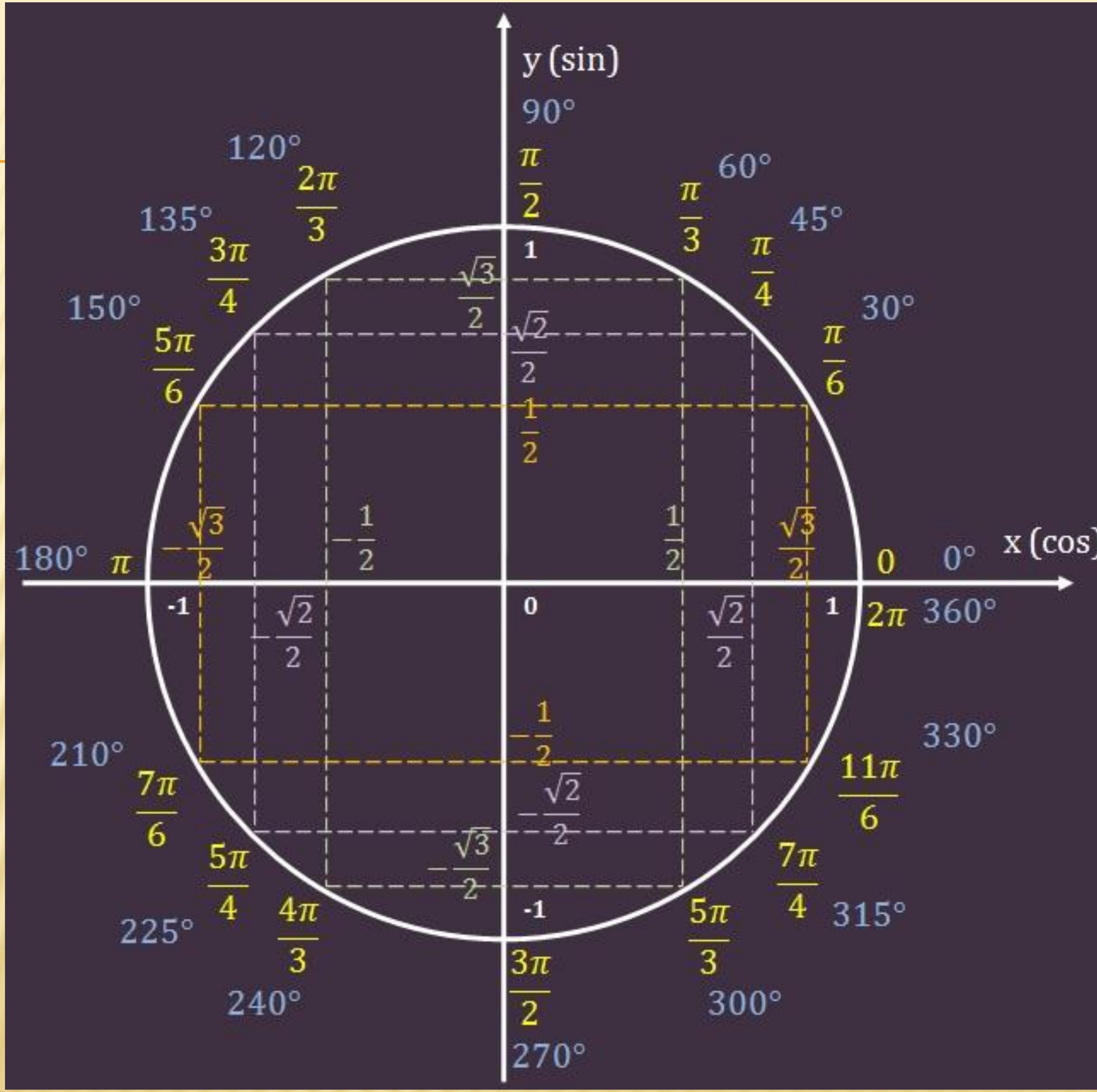
ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ.



y (sin)
x (cos)
90°
$\frac{\pi}{2}$
120°
$\frac{2\pi}{3}$
60°
$\frac{\pi}{3}$
135°
$\frac{3\pi}{4}$
45°
$\frac{\pi}{4}$
150°
$\frac{5\pi}{6}$
30°
$\frac{\pi}{6}$
180°
π
0
0°
2π
360°
210°
$\frac{7\pi}{6}$
330°
$\frac{11\pi}{6}$
225°
$\frac{5\pi}{4}$
315°
$\frac{7\pi}{4}$
240°
$\frac{4\pi}{3}$
300°
$\frac{5\pi}{3}$
270°
$\frac{3\pi}{2}$
1
-1
0
1
-1
$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{1}{2}$
$-\frac{1}{2}$
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$-\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{\sqrt{2}}{2}$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ – ЭТО УРАВНЕНИЕ, СОДЕРЖАЩЕЕ НЕИЗВЕСТНОЕ ПОД ЗНАКОМ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ.

