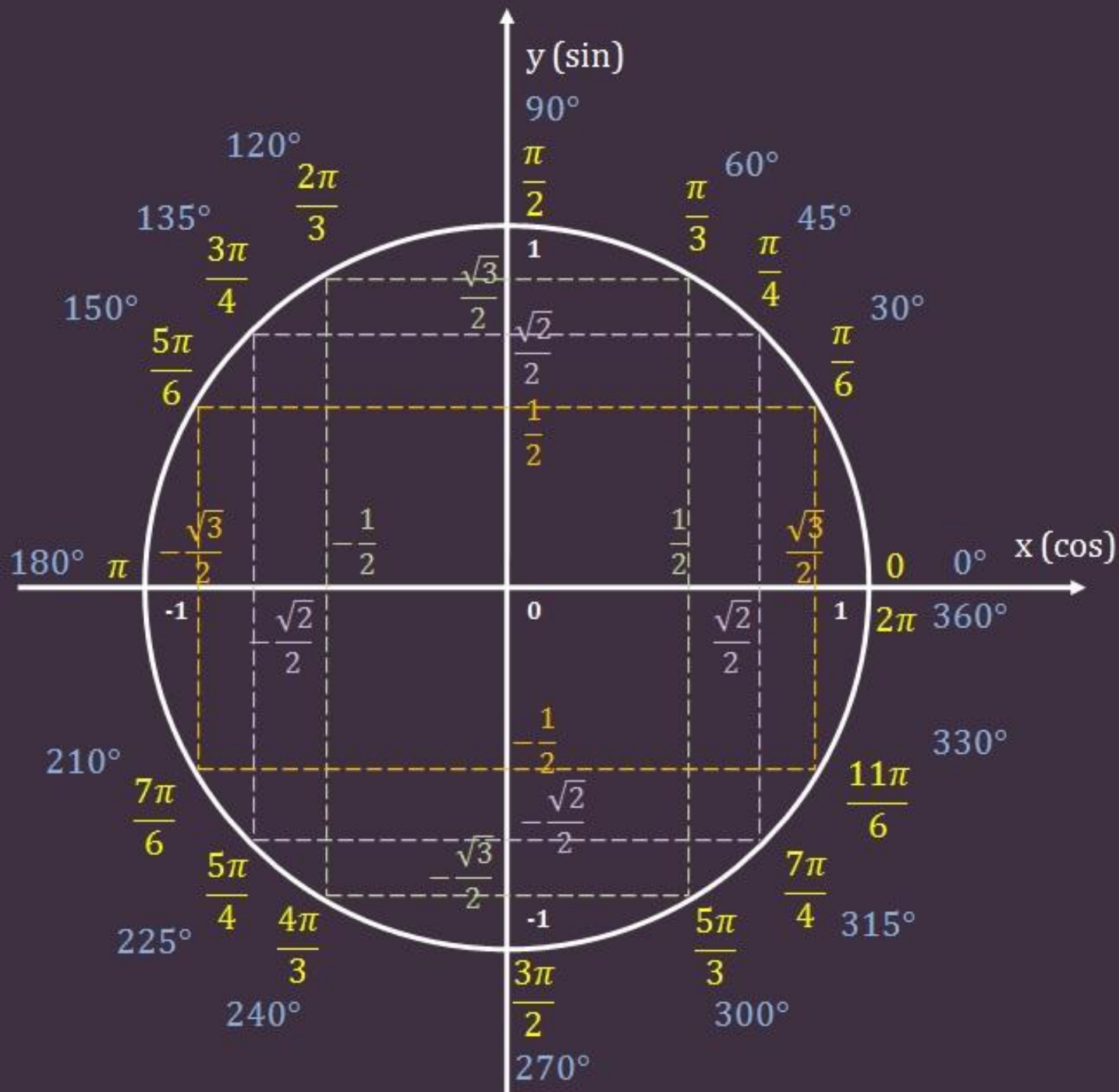


*ПРОСТЕЙШИЕ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ
УРАВНЕНИЯ.*



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЕ

УРАВНЕНИЕ – ЭТО



УРАВНЕНИЕ, СОДЕРЖАЩЕЕ
НЕИЗВЕСТНОЕ ПОД ЗНАКОМ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ
ФУНКЦИИ.

