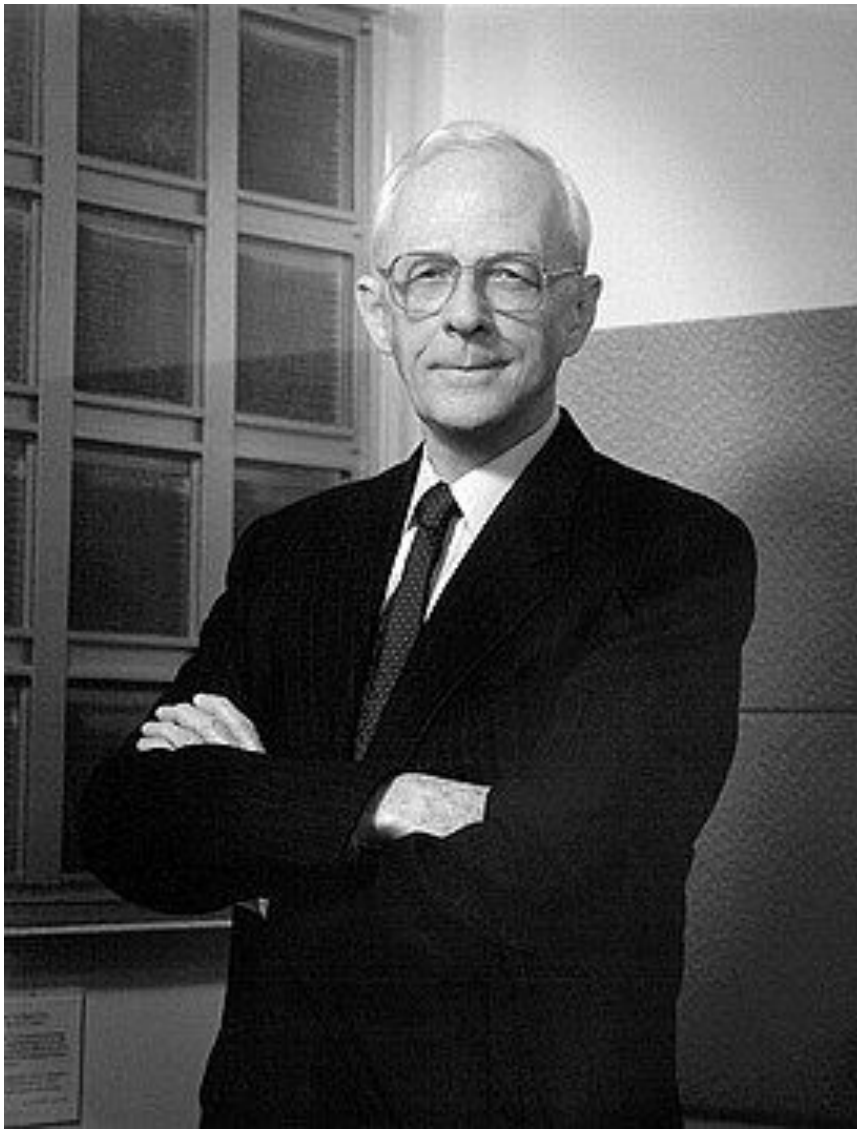


Министерство науки и высшего образования  
РФ  
ФГБУ ВО РГГМУ  
Кафедра ПО "ЮНЕСКО МОК" и ОПВ