Простейшими тригонометрическими уравнениями называют уравнения вида:

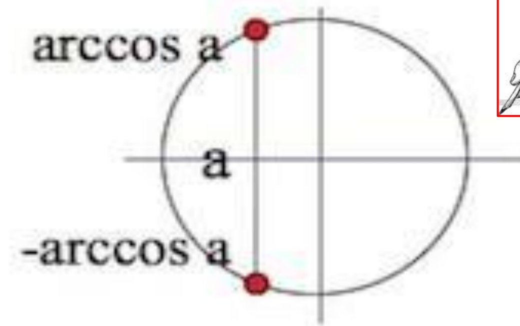
$$\sin x = a, \qquad \cos x = a, \qquad \operatorname{tg} x = a, \qquad \operatorname{ctg} x = a,$$

где a – произвольное число.

$\cos x = a, \quad -1 \le a \le 1$

$x = \pm\arccos a + 2\pi n, \ n \in Z$

В случае, когда $a \notin [-1;1]$, уравнение решений не имеет

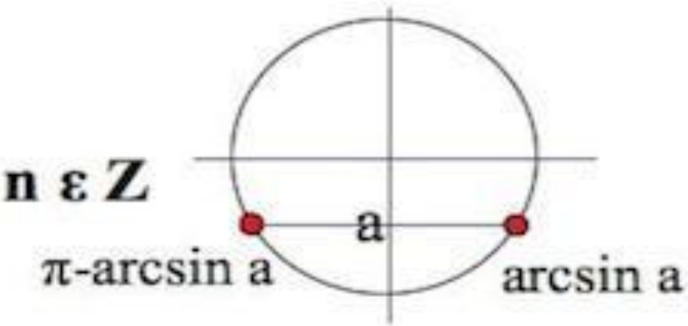


$\sin x = a, \quad -1 \le a \le 1$

$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, \ n \in Z$ или

$x_1 = \arcsin a + 2\pi n, \ x_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi n, \ n \in Z$

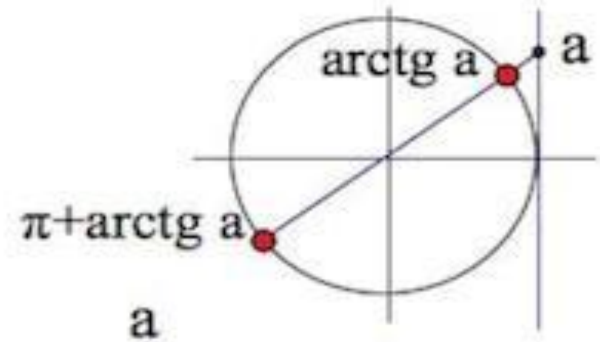
В случае, когда $a \notin [-1;1]$, уравнение решений не имеет



$tg\, x = a$

$x = arctg\, a + \pi n, \ n \in Z$

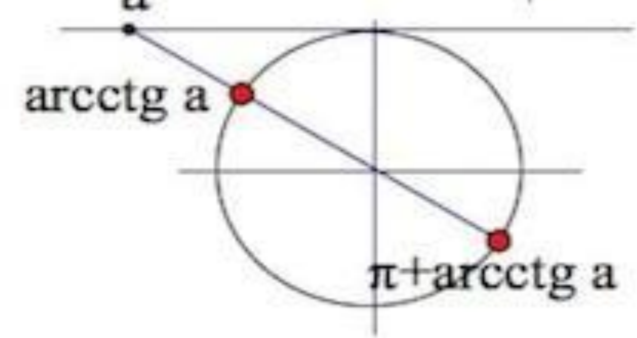
Ограничений нет



$ctg\, x = a$

$x = arcctg\, a + \pi n, \ n \in Z$

Ограничений нет

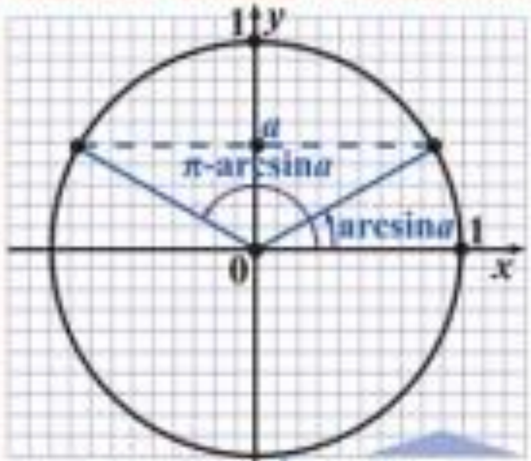


ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

$\sin x = 0$
$x = \pi n$

$\sin x = -1$
$x = -\dfrac{\pi}{2} + 2\pi n$

$\sin x = 1$
$x = \dfrac{\pi}{2} + 2\pi n$



$\sin x = a, \ |a| \le 1$

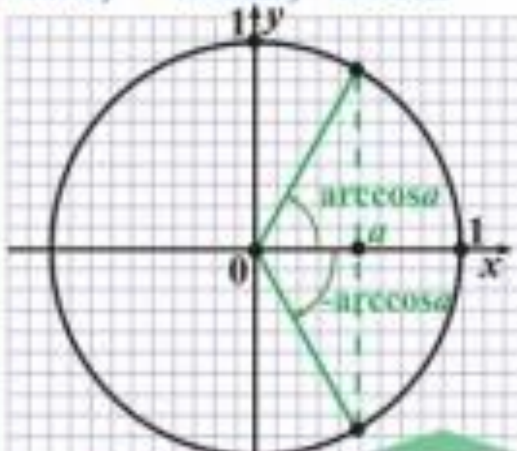
$\left[\begin{array}{l} x = \arcsin a + 2\pi n \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi n \end{array}\right.$

