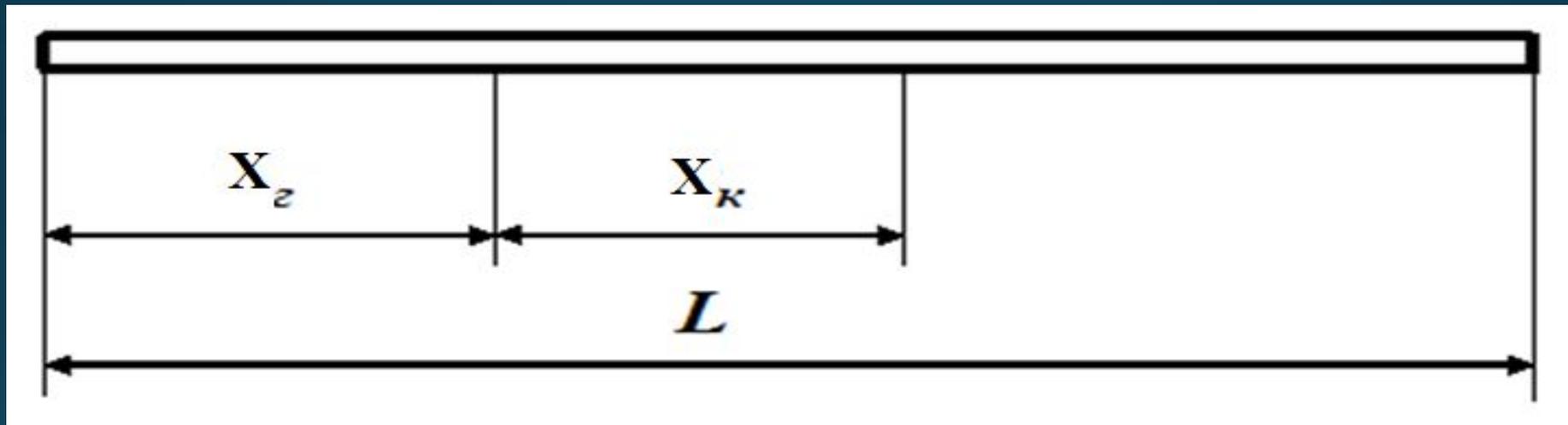


Математическое моделирование

Лекция 6.

Стационарный режим теплообмена с фазовым переходом.

Расчётная схема



Математическая модель конденсатора

- $$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d}{dx} T_v(x) + N_{kv} \cdot (T_0 - T_v(x)) = 0, x \in [0..x_v] \\ -\frac{d}{dx} h(x) + K_h \cdot (T_0 - T_{ph}) = 0, x \in (x_v..x_v + x_{ph}) \\ -\frac{d}{dx} T_f(x) + N_{kf} \cdot (T_0 - T_f(x)) = 0, x \in [x_v + x_{ph}..1] \end{array} \right.$$

Условный интегральный коэффициент теплопередачи

- $$K_h = \frac{k \cdot \Pi \cdot L}{G}$$

Граничные условия

- $$T_v(0) = T_1$$

$$T_v(x_v) = T_{ph}$$

$$T_f(x_v + x_{ph}) = T_{ph}$$

$$h(x_v) - h(x_v + x_{ph}) = r$$

Решения:

- $$T_v(x) = C_v \cdot e^{-N_{kv} \cdot x} + T_0$$

$$h(x) = C_h + K_h \cdot (T_0 - T_{ph}) \cdot x$$

$$T_f(x) = C_f \cdot e^{-N_{kf} \cdot x} + T_0$$

Решения:

