

# Логические основы вычислительной техники

## Алгебра логики

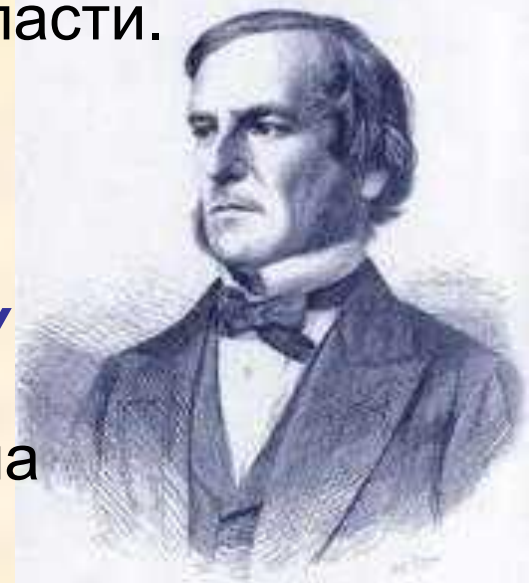
- Основные логические функции НЕ, И, ИЛИ
- Вычисление логических выражений
-

## Математическая логика



Немецкий ученый **Готфрид Лейбниц** (1646-1716) заложил основы **математической логики**. Он пытался построить первые логические исчисления (свести логику к математике), предложил использовать символы вместо слов обычного языка, поставил много задач по созданию символьной логики, его идеи оказали влияние на последующие работы ученых в этой области.

Англичанин **Джордж Буль** (1815-1864, математик-самоучка), на фундаменте, заложенном Лейбницем, создал новую область науки - **Математическую логику** (*Булеву алгебру* или *Алгебру высказываний*). В его работах логика обрела свой алфавит, свою орфографию и грамматику.



# Алгебра логики (высказываний)

работает с **высказываниями**.



Различают:

- 1. Логические константы (логические утверждения)** – конкретные частные утверждения  
{Аристотель - основоположник логики}  
{На яблонях растут бананы}
- 2. Логические переменные (предикаты)** – логические высказывания, значения которых меняются в зависимости от входящих в них переменных, обозначаются заглавными латинскими буквами **A, B, C, D, F, ...**  
**A = {Аристотель - основоположник логики}**  
**B = {На яблонях растут бананы}.**

Истинному высказыванию ставится в соответствие 1, ложному — 0. Таким образом, **A = 1, B = 0.**

### 3. Логические функции ( логические формулы) – сложные логические выражения образованных из простых и связанных логическими операциями **И, ИЛИ, НЕ** и др.)

Высказывание “**Все мышки и кошки с хвостами**” является сложным и состоит из двух простых высказываний.

**A** = “**Все мышки с хвостами**” **и** **B** = “**Все кошки с хвостами**”  
Его можно записать в виде логической функции, значение которой истинно:  **$F(A,B)=A$  и  $B$**

В математической логике не рассматривается конкретное содержание высказывания, важно только, истинно оно или ложно. Поэтому высказывание можно представить некоторой переменной величиной, значением которой может быть только **ложно (0)** или **истинно (1)**.

# Логические операции



## 1. Отрицание (инверсия).

Обозначение: НЕ А,  $\neg A$ ,  $\overline{A}$

Таблица истинности:

A	$\overline{A}$
0	1
1	0



$A = \{\text{Дети любят игрушки}\}$        $\overline{A} = \{\text{Дети НЕ любят игрушки}\}$

$A = \{\text{множество учеников 10 А класса}\}$

$\overline{A} = \{\text{множество учеников НЕ 10 А класса}\}$



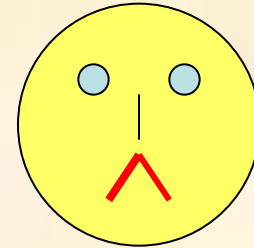
## 2. Логическое умножение (Конъюнкция)

Обозначение: И,  $\wedge$ , &,  $\cdot$

$$F = A \wedge B$$

Таблица ИСТИННОСТИ:

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



$A = \{\text{Множество обитателей моря}\}$

$B = \{\text{Множество млекопитающих}\}$

$F = A \wedge B = \{\text{кит, акула, дельфин}\}$



# 3. Логическое сложение (Дизъюнкция)

Обозначение: **ИЛИ**,  $\vee$ ,  $+$ ,  $|$

$$F = A \vee B$$

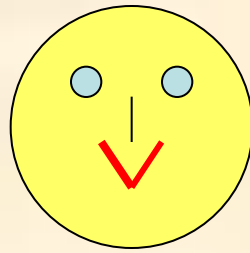


Таблица истинности:

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



A={Множество учеников 10 А класса}

B={Множество учеников 10 Б класса}

$$F = A \vee B = \{\text{Множество учеников 10А или 10Б кл.}\}$$

# 4. ИМПЛИКАЦИЯ (логическое следование)



Обозначение:  $A \rightarrow B$ ,  $A \Rightarrow B$

Таблица истинности:

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Импликация - логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся **ложным тогда и только тогда**, когда условие (первое высказывание) истинно, а следствие (второе высказывание) ложно.

*условие*  $\Rightarrow$  *следствие*

**ЕСЛИ, ... ТО ...**

Если будет дождь, то мы не пойдём на улицу.

Если я поленюсь, то получу двойку.

Если на траве роса, то скоро настанет вечер.





## 5. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ (равнозначность) -

логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным **тогда и только тогда**, когда оба исходных высказывания одновременно истинны или одновременно ложны.

Обозначение:  $A \sim B$ ,  $A \leftrightarrow B$ ,  $A \equiv B$ ,  $A = B$

Таблица истинности:

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Чайник греет воду тогда и только тогда, когда он включен.

Мы дышим свежим воздухом тогда и только тогда, когда гуляем в парке.

## Приоритет логических операций:



1. **()** Операции в скобках
2. **НЕ** Отрицание
3. **И** логическое умножение
4. **ИЛИ** Логическое сложение
5.  $\rightarrow$  Импликация
6.  $\leftrightarrow$  Эквивалентность

**РЕШИМ ЗАДАЧИ:**



# Вычисление логических выражений

Пример1.



Вычислить значение логического выражения  
« $(2 \cdot 2 = 5 \text{ или } 2 \cdot 2 = 4)$  и  $(2 \cdot 2 \neq 5 \text{ или } 2 \cdot 2 \neq 4)$ »

Обозначим

$A = \langle\langle 2 \cdot 2 = 5 \rangle\rangle$  – ложно (0)

$B = \langle\langle 2 \cdot 2 = 4 \rangle\rangle$  – истинно (1)

Тогда  $(A \text{ или } B)$  и  $(\bar{A} \text{ или } \bar{B})$

$$F = (A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B}) = (0 \vee 1) \wedge (1 \vee 0) = 1 \wedge 1 = 1$$

**Задание 2.** Определите истинность составного высказывания

$\overline{(A \& B)} \& (C \vee D)$  состоящего из простых высказываний:



A={Принтер – устройство вывода информации}

B={Процессор – устройство хранения информации}

C={Монитор – устройство вывода информации}

D={Клавиатура – устройство обработки информации}

**Установим истинность простых высказываний:**

A=1, B=0, C=1, D=0

**Определяем истинность составного высказывания:**

$$F = \overline{(A \& B)} \& (C \vee D) =$$

$$(1 \& 0) \& (1 \vee 0) = (0 \& 1) \& (1 \vee 0) = 0 \& 1 = 0$$

**СПАСИБО за ВНИМАНИЕ!**