$x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad n \in \mathbb{Z}$

$\cos x = 0$
$x = \dfrac{\pi}{2} + \pi n$

$\cos x = -1$
$x = \pi + 2\pi n$

$\cos x = 1$
$x = 2\pi n$



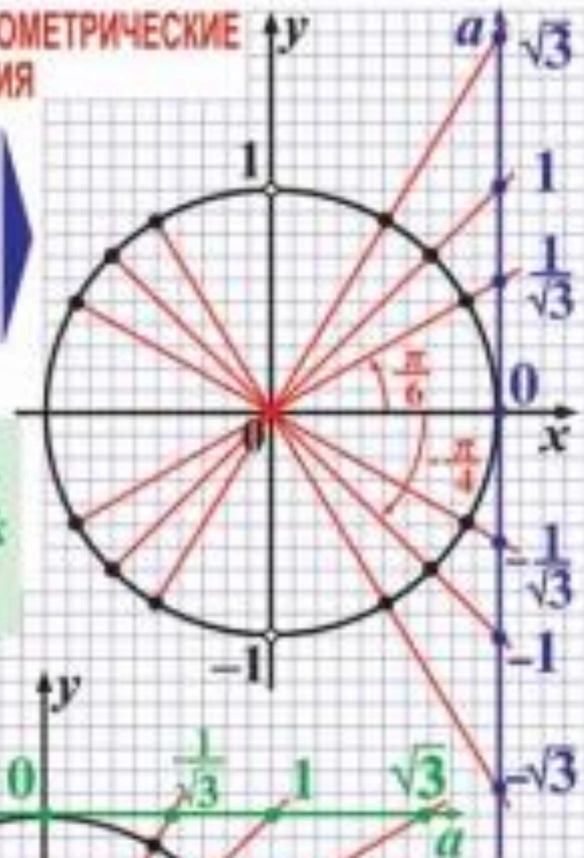
$\cos x = a, \ |a| \le 1$

$\left[\begin{array}{l} x = \arccos a + 2\pi k \\ x = -\arccos a + 2\pi k \end{array}\right.$

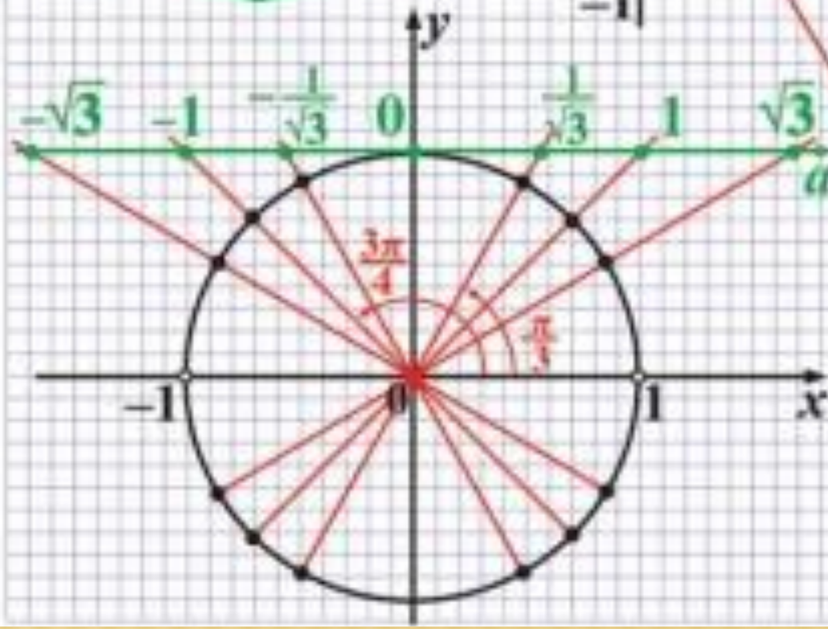
$x = \pm \arccos a + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad n \in \mathbb{Z}$

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

$\operatorname{tg} x = a, \ a \in \mathbb{R}$
$x = \operatorname{arctg} a + \pi k$
$k \in \mathbb{Z}$



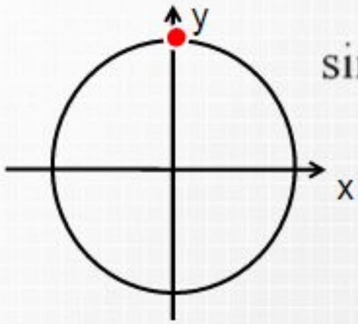
$\operatorname{ctg} x = a, \ a \in \mathbb{R}$
$x = \operatorname{arcctg} a + \pi k$
$k \in \mathbb{Z}$



