Линейные уравнения и системы уравнений

Повторение

Равенства, которые выполняются при определенных значениях переменной (переменных), называются <u>уравнениями</u>.

- $3x - 1 = 5$; $x^2 - 9 = 0$; $x^2 + y^2 = 0$ и т.д.

Каждое такое значение переменной (переменных) называют <u>корнем (решением) уравнения</u>.

Решить уравнение означает, что нужно <u>найти</u> все его <u>решения</u> или <u>доказать, что их нет</u>.

Линейным уравнением с одной переменной x называют уравнение вида $kx + b = 0$, где k и в – любые числа (коэффициенты).

- При $a \neq 0$ единственный корень $x=-b/k$
- При $a=0$ и $b \neq 0$ решений не имеет
- При $a=0$ и $b=0$ имеет бесконечное множество решений (любое число x будет являться корнем уравнения)

Для решения линейных уравнений надо:

1. **Слагаемые, зависящие от *x*, перенести в одну часть уравнения, числа – в другую часть.**
2. **Привести подобные члены в каждой части уравнения.**
3. **Найти неизвестную (переменную) *x*.**

Примеры решения линейных уравнений

$3(x+2)+x=6+4x$

$3x+6+x=6+4x$

$3x+x-4x=6-6$

$0x=0$

<u>x = любое число</u>

$4(x+7)=3-x$

$4x+28=3-x$

$4x+x=3-28$

$5x= -25$

$\underline{x=-5}$

$2x+5=2(x+6)$

$2x+5=2x+12$

$2x-2x=12-5$

$0x=7$

<u>нет решения</u>

$18x+9x=0+3x \quad x=0$

$18x+9x-3x=0$

$24x=0$

$x=0:24$

$\underline{x=0}$

Равенство, содержащее две переменные, называют <u>уравнением с двумя переменными</u> (или неизвестными).

Если в уравнение неизвестные входят только <u>в первой степени</u>, то такое уравнение называют <u>линейным уравнением с двумя переменными</u>.

Линейное уравнение имеет вид <u>$ax + by + c = 0$</u>.

<u>Решением уравнения</u> с двумя неизвестными называют <u>пару значений переменных</u>, при подстановке которых уравнение становится верным числовым равенством.

<u>Уравнения </u>с двумя переменными, <u>имеющие одни и те же решения</u>, называют <u>равносильными.</u> Уравнения, не имеющие решений, также считаются равносильными.

1. Если в уравнении перенести любой член из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение, равносильное данному;

2. Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же (не равное нулю) число, то получится уравнение, равносильное данному.

Система двух линейных уравнений с двумя неизвестными имеет вид:

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 = 0 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 = 0 \end{cases}$$

1) Если $\dfrac{a_1}{a_2} \neq \dfrac{b_1}{b_2}$, то система имеет единственное решение.

2) Если $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} \neq \dfrac{c_1}{c_2}$, то система не имеет решений.

3) Если $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} = \dfrac{c_1}{c_2}$, то система имеет бесконечно много решений.

Способы решения систем двух линейных уравнений с двумя неизвестными:

1) графический способ;
2) способ подстановки;
3) способ сложения.

Решение систем линейных уравнений способом подстановки

$$\begin{cases} 5x - y = 3 \\ 2x + 3y = 25 \end{cases}$$

Выразим y из первого уравнения и подставим во второе уравнение системы.

$$\begin{cases} y = 5x - 3 \\ 2x + 3(5x - 3) = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 5x - 3 \\ 17x = 34 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 5x - 3 \\ x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 7 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ответ: (2; 7).

Решение системы способом сложения

Уравняем модули коэффи- циентов перед y

$$\begin{cases} 7x+2y=1, \quad \| \cdot(-3) \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Сложим уравне- ния почленно

$$+\begin{cases} -21x-6y=-3, \\ 17x+6y=-9; \end{cases}$$

Решим уравнение

$$\begin{cases} -4x = -12, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} x=3, \\ 7x+2y=1; \end{cases}$$

Решим уравнение

$$\begin{cases} x=3, \\ 7\cdot 3+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 21+2y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ 2y=-20; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3, \\ y=-10. \end{cases}$$

Ответ: (3; - 10)