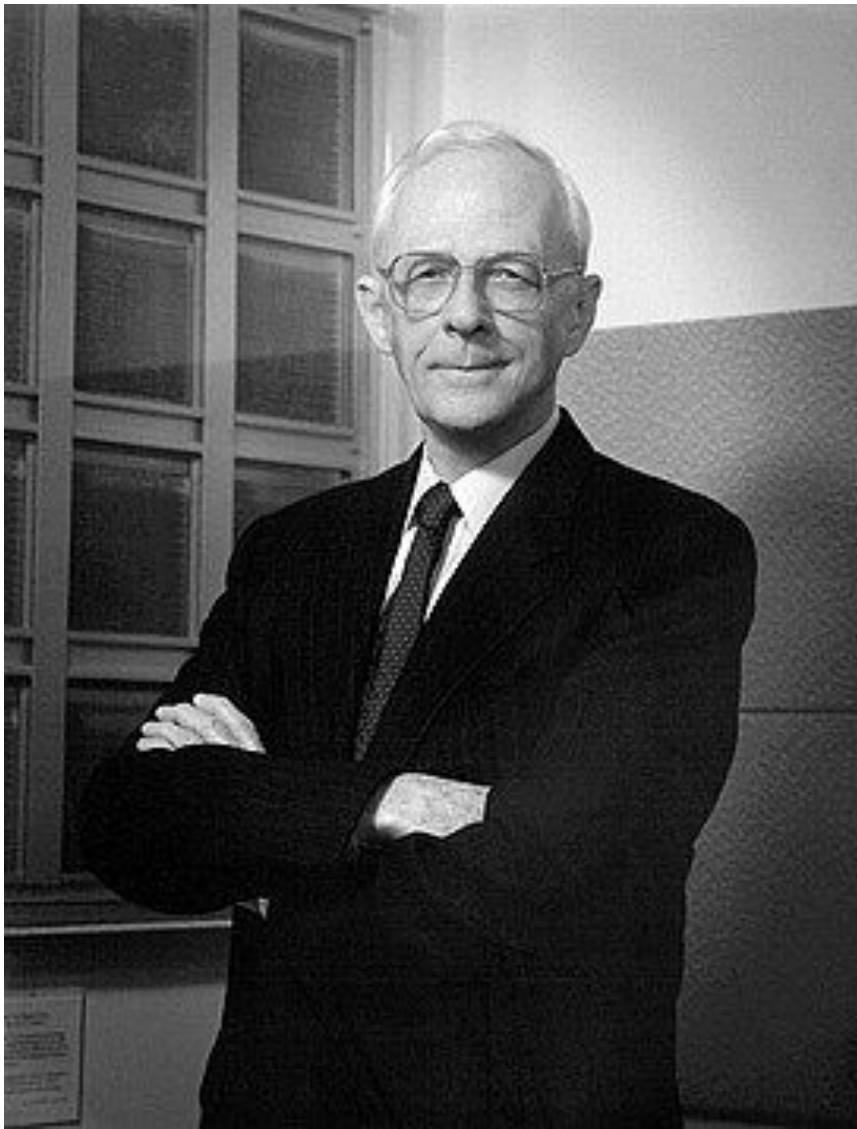


Министерство науки и высшего образования
РФ
ФГБУ ВО РГГМУ
Кафедра ПО "ЮНЕСКО МОК" и ОПВ

Глобальная динамическая модель Форрестера

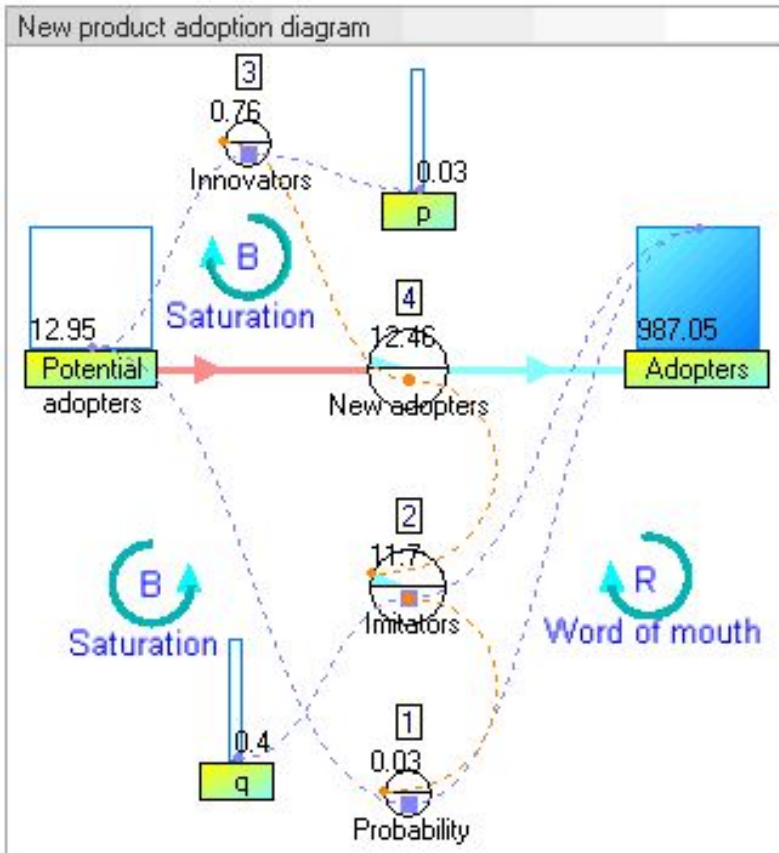
Выполнил: ст.гр. ПО-М19-1-8
Новиков М.О.