Простейшими тригонометрическими уравнениями называют уравнения вида:

$$\sin x = a,$$

$$\cos x = a,$$

$$\operatorname{tg} x = a,$$

$$\operatorname{ctg} x = a,$$

где a – произвольное число.

$$\cos x = a, \quad -1 \leq a \leq 1$$

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

В случае, когда $a \notin [-1; 1]$,
уравнение решений не имеет

$$\sin x = a, \quad -1 \leq a \leq 1$$

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z} \quad \text{ИЛИ}$$

$$x_1 = \arcsin a + 2\pi n, \quad x_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

В случае, когда $a \notin [-1; 1]$,
уравнение решений не имеет

$$\operatorname{tg} x = a$$

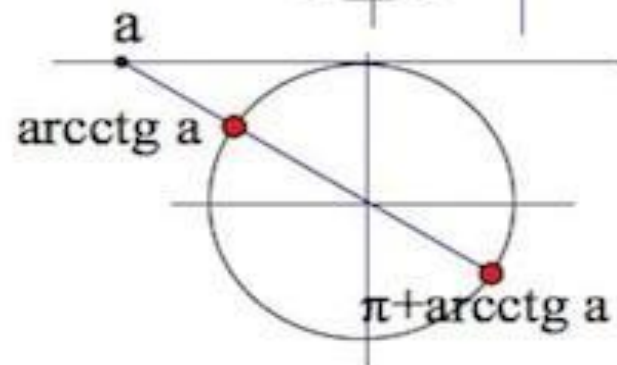
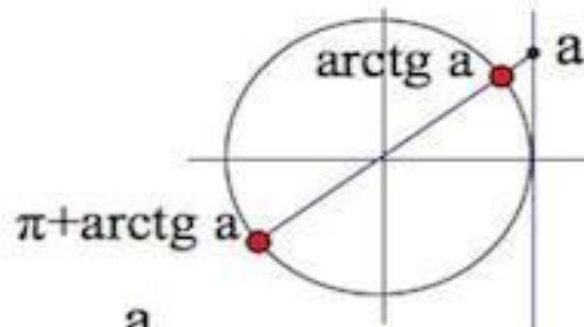
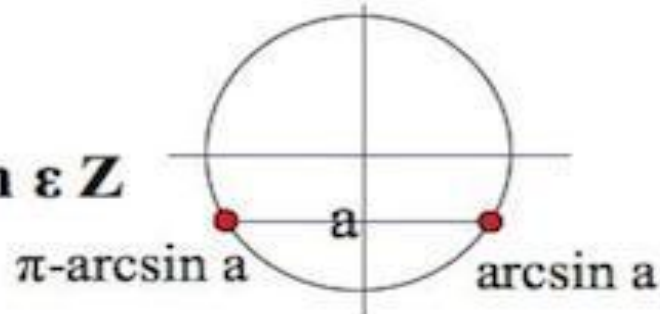
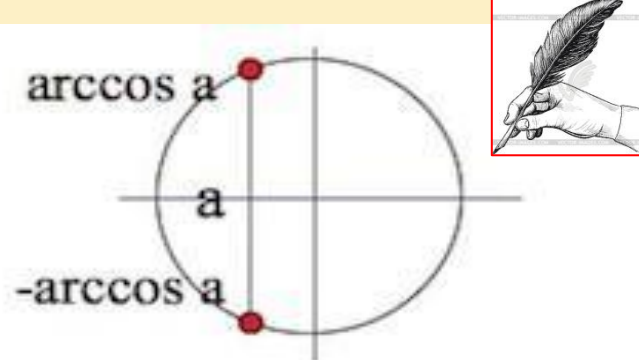
$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ограничений нет

$$\operatorname{ctg} x = a$$

$$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ограничений нет



ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi n$$

$$\sin x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$\sin x = 1$$

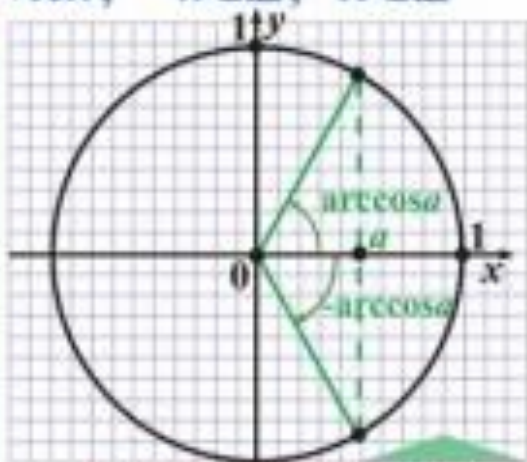
$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$\sin x = a, |a| \leq 1$$

$$x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad n \in \mathbb{Z}$$



$$\begin{cases} x = \arcsin a + 2\pi n \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi n \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = \arccos a + 2\pi k \\ x = -\arccos a + 2\pi k \end{cases}$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$\cos x = -1$$