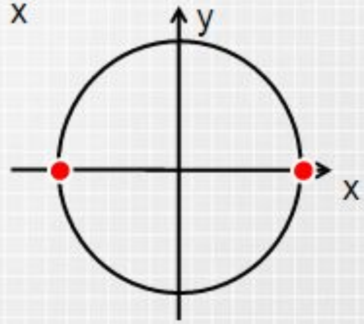
№	Уравнение	Решение общего вида угол в радианной мере	Решение общего вида угол в градусной мере
1	**sin(x)=a**	$x=(-1)^k \arcsin(a)+\pi k$	$x=(-1)^k \arcsin(a)+180^\circ k$
	sin(x)=0	$x=\pi k$	$x=180^\circ k$
	sin(x)=1	$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$	$x=90^\circ+360^\circ k$
	sin(x)=-1	$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$	$x=-90^\circ+360^\circ k$
2	**cos(x)=a**	$x=\pm \arccos(a)+2\pi k$	$x=\pm \arccos(a)+360^\circ k$
	cos(x)=0	$x=\frac{\pi}{2}(2k+1)$	$x=90^\circ(2k+1)$
	cos(x)=1	$x=2\pi k$	$x=360^\circ k$
	cos(x)=-1	$x=\pi+2\pi k=\pi(2k+1)$	$x=180^\circ(2k+1)$
3	**tg(x)=a**	$x=arctg(a)+\pi k$	$x=arctg(a)+180^\circ k$
	tg(x)=0	$x=\pi k$	$x=180^\circ k$
4	**ctg(x)=a**	$x=arcctg(a)+\pi k$	$x=arctg(a)+180^\circ k$
	ctg(x)=0	$x=\frac{\pi}{2}+\pi k$	$x=90^\circ+180^\circ k$

$$k=0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \ldots;$$

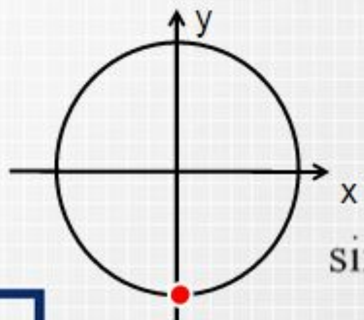
Частные случаи решения уравнения $\sin x = a$.



$$\sin x = 1, \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z.$$



$$\sin x = 0, \quad x = \pi n, n \in Z.$$

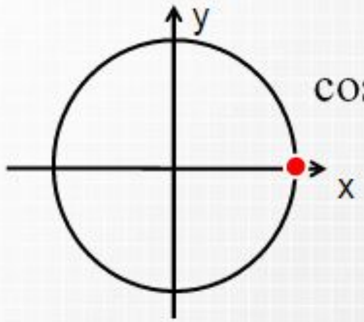


$$\sin x = -1, \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z.$$

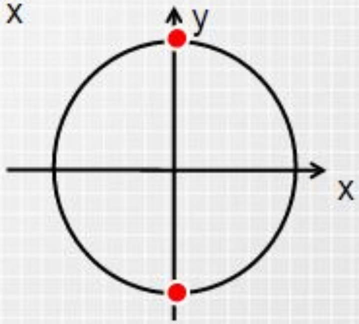
$\sin x = a$, $|a| > 1$, здесь нет решений;

$\sin x = a$, $|a| \le 1$, $x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k$, k – любое целое число.

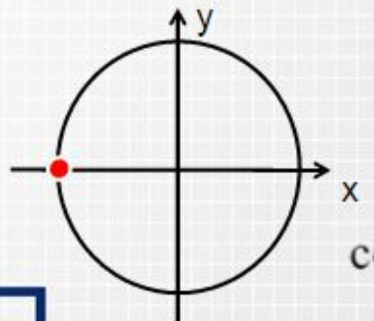
Частные случаи решения уравнения cosx=a .



$\cos x = 1, \quad x = 2\pi n, n \in Z.$



$\cos x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z.$



$\cos x = -1, \quad x = \pi + 2\pi n, n \in Z.$

$\cos x = a$, $|a| > 1$, здесь нет решений;

$\cos x = a$, $|a| \le 1$, $\quad x = \pm \arccos a + 2\pi k, \quad k$ – любое целое число.

TG X

1). $\tan x = 0$, $x = \pi k$, k – любое целое число;

2). $\tan x = a$, $x = \arctan a + \pi k$, k – любое целое число.

ctg x

1). $\cot x = 0$, $x = \pi / 2 + \pi k$, k – любое целое число;

2). $\cot x = a$, $x = \operatorname{arccot} a + \pi k$, k – любое целое число.

Установите соответствие:

1. $\sin x = 0$
2. $\cos x = -1$
3. $\sin x = 1$
4. $\cos x = 1$
5. $\mathrm{tg}\, x = 1$
6. $\sin x = -1$
7. $\cos x = 0$

1. $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$
2. $2\pi k, \quad k \in Z$
3. $\pi k, \quad k \in Z$
4. $\frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in Z$
5. $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in Z$
6. $\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$
7. $\frac{\pi}{4} + \pi k, \quad k \in Z$

1	2	3	4	5	6	7
3	6	1	2	7	5	4

Задание 1.

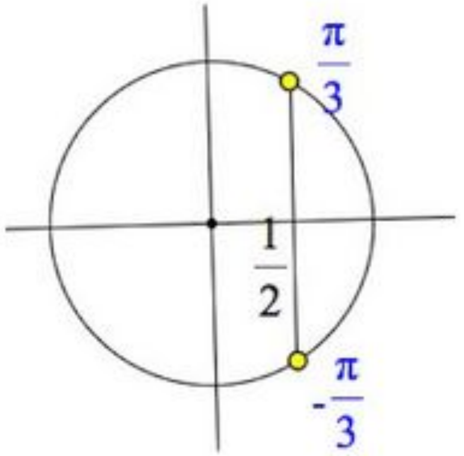
Найдите корень уравнения: $\cos\frac{\pi(x+7)}{3}=\frac{1}{2}$.