Санкт-
Петербург
2019



Джей Форрестер (14.07.1918 – 16.11.2016) - американский инженер и системолог, разработчик теории системной динамики

Системная динамика



$$\frac{dy_i}{dt} = V_i^+ - V_i^-, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

↑ Выражение закона сохранения
в системной динамике

← Пример с ёмкостями
(вывод на рынок нового
продукта)

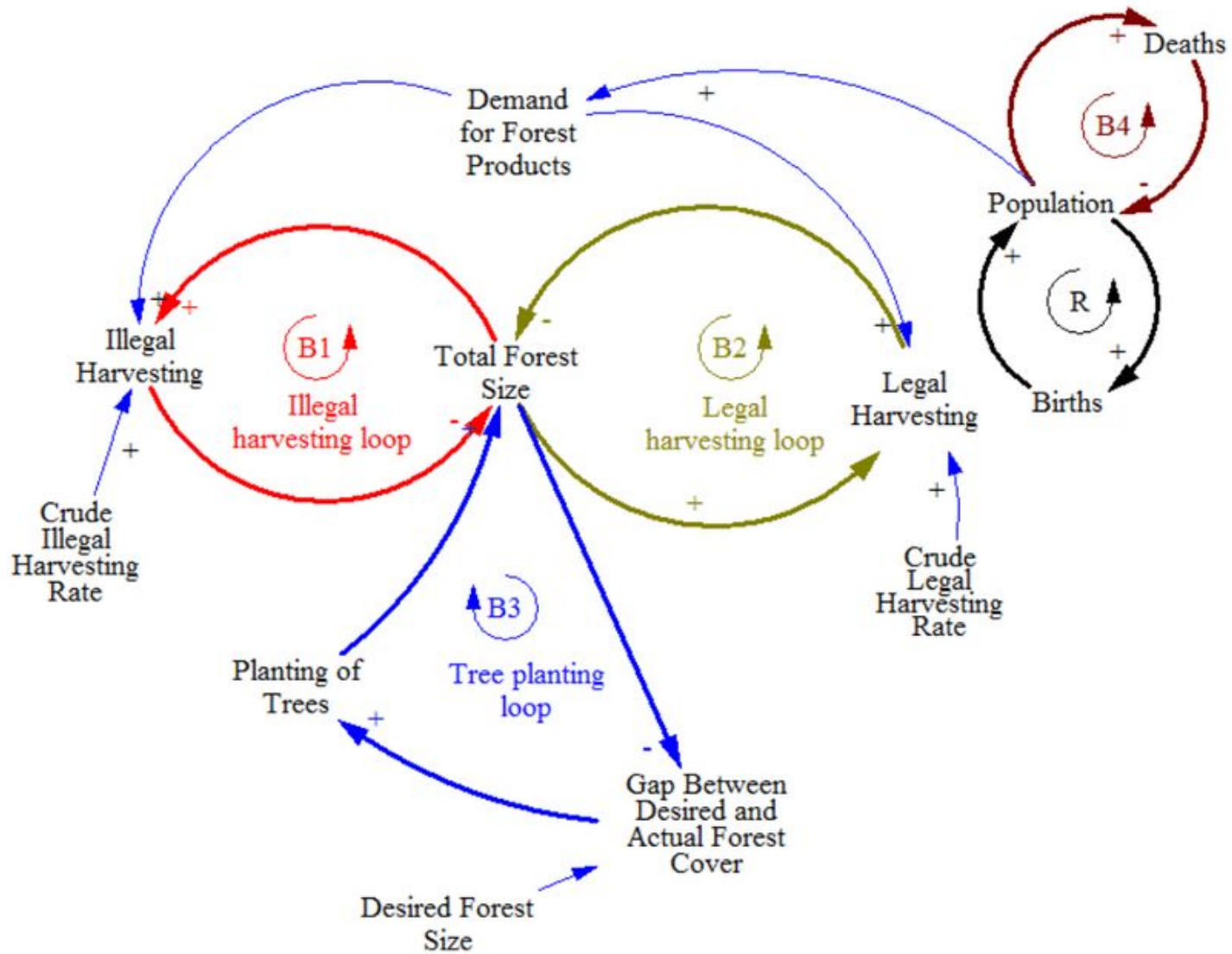
Этапы моделирования сложной системы

1. Постановка задачи (концептуализация);
2. Математическое описание модели системы;