$$x = \pi + 2\pi n$$

$$\cos x = 1$$

$$x = 2\pi n$$

$$\cos x = a, |a| \leq 1$$

$$x = \pm \arccos a + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

$$\operatorname{tg} x = a, \quad a \in \mathbb{R}$$

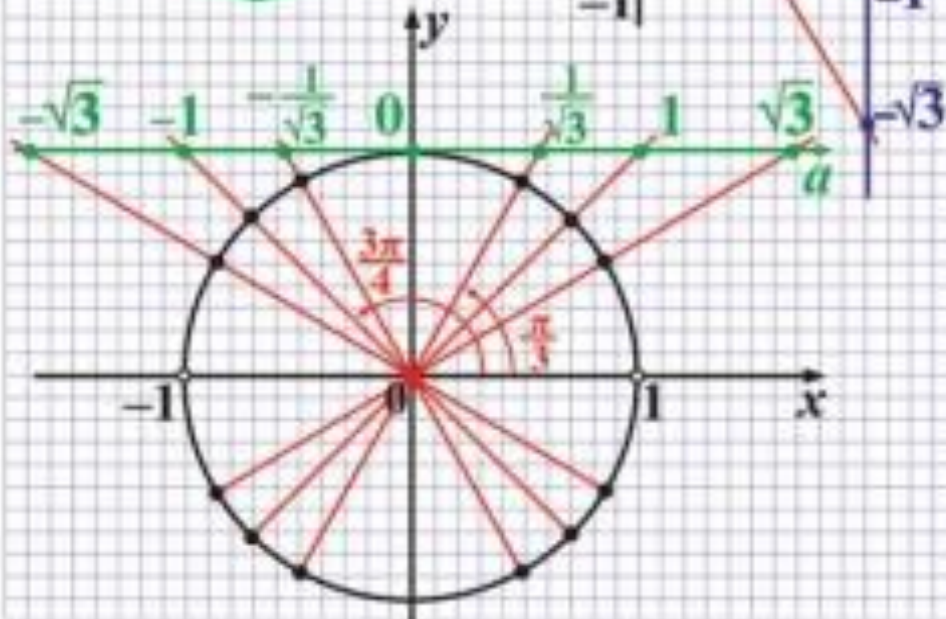
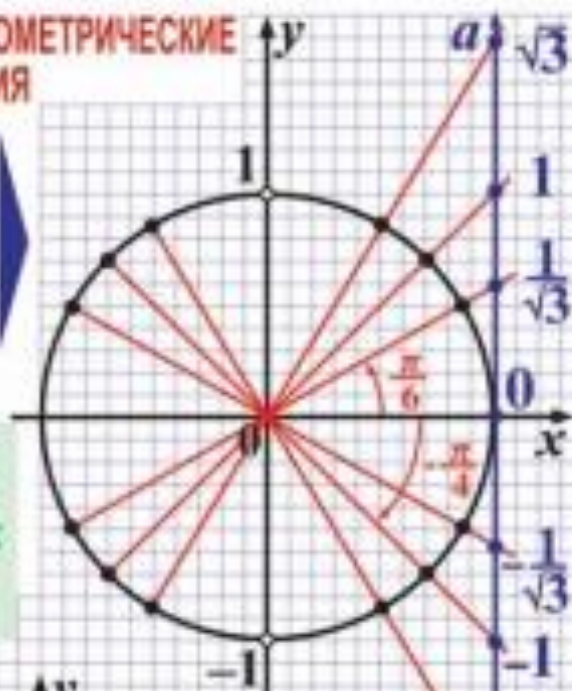
$$x = \operatorname{arctg} a + \pi k$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} x = a, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$x = \operatorname{arccotg} a + \pi k$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

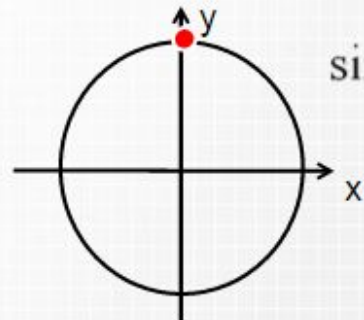




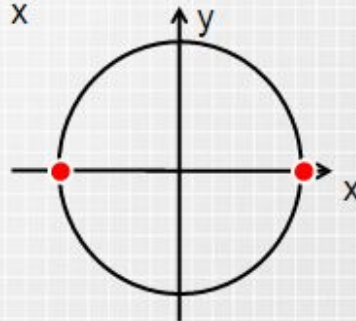
№	Уравнение	Решение общего вида угол в радианной мере	Решение общего вида угол в градусной мере
1	$\sin(x)=a$	$x=(-1)^k \arcsin(a)+\pi k$	$x=(-1)^k \arcsin(a)+180^\circ k$
	$\sin(x)=0$	$x=\pi k$	$x=180^\circ k$
	$\sin(x)=1$	$x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$	$x=90^\circ+360^\circ k$
	$\sin(x)=-1$	$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$	$x=-90^\circ+360^\circ k$
2	$\cos(x)=a$	$x=\pm \arccos(a)+2\pi k$	$x=\pm \arccos(a)+360^\circ k$
	$\cos(x)=0$	$x=\frac{\pi}{2}(2k+1)$	$x=90^\circ(2k+1)$
	$\cos(x)=1$	$x=2\pi k$	$x=360^\circ k$
	$\cos(x)=-1$	$x=\pi+2\pi k=\pi(2k+1)$	$x=180^\circ(2k+1)$
3	$\operatorname{tg}(x)=a$	$x=\operatorname{arctg}(a)+\pi k$	$x=\operatorname{arctg}(a)+180^\circ k$
	$\operatorname{tg}(x)=0$	$x=\pi k$	$x=180^\circ k$
4	$\operatorname{ctg}(x)=a$	$x=\operatorname{arcctg}(a)+\pi k$	$x=\operatorname{arctg}(a)+180^\circ k$
	$\operatorname{ctg}(x)=0$	$x=\frac{\pi}{2}+\pi k$	$x=90^\circ+180^\circ k$