В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

Не обращаем пока внимания на «страшный» аргумент косинуса.

(Представьте, если сложно абстрагироваться, что это t и вы решаете уравнение $\cos\ t=\frac{1}{2}$).



На оси косинусов находим $\frac{1}{2}$, проводим вертикаль, выходим на две серии точек:

$$\frac{\pi(x+7)}{3}=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z;$$

$$\frac{\pi(x+7)}{3} = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z;$$

Домножаем обе части равенства на 3, потом делим на π:

$$\pi(x+7) = \pm\pi + 6\pi n,\ n \in Z;$$

$$x + 7 = \pm 1 + 6n,\ n \in Z;$$

Наконец, прибавляем к обеим частям равенства -7:

$$x = -7 \pm 1 + 6n,\ n \in Z;$$

$x = -8 + 6n,\ n \in Z;$ или $x = -6 + 6n,\ n \in Z;$

Так как нужен наибольший отрицательный корень, будем перебирать различные значения n.

$n = 1 \ \rightarrow\ x = -2$ или $x = 0;$

$n = 0 \ \rightarrow\ x = -8$ или $x = -6;$

Далее $(n < 0)$ перебирать нет смысла, значение x будет только уменьшаться (при $n > 1$ имеем положительные значения x).

Наибольший отрицательный корень — это -2.

Ответ: -2.

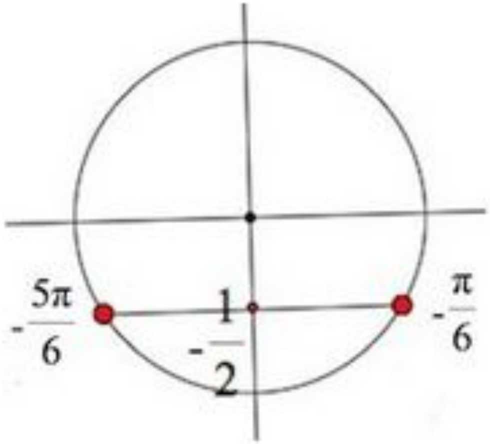
Задание 2.

Решите уравнение $\sin\frac{\pi(2x-3)}{6}=-0,5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Решение:

Опять же, не обращаем пока внимания на «страшный» аргумент синуса.

На оси синусов находим $-\frac{1}{2}$, проводим горизонталь, выходим на две серии точек:



$\frac{\pi(2x-3)}{6}=-\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z$ или $\frac{\pi(2x-3)}{6}=-\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in Z.$

$\frac{\pi(2x-3)}{6} = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$ или $\frac{\pi(2x-3)}{6} = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z.$

Домножаем обе части каждого из равенств на 6, после чего делим на π (можно и сразу домножить на $\frac{6}{\pi}$):

$$2x - 3 = -1 + 12n,\ n \in Z \text{ или } 2x - 3 = -5 + 12n,\ n \in Z;$$

Теперь прибавляем к обеим частям каждого равенства 3, после чего производим деление на 2:

$$2x = 2 + 12n,\ n \in Z \text{ или } 2x = -2 + 12n,\ n \in Z;$$

$$x = 1 + 6n,\ n \in Z \text{ или } x = -1 + 6n,\ n \in Z;$$

Будем перебирать различные значения n.

Нет смыла брать отрицательные значения n, так как видно, что в этом случае мы получим отрицательные значения x, что нам неинтересно.

При $n = 0$ мы и получим наименьший положительный корень: $x = 1.$

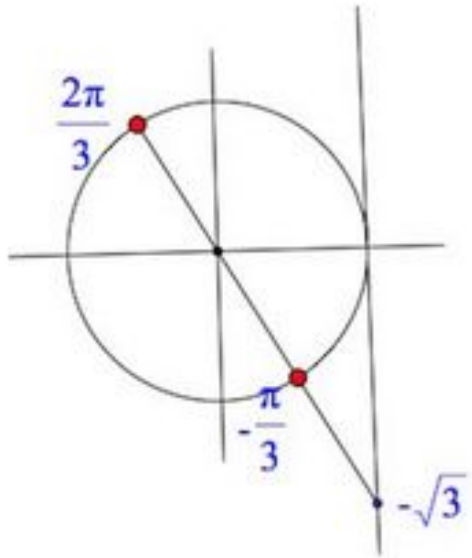
Ответ: 1.

Задание 3.

Решите уравнение $tg\,\frac{\pi(2x-7)}{6} = -\sqrt{3}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

На оси тангенсов находим $-\sqrt{3}$, «выходим на круг»:



И далее — действия, аналогичные действиям в примерах 1 и 2:

$$\frac{\pi(2x-7)}{6} = -\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z;$$

$$\frac{\pi(2x-7)}{6} = -\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in Z;$$

$$\pi(2x-7) = -2\pi + 6\pi n,\ n \in Z;$$

$$2x - 7 = -2 + 6n,\ n \in Z;$$

$$2x = 5 + 6n,\ n \in Z;$$

$$x = 2,5 + 3n,\ n \in Z;$$

Наибольший отрицательный корень – при $n = -1$: $x = -0,5$.

Ответ: -0,5.

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ НЕРАВЕНСТВА.