3. Анализ модели.

Постановка задачи

Подробное словесное описание сложной системы → точная формулировка вопроса
→ определение основных и вспомогательных переменных, их диапазонов изменения, интервала времени рассмотрения системы → построение причинной диаграммы.

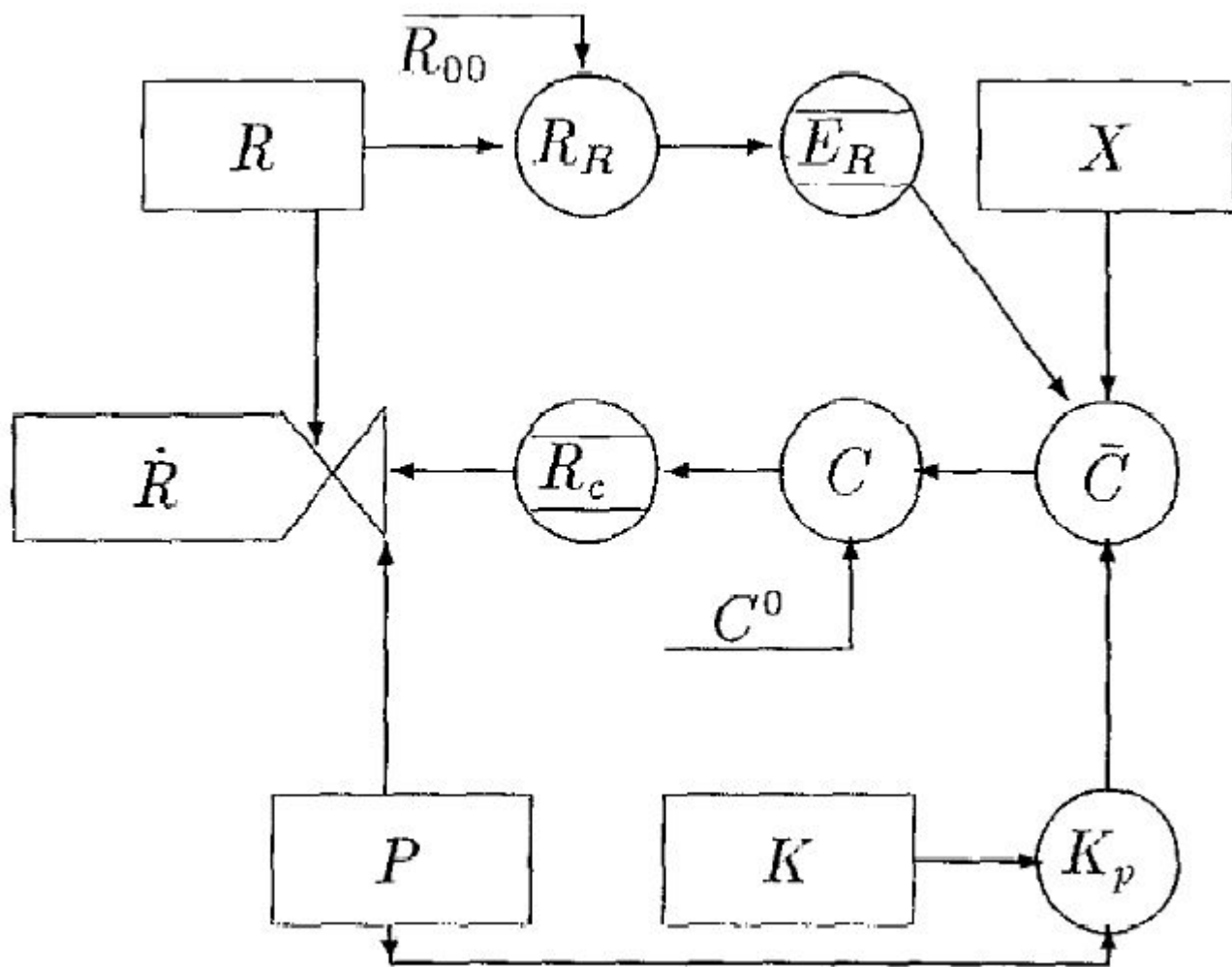
Причинная диаграмма снижения количества леса



Математическое описание модели системы

Причинная диаграмма → потоковая
диаграмма → задача зависимостям
конкретного аналитического вида →
выписывание системы
дифференциальных уравнений.