# Глобальная динамическая модель Форрестера

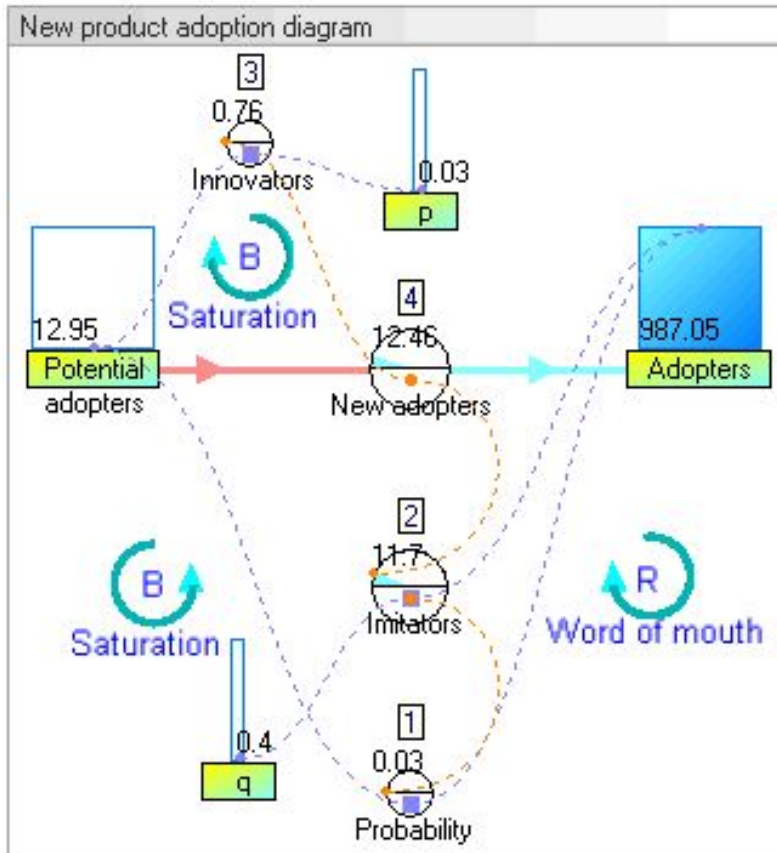
Выполнил: ст.гр. ПО-М19-1-8  
Новиков М.О.

Санкт-  
Петербург  
2019



Джей Форрестер (14.07.1918 – 16.11.2016) - американский инженер и системолог, разработчик теории системной динамики

# Системная динамика



$$\frac{dy_i}{dt} = V_i^+ - V_i^-, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

↑ Выражение закона сохранения  
в системной динамике

← Пример с ёмкостями  
(вывод на рынок нового  
продукта)