$k=0, \pm 1, \pm 2, \dots;$

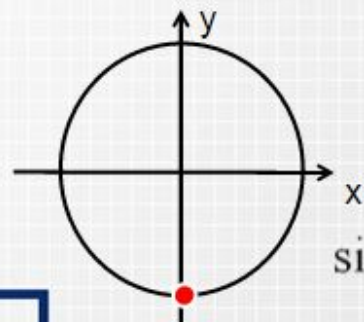
Частные случаи решения уравнения $\sin x = a$.



$$\sin x = 1, \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$



$$\sin x = 0, \quad x = \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

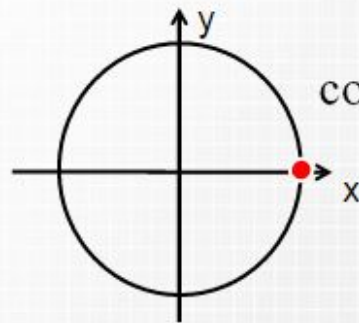


$$\sin x = -1, \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

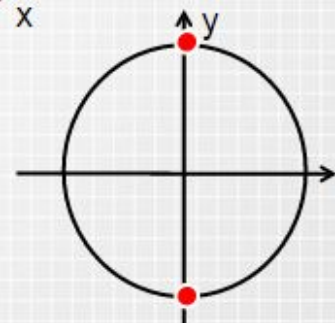
$\sin x = a$, $|a| > 1$, здесь нет решений;

$\sin x = a$, $|a| \leq 1$, $x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k$, k – любое целое число.

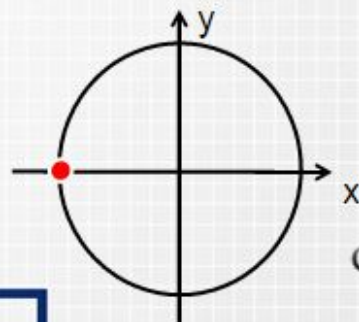
Частные случаи решения уравнения $\cos x = a$.



$$\cos x = 1, \quad x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$



$$\cos x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}.$$



$$\cos x = -1, \quad x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$\cos x = a$, $|a| > 1$, здесь нет решений;

$\cos x = a$, $|a| \leq 1$, $x = \pm \arccos a + 2\pi k$, k – любое целое число.

TG X

1). $\tan x = 0$, $x = \pi k$, k – любое целое число;

2). $\tan x = \alpha$, $x = \arctan \alpha + \pi k$, k – любое целое число.

ctg x

1). $\cot x = 0$, $x = \pi / 2 + \pi k$, k – любое целое число;

2). $\cot x = \alpha$, $x = \operatorname{arccot} \alpha + \pi k$, k – любое целое число.

Установите соответствие:

1

$$\sin x = 0$$

1

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

2

$$\cos x = -1$$

2

$$2\pi k, k \in Z$$

3

$$\pi k, k \in Z$$

3

$$\sin x = 1$$

4

$$\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

4

$$\cos x = 1$$

5

$$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

5

$$\operatorname{tg} x = 1$$

6

$$\pi + 2\pi k, k \in Z$$

6

$$\sin x = -1$$

7

$$\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$$

7

$$\cos x = 0$$

1	2	3	4	5	6	7
3	6	1	2	7	5	4

Задание 1.

Найдите корень уравнения: $\cos \frac{\pi(x+7)}{3} = \frac{1}{2}$.

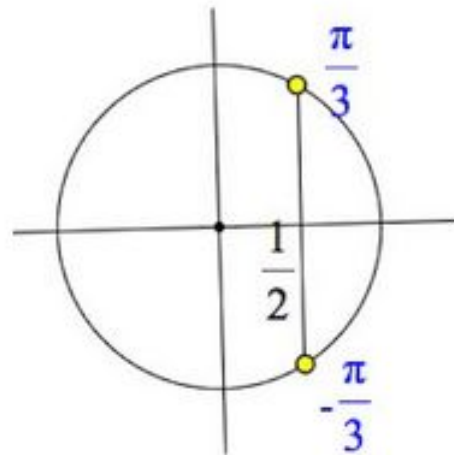
В ответе запишите наибольший отрицательный корень.



Решение:

Не обращаем пока внимания на «страшный» аргумент косинуса.

(Представьте, если сложно абстрагироваться, что это t и вы решаете уравнение $\cos t = \frac{1}{2}$).