Вид неравенства	Множество решений неравенства
$\sin x > a$ $(\lvert a\rvert<1)$	x $(\arcsin a + 2\pi n, \pi - \arcsin a + 2\pi n)$, nZ
$\sin x < a$ $(\lvert a\rvert<1)$	x $(-\pi - \arcsin a + 2\pi n, \arcsin a + 2\pi n)$, nZ
$\cos x > a$ $(\lvert a\rvert<1)$	x $(-\arccos a + 2\pi n, \arccos a + 2\pi n)$, nZ
$\cos x < a$ $(\lvert a\rvert<1)$	x $(\arccos a + 2\pi n, 2\pi - \arccos a + 2\pi n)$, nZ
$\mathrm{tg}\, x > a$	x $(\mathrm{arctg}\, a + \pi n, \pi/2 + \pi n)$, nZ
$\mathrm{tg}\, x < a$	x $(-\pi/2 + \pi n, \mathrm{arctg}\, a + \pi n)$, nZ
$\mathrm{ctg}\, x > a$	x $(\pi n, \mathrm{arcctg}\, a + \pi n)$, nZ
$\mathrm{ctg}\, x < a$	x $(\mathrm{arcctg}\, a + \pi n, \pi + \pi n)$, nZ

https://egemaximum.ru/prostejshie-trigonometricheskie-neravenstva/

РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ

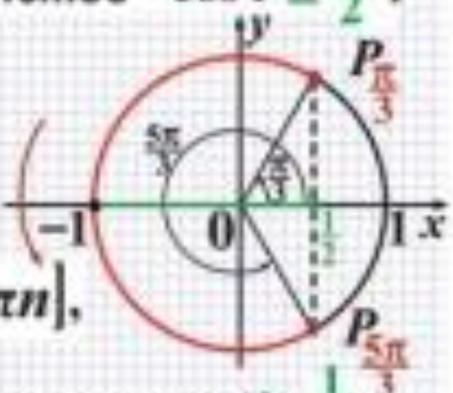
Пример 1. Решите неравенство $\sin t > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Решение. $\sin t > \frac{1}{\sqrt{2}}$,

$\frac{\pi}{4} + 2\pi n < t < \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$,
$n \in \mathbb{Z}$.

Ответ: $\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n;\ \frac{3\pi}{4} + 2\pi n\right)$,
$n \in \mathbb{Z}$.

Пример 2. Решите неравенство $\cos t \leq \frac{1}{2}$.



Решение. $\cos t \leq \frac{1}{2}$,

$\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq t \leq \frac{5\pi}{3} + 2\pi n$,
$n \in \mathbb{Z}$.

Ответ: $\left[\frac{\pi}{3} + 2\pi n;\ \frac{5\pi}{3} + 2\pi n\right]$,
$n \in \mathbb{Z}$.

Пример 3. Решите неравенство $\operatorname{tg} t \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Решение. $\operatorname{tg} t \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$,

$\frac{\pi}{6} + \pi k \leq t < \frac{\pi}{2} + \pi k$,
$k \in \mathbb{Z}$.

Ответ: $\left[\frac{\pi}{6} + \pi k;\ \frac{\pi}{2} + \pi k\right)$,
$k \in \mathbb{Z}$.

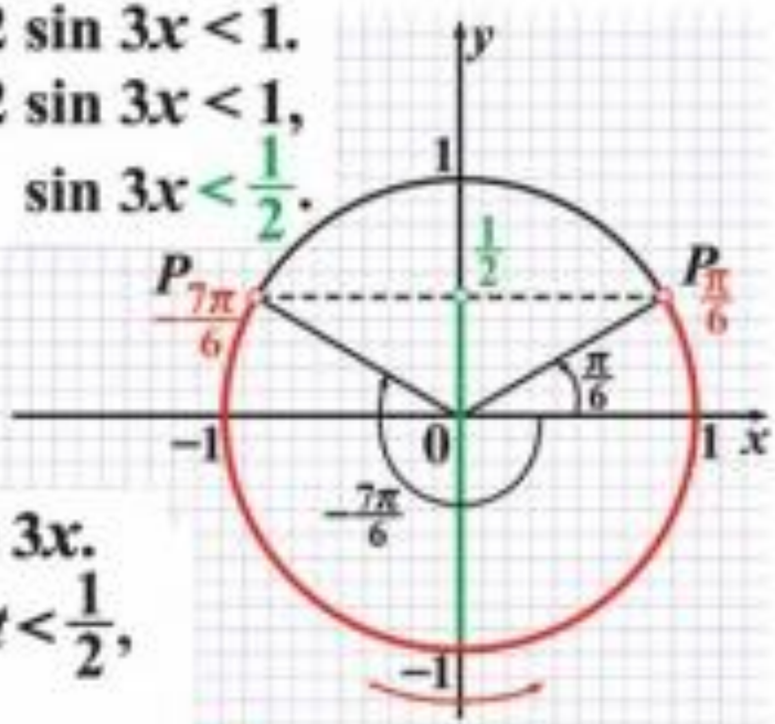
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ

Пример 1. *Решите неравенство*

$$2\sin 3x < 1.$$

Решение. $2\sin 3x < 1,$

$$\sin 3x < \frac{1}{2}.$$



Пусть $t = 3x$.