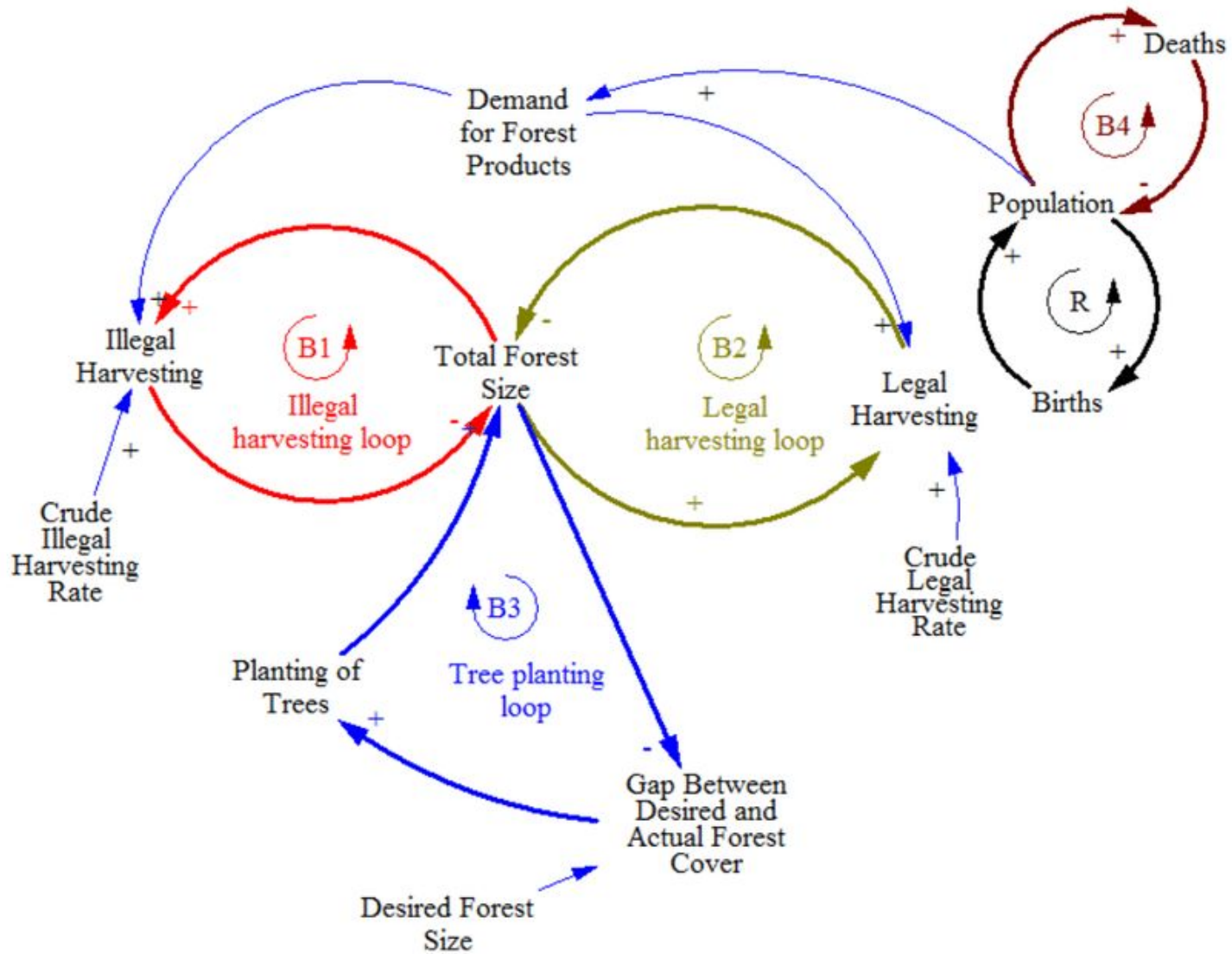
# Этапы моделирования сложной системы

1. Постановка задачи (концептуализация);
2. Математическое описание модели системы;
3. Анализ модели.

# Постановка задачи

Подробное словесное описание сложной системы → точная формулировка вопроса  
→ определение основных и вспомогательных переменных, их диапазонов изменения, интервала времени рассмотрения системы → построение причинной диаграммы.