На оси косинусов находим $\frac{1}{2}$, проводим вертикаль, выходим на две серии точек:

$$\frac{\pi(x+7)}{3} = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$\frac{\pi(x+7)}{3} = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$$

Домножаем обе части равенства на 3, потом делим на π :

$$\pi(x+7) = \pm\pi + 6\pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$x+7 = \pm 1 + 6n, n \in \mathbb{Z};$$

Наконец, прибавляем к обеим частям равенства -7 :

$$x = -7 \pm 1 + 6n, n \in \mathbb{Z};$$

$$x = -8 + 6n, n \in \mathbb{Z}; \text{ или } x = -6 + 6n, n \in \mathbb{Z};$$

Так как нужен наибольший отрицательный корень, будем перебирать различные значения n .

$$n = 1 \rightarrow x = -2 \text{ или } x = 0;$$

$$n = 0 \rightarrow x = -8 \text{ или } x = -6;$$

Далее ($n < 0$) перебирать нет смысла, значение x будет только уменьшаться (при $n > 1$ имеем положительные значения x).

Наибольший отрицательный корень — это -2 .

Ответ: -2 .





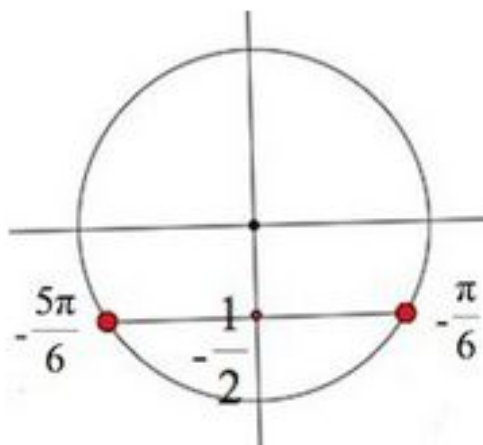
Задание 2.

Решите уравнение $\sin \frac{\pi(2x-3)}{6} = -0,5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Решение:

Опять же, не обращаем пока внимания на «страшный» аргумент синуса.

На оси синусов находим $-\frac{1}{2}$, проводим горизонталь, выходим на две серии точек:



$$\frac{\pi(2x-3)}{6} = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z \text{ или } \frac{\pi(2x-3)}{6} = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z.$$



$$\frac{\pi(2x-3)}{6} = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z \text{ или } \frac{\pi(2x-3)}{6} = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z.$$

Домножаем обе части каждого из равенств на 6, после чего делим на π (можно и сразу домножить на $\frac{6}{\pi}$):

$$2x - 3 = -1 + 12n, n \in Z \text{ или } 2x - 3 = -5 + 12n, n \in Z;$$

Теперь прибавляем к обеим частям каждого равенства 3, после чего производим деление на 2:

$$2x = 2 + 12n, n \in Z \text{ или } 2x = -2 + 12n, n \in Z;$$

$$x = 1 + 6n, n \in Z \text{ или } x = -1 + 6n, n \in Z;$$

Будем перебирать различные значения n .

Нет смысла брать отрицательные значения n , так как видно, что в этом случае мы получим отрицательные значения x , что нам неинтересно.

При $n = 0$ мы и получим наименьший положительный корень: $x = 1$.

Ответ: 1.

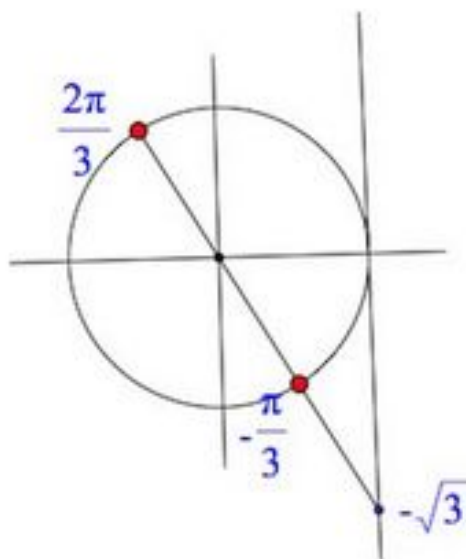


Задание 3.

Решите уравнение $\operatorname{tg} \frac{\pi(2x-7)}{6} = -\sqrt{3}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Решение:

На оси тангенсов находим $-\sqrt{3}$, «выходим на круг»:



И далее — действия, аналогичные действиям в примерах 1 и 2:

$$\frac{\pi(2x-7)}{6} = -\frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$



$$\frac{\pi(2x-7)}{6} = -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z;$$

$$\pi(2x - 7) = -2\pi + 6\pi n, n \in Z;$$

$$2x - 7 = -2 + 6n, n \in Z;$$

$$2x = 5 + 6n, n \in Z;$$

$$x = 2,5 + 3n, n \in Z;$$

Наибольший отрицательный корень — при $n = -1$: $x = -0,5$.

Ответ: -0,5.