Потоковая диаграмма модели Форрестера для вывода уравнения расходования невозобновляемых ресурсов



Анализ модели

Расчёт уравнений на ЭВМ → сравнение с натурными данными → выявление чувствительности модели → оценка пригодности модели → приближение модели к моделируемой системе.

Система уравнений модели Форрестера

$$\frac{dP}{dt} = B - D;$$

P – население; B – рождаемость;

D – смертность; K – капитал;

$$\frac{dK}{dt} = K_2 - K_1;$$

K1 и K2 – прирост и убыль капитала;

X - доля с/х капитала;

$$\frac{dX}{dt} = X_2 - X_1;$$

R – невозобновляемые ресурсы

Земли; P0 = P(t0); Rc – удельное

$$\frac{dR}{dt} = -P_0 R_c(C);$$

потребление ресурсов; C –

материальный уровень жизни; Z –

$$\frac{dZ}{dt} = Z_2 - Z_1.$$

загрязнение.

Уравнение демографического сектора

-

$$\frac{dP}{dt} = B - D;$$

$$B = PC_B B_c B_p B_F B_z, \quad D = PC_D D_c D_p D_F D_z$$

Константы C_B и C_D – коэффициенты рождаемости и смертности при $t = 0$. P – численность населения.

Остальное задаётся таблично.

Уравнение капитала

$$\frac{dK}{dt} = K_2 - K_1$$

$$K_2 = PC_k K_c, \quad K_1 = K/T_k$$

C_k - начальная скорость генерации капиталовложений на душу населения, K_c – множитель повышения материального уровня жизни,

T_k – постоянная нормального износа.

Уравнение с/х сектора

$$\frac{dX}{dt} = X_2 - X_1$$

$$X_2 = \frac{X_F(F_p)X_Q(Q)}{T_2}$$

$$X_1 = \frac{X}{T_x}$$

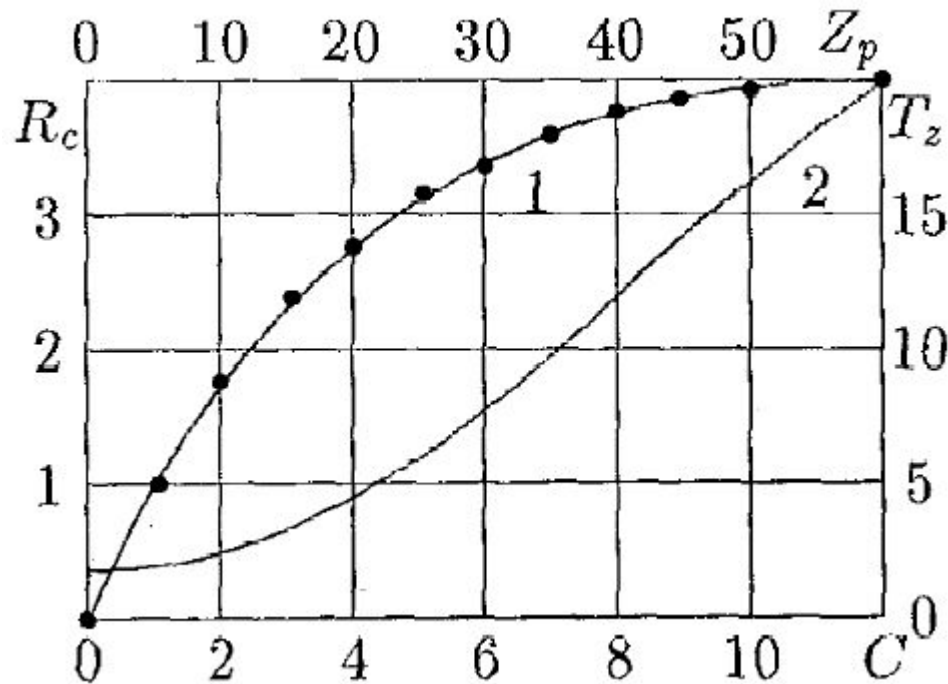
$$F_p = F_x V_p V_z$$

$$Q = \frac{Q_c(C)}{Q_F(F_p)}$$

F_p – уровень питания, $X_F = f(F_p)$, $X_Q = f(Q)$, F_x – рост продуктивности, T_2 – время реализации $X_F X_Q$ при $X_1 = 0$, T_x – время износа, V_p и V_z – понижение продуктивности за счёт роста плотности населения и загрязнения, Q – качество жизни, зависящий от "вещевой" (Q_c) и "пищевой" (Q_F)

