

Линейные уравнения и системы уравнений

Повторение

Равенства, которые выполняются при определенных значениях переменной (переменных), называются уравнениями.

- $3x - 1 = 5$; $x^2 - 9 = 0$; $x^2 + y^2 = 0$ и т.д.

Каждое такое значение переменной (переменных) называют корнем (решением) уравнения.

Решить уравнение означает, что нужно найти все его решения или доказать, что их нет.

Линейным уравнением с одной переменной x называют уравнение вида $kx + b = 0$, где k и b – любые числа (коэффициенты).

- При $a \neq 0$ единственный корень $x = -b/k$
- При $a = 0$ и $b \neq 0$ решений не имеет
- При $a = 0$ и $b = 0$ имеет бесконечное множество решений (любое число x будет являться корнем уравнения)

Для решения линейных уравнений надо:

- 1. Слагаемые, зависящие от x , перенести в одну часть уравнения, числа – в другую часть.**
- 2. Привести подобные члены в каждой части уравнения.**
- 3. Найти неизвестную (переменную) x .**

Примеры решения линейных уравнений

$$3(x+2)+x=6+4x$$

$$3x+6+x=6+4x$$

$$3x+x-4x=6-6$$

$$0x=0$$

$x = \text{любое число}$

$$18x+9x=0+3x \quad x=0$$

$$18x+9x-3x=0$$

$$24x=0$$

$$x=0:24$$

$$\underline{x=0}$$

$$4(x+7)=3-x$$

$$4x+28=3-x$$

$$4x+x=3-28$$

$$5x = -25$$

$x=-5$

$$2x+5=2(x+6)$$

$$2x+5=2x+12$$

$$2x-2x=12-5$$

$$0x=7$$

нет решения

Равенство, содержащее две переменные, называют уравнением с двумя переменными (или неизвестными).

Если в уравнение неизвестные входят только в первой степени, то такое уравнение называют линейным уравнением с двумя переменными.

Линейное уравнение имеет вид $ax + by + c = 0$.

Решением уравнения с двумя неизвестными называют пару значений переменных, при подстановке которых уравнение становится верным числовым равенством.

Уравнения с двумя переменными, имеющие одни и те же решения,
называют равносильными.

Уравнения, не имеющие решений,
также считаются **равносильными.**

1. Если в уравнении перенести любой член из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение, равносильное данному;
2. Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же (не равное нулю) число, то получится уравнение, равносильное данному.

Система двух линейных уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

1) Если $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, то система имеет единственное решение.

2) Если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, то система не имеет решений.

3) Если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, то система имеет бесконечно много решений.

Способы решения систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными:

- 1) графический способ;**
- 2) способ подстановки;**
- 3) способ сложения.**

Решение систем линейных уравнений способом подстановки

$$\begin{cases} 5x - y = 3 \\ 2x + 3y = 25 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Выразим } y \text{ из первого уравнения и под-} \\ \text{ставим во второе уравнение системы.} \end{array}$$

$$\begin{cases} y = 5x - 3 \\ 2x + 3(5x - 3) = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 5x - 3 \\ 17x = 34 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 5x - 3 \\ x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 7 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ответ: (2; 7).



Уравняем
модули
коэффициентов
перед y

Решение системы способом сложения

$$\begin{cases} 7x+2y=1, & \parallel \cdot (-3) \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Сложим уравнения почленно

$$+ \begin{cases} -21x-6y=-3, \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Решим уравнение

$$\begin{cases} -4x = -12, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} x=3, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 7 \cdot 3 + 2y = 1; \end{cases}$$

Решим уравнение

$$\begin{cases} x=3, \\ 21 + 2y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 2y = -20; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ y = -10. \end{cases}$$

Ответ: (3; -10)