*ПРОСТЕЙШИЕ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ
НЕРАВЕНСТВА.*



Вид неравенства	Множество решений неравенства
$\sin x > a (a < 1)$	$x (\arcsin a + 2\pi n, \pi - \arcsin a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$
$\sin x < a (a < 1)$	$x (-\pi - \arcsin a + 2\pi n, \arcsin a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$
$\cos x > a (a < 1)$	$x (-\arccos a + 2\pi n, \arccos a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$
$\cos x < a (a < 1)$	$x (\arccos a + 2\pi n, 2\pi - \arccos a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} x > a$	$x (\operatorname{arctg} a + \pi n, \pi/2 + \pi n), n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} x < a$	$x (-\pi/2 + \pi n, \operatorname{arctg} a + \pi n), n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{ctg} x > a$	$x (\pi n, \operatorname{arcctg} a + \pi n), n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{ctg} x < a$	$x (\operatorname{arcctg} a + \pi n, \pi + \pi n), n \in \mathbb{Z}$

РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ

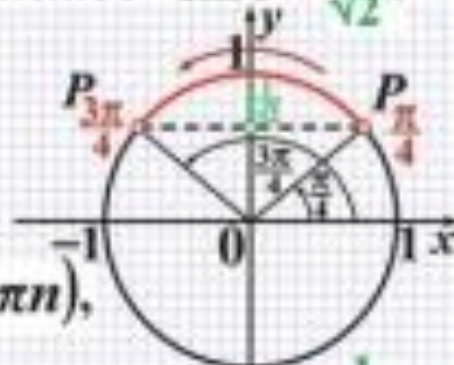


Пример 1. Решите неравенство $\sin t > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Решение. $\sin t > \frac{1}{\sqrt{2}}$,

$$\frac{\pi}{4} + 2\pi n < t < \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, \\ n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n),$
 $n \in \mathbb{Z}.$

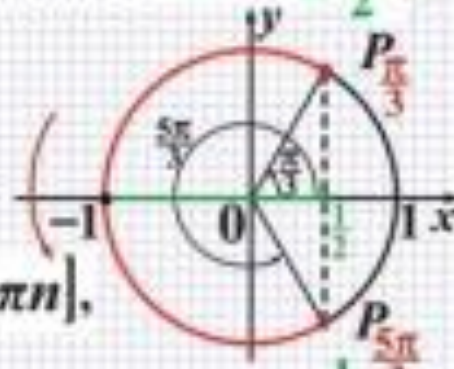


Пример 2. Решите неравенство $\cos t \leq \frac{1}{2}$.

Решение. $\cos t \leq \frac{1}{2}$,

$$\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq t \leq \frac{5\pi}{3} + 2\pi n, \\ n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $[\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n],$
 $n \in \mathbb{Z}.$



Пример 3. Решите неравенство $\operatorname{tg} t \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Решение. $\operatorname{tg} t \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$,

$$\frac{\pi}{6} + \pi k \leq t < \frac{\pi}{2} + \pi k, \\ k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $[\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k),$
 $k \in \mathbb{Z}.$



ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ

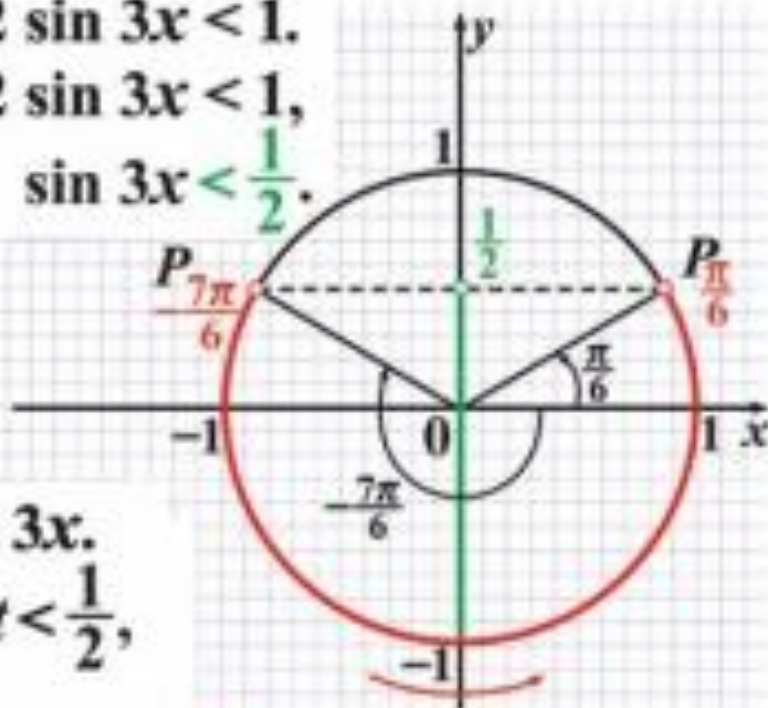


Пример 1. Решите неравенство

$$2 \sin 3x < 1.$$

Решение. $2 \sin 3x < 1,$

$$\sin 3x < \frac{1}{2}.$$



Пусть $t = 3x.$

Тогда $\sin t < \frac{1}{2},$

$$-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n < t < \frac{\pi}{6} + 2\pi n,$$

$$-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n < 3x < \frac{\pi}{6} + 2\pi n,$$

$$-\frac{7\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}n < x < \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}n, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $(-\frac{7\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}n; \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{3}n), n \in \mathbb{Z}.$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ



Пример 2. Решите неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) \geq 1.$$

Решение. $\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) \geq 1,$

$$\operatorname{tg} \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) \geq \sqrt{3}.$$

Пусть $t = 2x - \frac{\pi}{4}.$

Тогда $\operatorname{tg} t \geq \sqrt{3},$

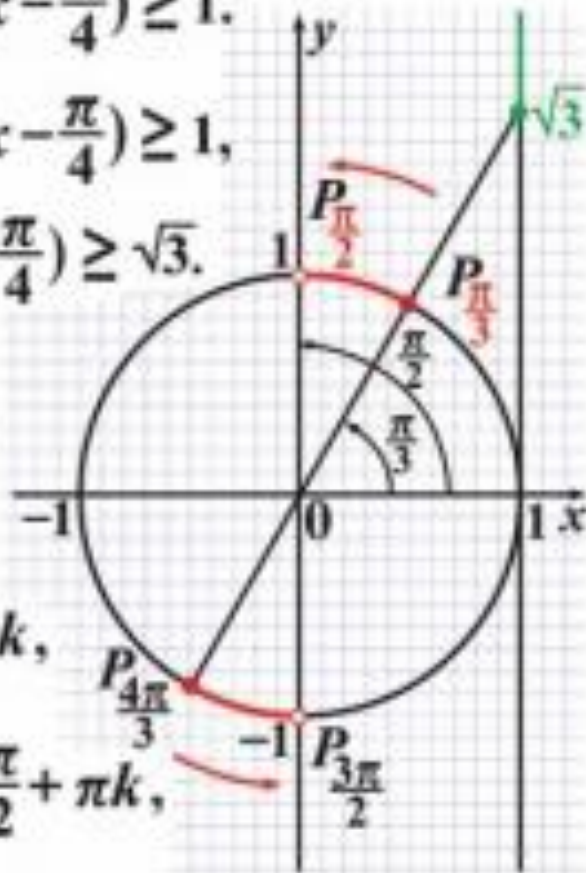
$$\frac{\pi}{3} + \pi k \leq t < \frac{\pi}{2} + \pi k,$$

$$\frac{\pi}{3} + \pi k \leq 2x - \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{2} + \pi k,$$

$$\frac{7\pi}{12} + \pi k \leq 2x < \frac{3\pi}{4} + \pi k,$$

$$\frac{7\pi}{24} + \frac{\pi}{2} k \leq x < \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $\left[\frac{7\pi}{24} + \frac{\pi}{2} k; \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k \right), \quad k \in \mathbb{Z}.$



Д/З

№	Задание
1	Решите уравнение $\sin \frac{\pi(4x-7)}{4} = 1$. В ответе напишите наименьший положительный корень.
2	Решите уравнение $\cos \frac{\pi(x-1)}{3} = -\frac{1}{2}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.
3	Решите уравнение $\operatorname{tg} \frac{\pi(x-6)}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.
4	Решите неравенство: $\sin x > 1/2$
5	Решите неравенство: $\sin 2x \leq \sqrt{3}/2$
6	Решите неравенство: $\cos x > -1/2$
7	Решите неравенство: $\cos 5x < \sqrt{3}/2$
8	Решите неравенство: $\operatorname{tg} x \geq \sqrt{3}/3$
9	Решите неравенство: $\operatorname{tg} 3x < 2/3$

Дополнительные задания

ВАРИАНТ 1

Решите уравнение 1-5.

1. $\sin 2x + 2 = 0$
2. $\cos 2x = -\frac{1}{2}$
3. $2\sin x + \sqrt{2} = 0$
4. $\sin 4x = 0$
5. $\operatorname{tg} 3x - \sqrt{3} = 0$

ВАРИАНТ 2

Решите уравнение 1-5.

1. $\operatorname{tg} x + 2 = 0$
2. $\operatorname{ctg} 3x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
3. $2\sin x - \sqrt{3} = 0$
4. $\cos \frac{x}{3} = 0$
5. $3\operatorname{tg} 2x + \sqrt{3} = 0$

ВАРИАНТ 3

Решите уравнение 1-5.

1. $\cos 2x - 2 = 0$
2. $\sin 3x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
3. $2\cos x + \sqrt{2} = 0$
4. $\sin \frac{x}{4} = 0$
5. $\operatorname{ctg} 4x + \sqrt{3} = 0$

ВАРИАНТ 4

Решите уравнение 1-5.

1. $\operatorname{ctg} x + 3 = 0$
2. $\operatorname{tg} 2x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
3. $2\sin x + \sqrt{3} = 0$
4. $\cos 2x = 0$
5. $\operatorname{tg} 2x - 1 = 0$

ВАРИАНТ 5

Решите уравнение 1-5.