Уравнение расходования ресурсов

$$\frac{dR}{dt} = -P_0 R_c(C);$$



Заданные зависимости удельного потребления ресурсов R_c от материального уровня C (1) и характерного времени T_z рассасывания загрязнения от удельного загрязнения Z_p .¹⁴

Уравнение уровня загрязнения

$$\frac{dZ}{dt} = Z_2 - Z_1.$$

$$Z_2 = PZ_0Z_k, \quad Z_1 = Z/T_z$$

Z_0 – постоянная нормальная скорость генерации загрязнения в расчёте на одного человека, Z_k – учёт роста капитала, T_x – время рассасывания загрязнения

Начальные данные

$t_{00} - 1900$ г.;

$P_{00} - 1,65 * 10^9$ чел.;

$K_{00} - 0,4 * 10^9$ единиц;

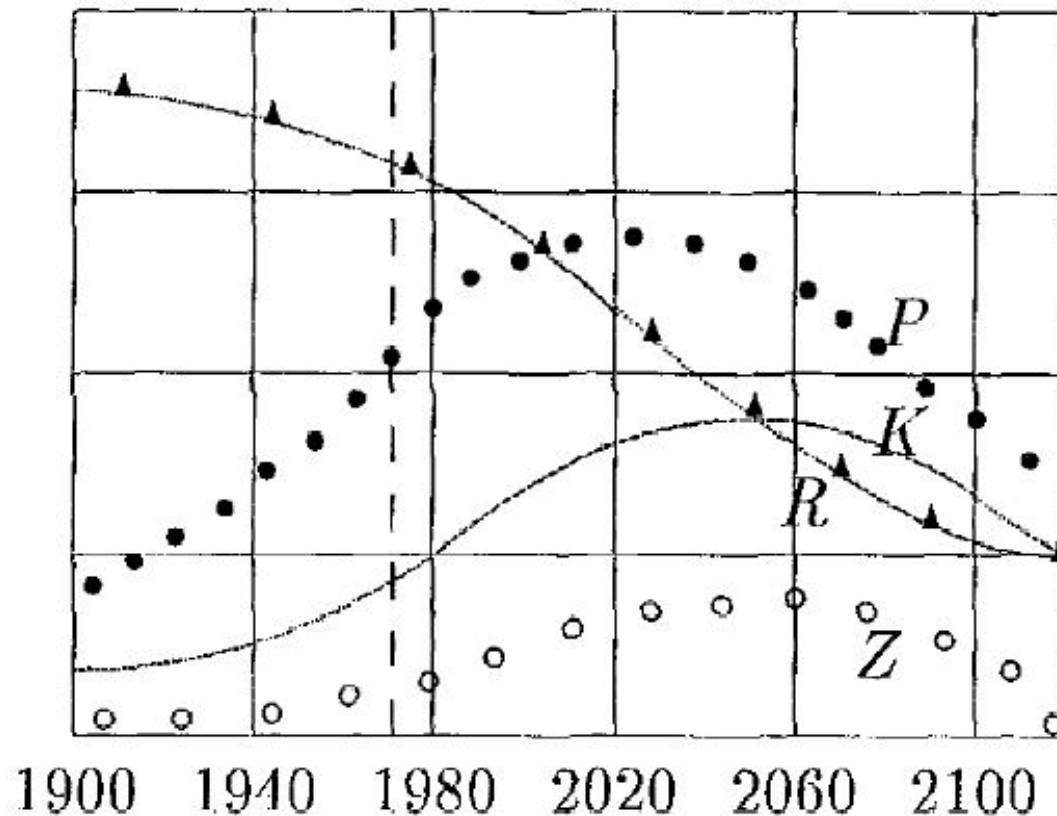
$X_{00} - 0,2$;

$R_{00} - 900 * 10^9$ единиц;

$Z_{00} - 0,2 * 10^9$ единиц.;

$t_k - 2100$ г.

Некоторые результаты моделирования



Изменение основных характеристик глобального
развития со временем

Список используемой литературы

- Белолипецкий В.М., Шокин Ю.И.
Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды. – Новосибирск: Издательство «ИНФОЛИО-пресс», 1997. 240 с.: ил.