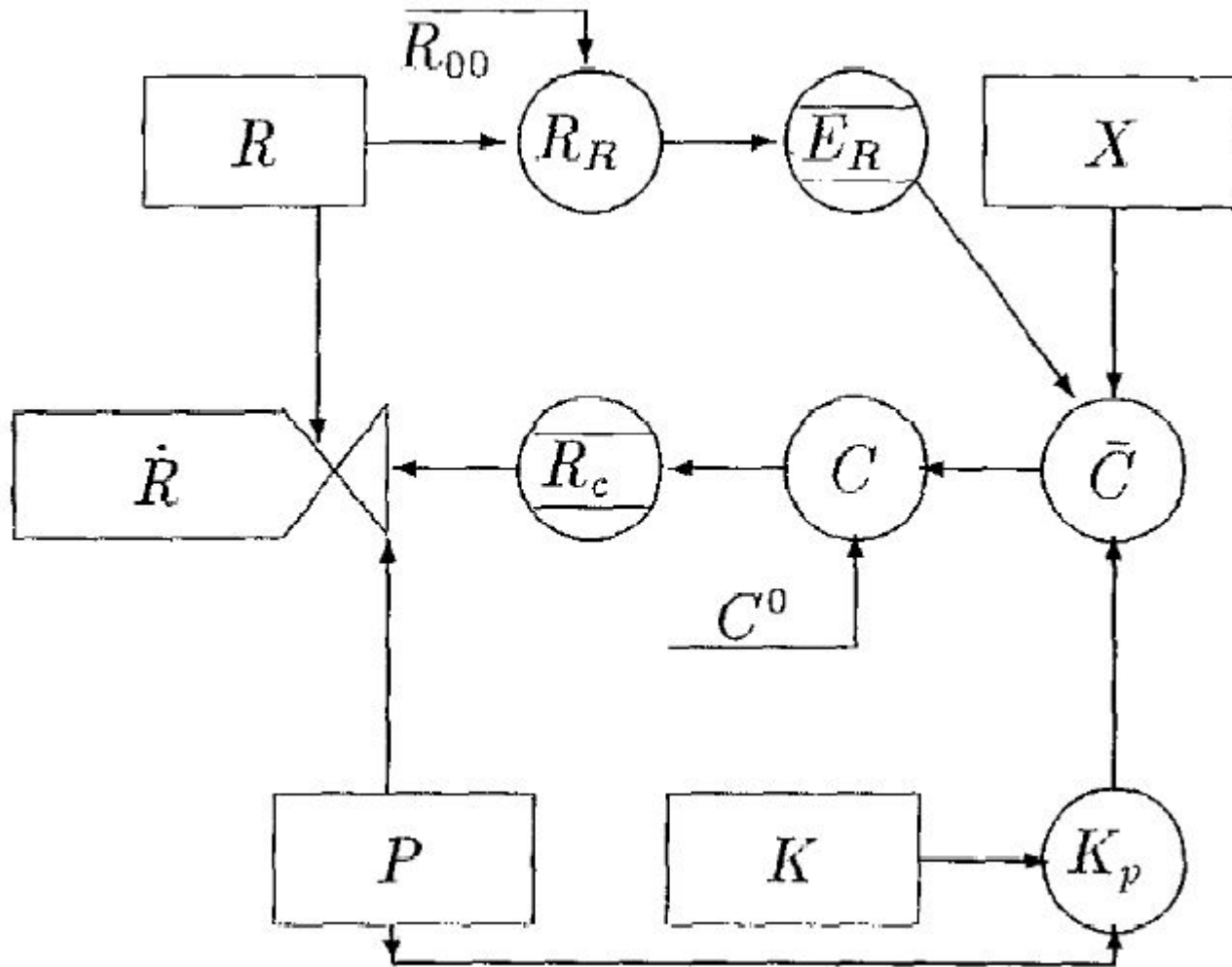
# Причинная диаграмма снижения количества леса



# Математическое описание модели системы

Причинная диаграмма → потоковая  
диаграмма → задача зависимостям  
конкретного аналитического вида →  
выписывание системы  
дифференциальных уравнений.

# Потоковая диаграмма модели Форрестера для вывода уравнения расходования невозобновляемых ресурсов





# Анализ модели

Расчёт уравнений на ЭВМ → сравнение с натурными данными → выявление чувствительности модели → оценка пригодности модели → приближение модели к моделируемой системе.

# Система уравнений модели Форрестера

$$\frac{dP}{dt} = B - D;$$

P – население; B – рождаемость;

D – смертность; K – капитал;

$$\frac{dK}{dt} = K_2 - K_1;$$

K1 и K2 – прирост и убыль капитала;

X - доля с/х капитала;

$$\frac{dX}{dt} = X_2 - X_1;$$

R – невозобновляемые ресурсы

Земли;  $P_0 = P(t_0)$ ;  $R_c$  – удельное

$$\frac{dR}{dt} = -P_0 R_c(C);$$

потребление ресурсов; C –

материальный уровень жизни; Z –

$$\frac{dZ}{dt} = Z_2 - Z_1.$$

загрязнение.

# Уравнение демографического сектора

- 

$$\frac{dP}{dt} = B - D;$$

$$B = PC_B B_c B_p B_F B_z, \quad D = PC_D D_c D_p D_F D_z$$

Константы  $C_B$  и  $C_D$  – коэффициенты рождаемости и смертности при  $t = 0$ .  $P$  – численность населения.