1. $\sin 3x - 3 = 0$
2. $\sin \frac{x}{3} = \frac{1}{2}$
3. $2\cos x - \sqrt{3} = 0$
4. $\sin 3x = -1$
5. $\operatorname{tg} 5x + \sqrt{3} = 0$

ВАРИАНТ 6

Решите уравнение 1-5.

1. $\operatorname{tg} x - 3 = 0$
2. $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = \sqrt{3}$
3. $2\sin x - 1 = 0$
4. $\cos \frac{x}{2} = 1$
5. $\sqrt{3} \operatorname{ctg} 4x - 1 = 0$

ВАРИАНТ 7

Решите уравнение 1-5.

1. $\cos 3x + 3 = 0$
2. $\cos \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
3. $\sqrt{2}\cos x - 1 = 0$
4. $\sin \frac{x}{3} = 1$
5. $\sqrt{3}\operatorname{tg} 2x - 1 = 0$

ВАРИАНТ 8

Решите уравнение 1-5.

1. $\operatorname{ctg} x - 4 = 0$
2. $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = 1$
3. $2\sin x + 1 = 0$
4. $\cos 5x = -1$
5. $\operatorname{ctg} 3x + 1 = 0$

Вариант №2

1. Решите уравнение: $3 \operatorname{tg} x = \sqrt{3}$.

1) $\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ 2) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

3) $\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ 4) $\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

2. Решите уравнение: $\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$.

1) $\pm \frac{2\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$ 2) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

3) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ 4) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

3. Решите уравнение: $1 + \sin(\pi - x) = 0$.

1) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ 2) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

3) $\pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ 4) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

I вариант

1) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $\left((-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + \pi k \right)$

3) $\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\pm \frac{\pi}{8} + \pi n \right)$

4) $\operatorname{ctg} 4x = -1 \left(\frac{3\pi}{16} + \frac{\pi n}{4} \right)$

5) $-\cos x = 1 \left(\pi + 2\pi n \right)$

6) $\sin(\pi - x) = 0 \left(\pi n \right)$

II вариант

1) $\sin x = \frac{1}{2} \left((-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k \right)$

2) $\cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\pm \frac{3\pi}{8} + \pi n \right)$

3) $\operatorname{tg}(-3x) = -\sqrt{3} \left(\frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3} \right)$

4) $\cos(-x) = 1 \left(2\pi n \right)$

5) $\sin(2\pi + x) = 0 \left(\pi n \right) \quad n, k \in \mathbb{Z}$

1. Повторение

• Вычислите:

1. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$

7. $\arcsin \frac{1}{2}$

12. $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$

2. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$

8. $\arccos \frac{1}{2}$

13. $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$

3. $\arcsin 1$

9. $\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right)$

14. $\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$

4. $\arcsin(-1)$

15. $\operatorname{arctg} \sqrt{3}$

5. $\arccos 0$

10. $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$

16. $\operatorname{arctg} \left(-\sqrt{3} \right)$

6. $\arccos 1$

11. $\arccos \left(-\frac{1}{2} \right)$

§ 18. Тригонометрические уравнения

Решите уравнение:

О18.1. а) $\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

в) $\sin \frac{x}{4} = \frac{1}{2}$;

б) $\cos \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$;

г) $\cos 4x = 0$.

О18.2. а) $\sin\left(-\frac{x}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

в) $\operatorname{tg}(-4x) = \frac{1}{\sqrt{3}}$;

б) $\cos(-2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

г) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{x}{2}\right) = 1$.

О18.3. а) $2 \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$;

в) $2 \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$;

б) $\sqrt{3} \operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = 3$;

г) $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0$.

45

І вариант

1) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $\left((-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + \pi k\right)$

3) $\cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\pm \frac{\pi}{8} + \pi n\right)$

4) $\operatorname{ctg} 4x = -1 \left(\frac{3\pi}{16} + \frac{\pi n}{4}\right)$

5) $-\cos x = 1 \left(\pi + 2\pi n\right)$

6) $\sin(\pi - x) = 0 \left(\pi n\right)$

ІІ вариант

1) $\sin x = \frac{1}{2} \left((-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k\right)$

2) $\cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\pm \frac{3\pi}{8} + \pi n\right)$

3) $\operatorname{tg}(-3x) = -\sqrt{3} \left(\frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}\right)$

4) $\cos(-x) = 1 \left(2\pi n\right)$

5) $\sin(2\pi + x) = 0 \left(\pi n\right) \quad n, k \in Z$

Вариант 1

1. Решите уравнение $\cos 2x - 1 = 0$.

2. Решите уравнение $2 \sin 3x = -1$.

3. Решите уравнение $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \sqrt{3}$.

4. Решите уравнение $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{2x}{3}\right) = \frac{1}{2}$.

5. Решите уравнение $\cos\left(\pi - \frac{5x}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Вариант 2

1. Решите уравнение $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) - \sqrt{3} = 0$.

2. Решите уравнение $2 \cos 2x = -1$.

3. Решите уравнение $15 \cos\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) = 0$.