



# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫ Е УРАВНЕНИЯ

ГБОУ №1392  
им. Д. Рябинкина

Давтян Римма  
Артемовна

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

**Дифференциальным уравнением** называется уравнение, связывающее независимую переменную, искомую функцию и ее производные различных порядков по  $x$ .

Общий вид дифференциального уравнения  $n$ -го порядка:

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$$

# ПОРЯДОК ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Порядок старшей производной, входящей в данное дифференциальное уравнение, называется **порядком** этого уравнения.

## Примеры.

Первый порядок  $y' = xy$

Второй порядок  $y'' + 2y' + y = 0$

Третий порядок  $y''' = e^{2x}$

# ЛИНЕЙНОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ

Дифференциальное уравнение называется **линейным**, если его левая часть является многочленом от неизвестной функции и ее производных различных порядков, то есть имеет общий вид:

$$a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_n(x)y = f(x)$$

Кoeffициенты  
линейного  
уравнения

Правая часть,  
свободный  
член

# ОДНОРОДНОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ

Дифференциальное уравнение называется **однородным**, если его правая часть равна нулю. В противном случае оно называется **неоднородным**.

$$a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_n(x)y = 0$$

Кoeffициенты  
линейного  
уравнения

Правая часть  
равна нулю.

# РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

**Решением** дифференциального уравнения называется всякая функция  $y = \varphi(x)$ , которая после подстановки в уравнение обращает его в тождество относительно  $x$ .

**Решить**, или **проинтегрировать**, данное дифференциальное уравнение – означает найти все его решения в заданной области.

График решения называется **интегральной кривой**.

# ОБЩЕЕ И ЧАСТНОЕ РЕШЕНИЕ

**Общим решением** дифференциального уравнения называется решение, которое содержит столько независимых произвольных постоянных, каков порядок этого уравнения:

$$y = \varphi(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$$

**Частным решением** дифференциального уравнения называется всякое решение, которое получается из общего, если приписать входящим в него произвольным постоянным определенные значения.

# ПРИМЕР

Дифференциальное уравнение второго порядка:

$$y'' + y = 0$$

Легко сообразить, что  $\sin x$  и  $\cos x$  являются решениями.

Общее решение:

$$y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$$

Частное решение:

$$y = 2 \sin x - 5 \cos x$$

# ПРОВЕРКА РЕШЕНИЙ

Если в результате решения некоторого дифференциального уравнения найдена некоторая функция, то подставив эту функцию в уравнение, можно проверить правильность решения.

**Пример.** Функция:  $y = (C_1 + C_2x)e^x$       есть решение  
уравнения:

$$y'' - 2y' + y = 0$$

**Проверка.**

$$\begin{aligned} y' &= (C_1 + C_2 + C_2x)e^x \\ y'' &= (C_1 + 2C_2 + C_2x)e^x \end{aligned} \Rightarrow y'' - 2y' + y = 0$$

# УРАВНЕНИЕ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Уравнение, связывающее между собой независимую переменную  $x$ , искомую функцию  $y(x)$  и ее производную  $y'(x)$ , называется **дифференциальным уравнением первого порядка**:

$$F(x, y, y') = 0$$

Если уравнение **разрешено относительно производной**, то оно имеет вид:

$$y' = f(x, y)$$