Остальное задаётся таблично.

# Уравнение капитала

$$\frac{dK}{dt} = K_2 - K_1$$

$$K_2 = PC_k K_c, \quad K_1 = K/T_k$$

$C_k$  - начальная скорость генерации капиталовложений на душу населения,  $K_c$  – множитель повышения материального уровня жизни,

$T_k$  – постоянная нормального износа.

# Уравнение с/х сектора

$$\frac{dX}{dt} = X_2 - X_1$$

$$X_2 = \frac{X_F(F_p)X_Q(Q)}{T_2}$$

$$F_p = F_x V_p V_z$$

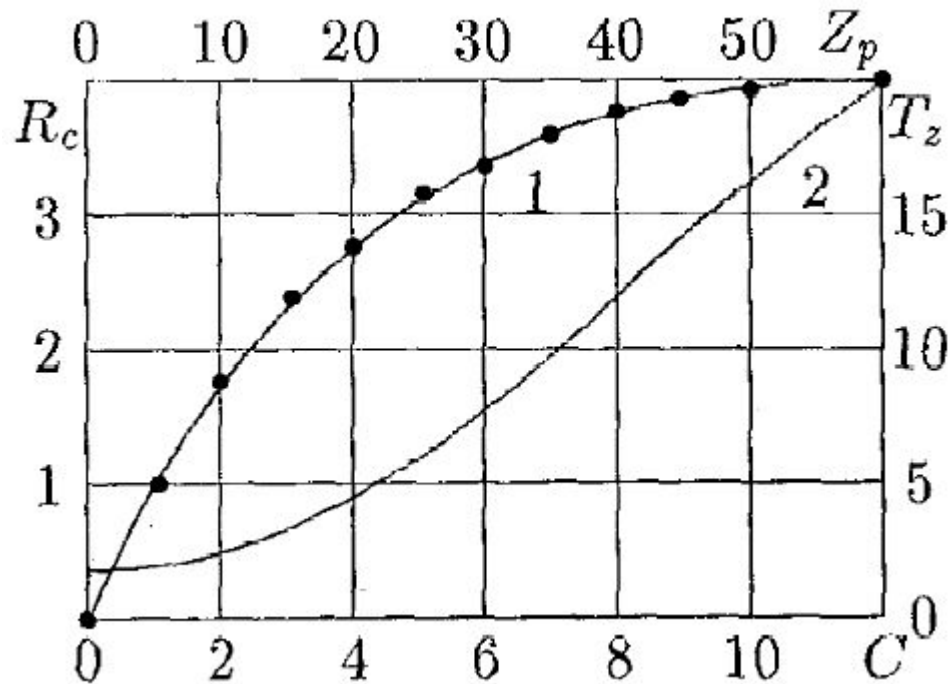
$$X_1 = \frac{X}{T_x}$$

$$Q = \frac{Q_c(C)}{Q_F(F_p)}$$

$F_p$  – уровень питания,  $X_F = f(F_p)$ ,  $X_Q = f(Q)$ ,  $F_x$  – рост продуктивности,  $T_2$  – время реализации  $X_F X_Q$  при  $X_1 = 0$ ,  $T_x$  – время износа,  $V_p$  и  $V_z$  – понижение продуктивности за счёт роста плотности населения и загрязнения,  $Q$  – качество жизни, зависящий от "вещевой" ( $Q_c$ ) и "пищевой" ( $Q_F$ )

# Уравнение расходования ресурсов

$$\frac{dR}{dt} = -P_0 R_c(C);$$



Заданные зависимости удельного потребления ресурсов  $R_c$  от материального уровня  $C$  (1) и характерного времени  $T_z$  рассасывания загрязнения от удельного загрязнения  $Z_p$ .<sup>14</sup>