Тогда $\sin t < \frac{1}{2}$,

$$-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n < t < \frac{\pi}{6} + 2\pi n,$$

$$-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n < 3x < \frac{\pi}{6} + 2\pi n,$$

$$-\frac{7\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}n < x < \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}n,\ n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $\left(-\frac{7\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}n;\ \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}n\right),\ n \in \mathbb{Z}.$

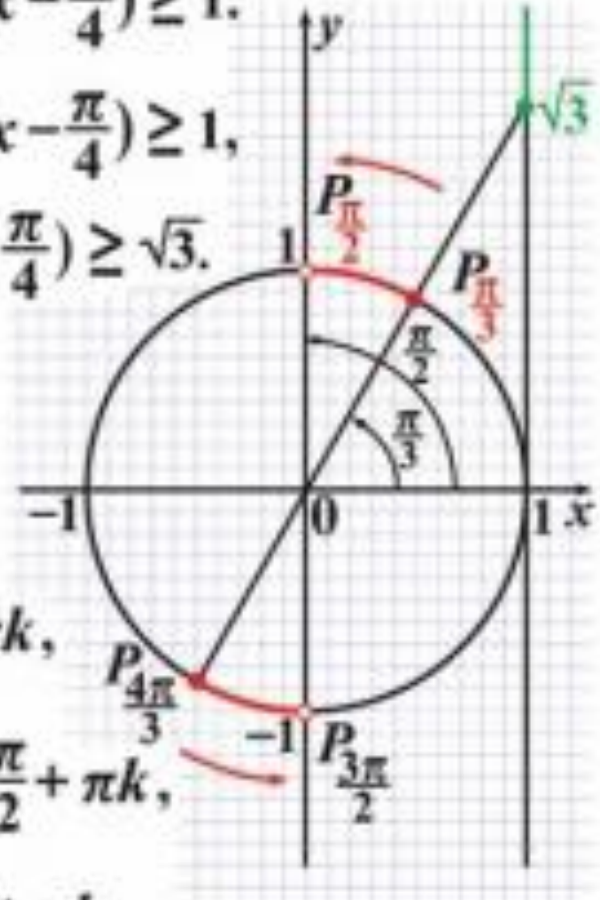
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ

Пример 2. **Решите неравенство**

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{tg}\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\geq 1.$$

Решение. $\frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{tg}\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\geq 1,$

$$\operatorname{tg}\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\geq \sqrt{3}.$$



Пусть $t=2x-\frac{\pi}{4}.$

Тогда $\operatorname{tg} t\geq\sqrt{3},$

$$\frac{\pi}{3}+\pi k\leq t<\frac{\pi}{2}+\pi k,$$

$$\frac{\pi}{3}+\pi k\leq 2x-\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{2}+\pi k,$$

$$\frac{7\pi}{12}+\pi k\leq 2x<\frac{3\pi}{4}+\pi k,$$

$$\frac{7\pi}{24}+\frac{\pi}{2}k\leq x<\frac{3\pi}{8}+\frac{\pi}{2}k,\ k\in\mathbb{Z}.$$

Ответ: $\left[\frac{7\pi}{24}+\frac{\pi}{2}k;\ \frac{3\pi}{8}+\frac{\pi}{2}k\right),\ k\in\mathbb{Z}.$

Д/З

№	Задание
1	Решите уравнение $\sin\frac{\pi(4x-7)}{4}=1$. В ответе напишите наименьший положительный корень.
2	Решите уравнение $cos\frac{\pi(x-1)}{3}=-\frac{1}{2}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.
3	Решите уравнение $tg\frac{\pi(x-6)}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.
4	Решите неравенство: $\sin x > 1/2$
5	Решите неравенство: $\sin 2x \le \sqrt{3}/2$
6	Решите неравенство: $\cos x > -1/2$
7	Решите неравенство: $\cos 5x < \sqrt{3}/2$
8	Решите неравенство: $tg\ x \ge \sqrt{3}/3$
9	Решите неравенство: $tg\ 3x < 2/3$

Дополнительные задания

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2	ВАРИАНТ 3	ВАРИАНТ 4
Решите уравнение 1-5. 1. $\sin 2x + 2 = 0$ 2. $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ 3. $2\sin x + \sqrt{2} = 0$ 4. $\sin 4x = 0$ 5. $\mathrm{tg}\,3x - \sqrt{3} = 0$	Решите уравнение 1-5. 1. $\mathrm{tg}\,x + 2 = 0$ 2. $\mathrm{ctg}\,3x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 3. $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ 4. $\cos \frac{x}{3} = 0$ 5. $3\mathrm{tg}\,2x + \sqrt{3} = 0$	Решите уравнение 1-5. 1. $\cos 2x - 2 = 0$ 2. $\sin 3x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3. $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ 4. $\sin \frac{x}{4} = 0$ 5. $\mathrm{ctg}\,4x + \sqrt{3} = 0$	Решите уравнение 1-5. 1. $\mathrm{ctg}\,x + 3 = 0$ 2. $\mathrm{tg}\,2x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ 3. $2\sin x + \sqrt{3} = 0$ 4. $\cos 2x = 0$ 5. $\mathrm{tg}\,2x - 1 = 0$
ВАРИАНТ 5	**ВАРИАНТ 6**	**ВАРИАНТ 7**	**ВАРИАНТ 8**
Решите уравнение 1-5. 1. $\sin 3x - 3 = 0$ 2. $\sin \frac{x}{3} = \frac{1}{2}$ 3. $2\cos x - \sqrt{3} = 0$ 4. $\sin 3x = -1$ 5. $\mathrm{tg}\,5x + \sqrt{3} = 0$	Решите уравнение 1-5. 1. $\mathrm{tg}\,x - 3 = 0$ 2. $\mathrm{ctg}\,\frac{x}{2} = \sqrt{3}$ 3. $2\sin x - 1 = 0$ 4. $\cos \frac{x}{2} = 1$ 5. $\sqrt{3}\,\mathrm{ctg}\,4x - 1 = 0$	Решите уравнение 1-5. 1. $\cos 3x + 3 = 0$ 2. $\cos \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 3. $\sqrt{2}\cos x - 1 = 0$ 4. $\sin \frac{x}{3} = 1$ 5. $\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,2x - 1 = 0$	Решите уравнение 1-5. 1. $\mathrm{ctg}\,x - 4 = 0$ 2. $\mathrm{tg}\,\frac{x}{2} = 1$ 3. $2\sin x + 1 = 0$ 4. $\cos 5x = -1$ 5. $\mathrm{ctg}\,3x + 1 = 0$