# Уравнение уровня загрязнения

$$\frac{dZ}{dt} = Z_2 - Z_1.$$

$$Z_2 = PZ_0Z_k, \quad Z_1 = Z/T_z$$

$Z_0$  – постоянная нормальная скорость генерации загрязнения в расчёте на одного человека,  $Z_k$  – учёт роста капитала,  $T_x$  – время рассасывания загрязнения

# Начальные данные

$t_{00} - 1900$  г.;

$P_{00} - 1,65 * 10^9$  чел.;

$K_{00} - 0,4 * 10^9$  единиц;

$X_{00} - 0,2$ ;

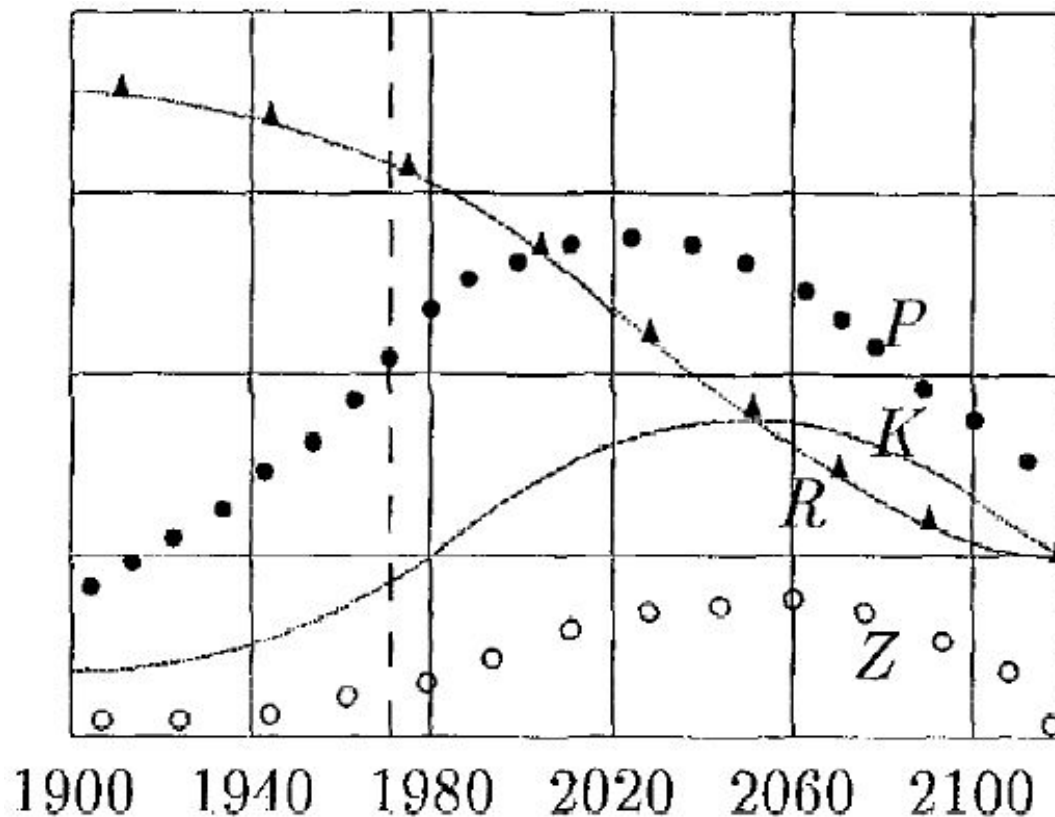
$R_{00} - 900 * 10^9$  единиц;

$Z_{00} - 0,2 * 10^9$  единиц.;

$t_k - 2100$  г.



# Некоторые результаты моделирования



Изменение основных характеристик глобального  
развития со временем

# Список используемой литературы

- Белолипецкий В.М., Шокин Ю.И.  
Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды. – Новосибирск: Издательство «ИНФОЛИО-пресс», 1997. 240 с.: ил.