Вариант №2

1. Решите уравнение: $3\,\mathrm{tg}\,x = \sqrt{3}$.

1) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$ 2) $\pm\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$

3) $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ 4) $\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$

2. Решите уравнение: $\cos\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$.

1) $\pm\frac{2\pi}{3} + 4\pi n, n \in Z$ 2) $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$

3) $\pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$ 4) $(-1)^n\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z$

ТЕСТ

3. Решите уравнение: $1 + \sin(\pi - x) = 0$.

1) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$ 2) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$

3) $\pm\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$ 4) $\frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$

I вариант

1) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $\left((-1)^{k+1}\frac{\pi}{3} + \pi k\right)$

3) $\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\left(\pm\frac{\pi}{8} + \pi n\right)$

4) $ctg\,4x = -1$ $\left(\frac{3\pi}{16} + \frac{\pi n}{4}\right)$

5) $-\cos x = 1$ $(\pi + 2\pi n)$

6) $\sin(\pi - x) = 0$ (πn)

II вариант

1) $\sin x = \frac{1}{2}$ $\left((-1)^k\frac{\pi}{6} + \pi k\right)$

2) $\cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\left(\pm\frac{3\pi}{8} + \pi n\right)$

3) $tg(-3x) = -\sqrt{3}$ $\left(\frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}\right)$

4) $\cos(-x) = 1$ $(2\pi n)$

5) $\sin(2\pi + x) = 0$ (πn) $n, k \in Z$

1. Повторение

- Вычислите:

1. arcsin $\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. arccos $\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. arcsin1
4. arcsin(-1)
5. arccos0
6. arccos1
7. arcsin $\frac{1}{2}$
8. arccos $\frac{1}{2}$
9. arcsin$(-\frac{1}{2})$
10. arcsin $(-\frac{\sqrt{2}}{2})$
11. arccos $(-\frac{1}{2})$
12. arcsin $(-\frac{\sqrt{2}}{2})$
13. arccos $\frac{\sqrt{2}}{2}$
14. arccos $(-\frac{\sqrt{2}}{2})$
15. arctg $\sqrt{3}$
16. arctg$(-\sqrt{3})$

§ 18. Тригонометрические уравнения

Решите уравнение:

○**18.1.** а) $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\sin \frac{x}{4} = \frac{1}{2}$;

б) $\cos \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$; г) $\cos 4x = 0$.

○**18.2.** а) $\sin\left(-\frac{x}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\mathrm{tg}\,(-4x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$;

б) $\cos(-2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; г) $\mathrm{ctg}\left(-\frac{x}{2}\right) = 1$.

○**18.3.** а) $2\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$; в) $2\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$;

б) $\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = 3$; г) $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0$.

45

I вариант

1) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $\left((-1)^{k+1}\frac{\pi}{3} + \pi k\right)$

3) $\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\left(\pm\frac{\pi}{8} + \pi n\right)$

4) $ctg\,4x = -1$ $\left(\frac{3\pi}{16} + \frac{\pi n}{4}\right)$

5) $-\cos x = 1$ $(\pi + 2\pi n)$

6) $\sin(\pi - x) = 0$ (πn)

II вариант

1) $\sin x = \frac{1}{2}$ $\left((-1)^k\frac{\pi}{6} + \pi k\right)$

2) $\cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\left(\pm\frac{3\pi}{8} + \pi n\right)$

3) $tg(-3x) = -\sqrt{3}$ $\left(\frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}\right)$

4) $\cos(-x) = 1$ $(2\pi n)$

5) $\sin(2\pi + x) = 0$ (πn) $n, k \in Z$

Вариант 1

1. Решите уравнение $\cos 2x - 1 = 0$.

2. Решите уравнение $2\sin 3x = -1$.

3. Решите уравнение $ctg\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \sqrt{3}$.

4. Решите уравнение $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{2x}{3}\right) = \frac{1}{2}$.

5. Решите уравнение $\cos\left(\pi - \frac{5x}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Вариант 2

1. Решите уравнение $ctg\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) - \sqrt{3} = 0$.

2. Решите уравнение $2\cos 2x = -1$.

3. Решите уравнение $15\cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) = 0$.