$$C_v = T_1 - T_0$$

$$x_v = \frac{1}{N_{kv}} \cdot \ln\left(\frac{T_1 - T_0}{T_{ph} - T_0}\right)$$

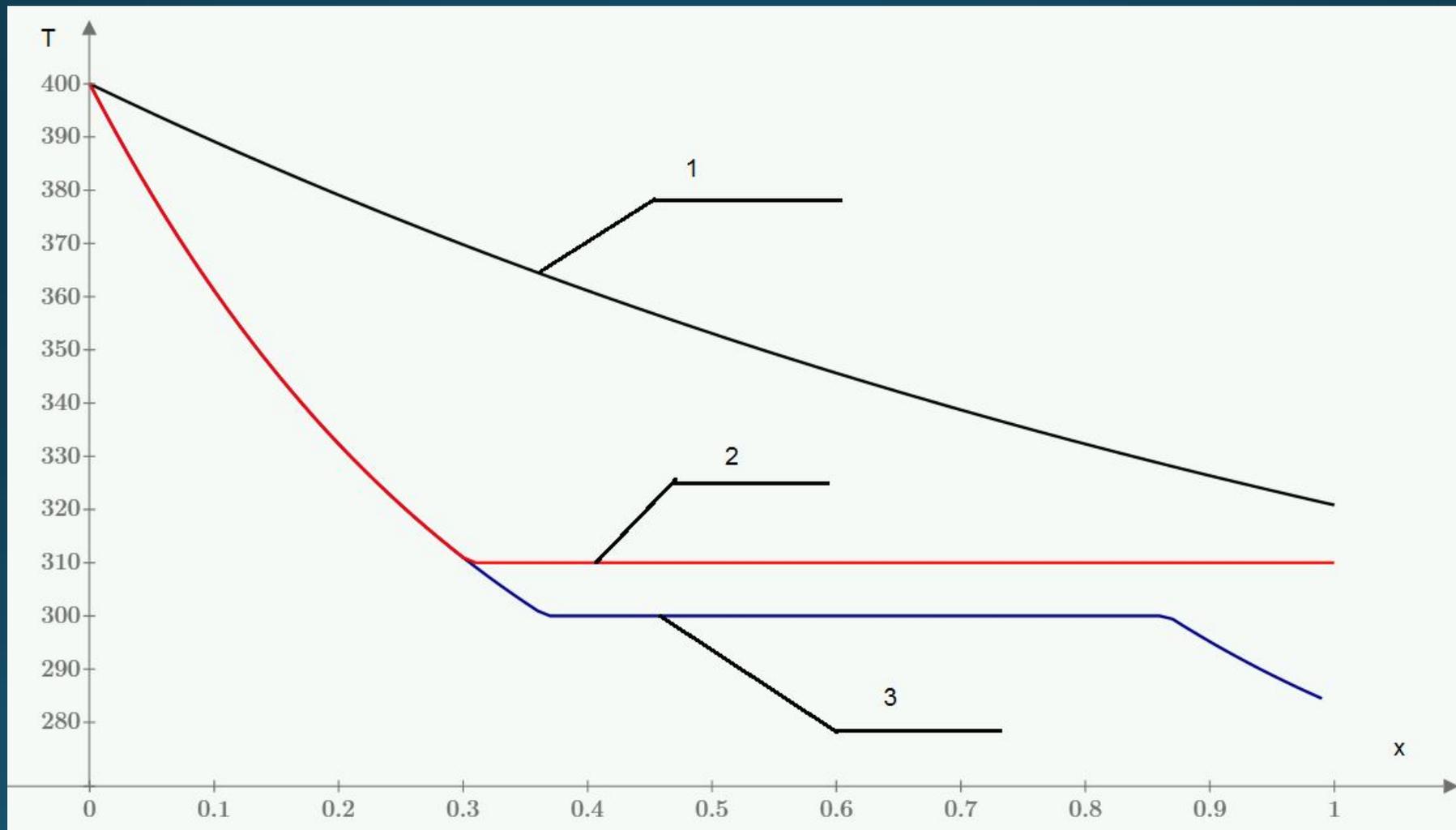
$$x_{ph} = \frac{r}{K_h \cdot (T_{ph} - T_0)}$$

$$C_f = (T_{ph} - T_0) \cdot e^{N_{kf} \cdot (x_v + x_{ph})}$$

Решения:

- $$T = \begin{cases} T_v(x), x \in [0..x_v] \\ T_{ph}, x \in (x_v..x_v + x_{ph}) \\ T_f(x), x \in [x_v + x_{ph}..1] \end{cases}$$

Градиент температур



Задачи

- Определение необходимой длины конденсатора (испарителя) при заданной температуре хладагента на выходе из ТООА
- Определение состояния и температуры хладагента на выходе из конденсатора (испарителя) заданной длины.

Определение длины.

Дополнительное граничное условие: $T_f(1) = T_2$

Новые неизвестные: N_v, N_f

Алгоритм решения:

1. Из $T_f(1) = T_2$ выражаем $N_f(N_v)$
2. Подставляем числа $N_i = \frac{k_i \cdot \Pi_i \cdot L}{W_{pi}}$
3. Находим L

Определение температуры на выходе

Алгоритм решения:

1. Рассчитываем значение x_v , если оно больше 1, то температура на выходе равна $T_v(1)$, иначе пункт 2.
2. Рассчитываем значение x_{ph} , если $x_v + x_{ph}$ больше 1, то температура на выходе равна T_{ph} , иначе $T_f(1)$.

ММ воздушного испарителя прямоточное течение

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d}{dx}h(x) + K_h \cdot (T_{a1}(x) - T_{ph}) = 0, x \in [0..x_{ph}] \\ -\frac{d}{dx}T_{a1}(x) + N_{kaph} \cdot (T_{ph} - T_{a1}(x)) = 0, x \in [0..x_{ph}] \\ -\frac{d}{dx}T_v(x) + N_{kv} \cdot (T_{a2}(x) - T_v(x)) = 0, x \in [x_{ph}..1] \\ -\frac{d}{dx}T_{a2}(x) + N_{kav} \cdot (T_v(x) - T_{a2}(x)) = 0, x \in [x_{ph}..1] \end{array} \right.$$

Граничные условия

$$h(x_{ph}) - h(0) = a \cdot r$$

$$T_a(0) = T_{a0}$$

$$T_v(x_{ph}) = T_{ph}$$

$$T_{a1}(x_{ph}) = T_{a2}(x_{ph})$$

Зона фазового переходу

$$\bullet x_{ph} = \frac{1}{N_{каph}} \cdot \ln\left(\frac{K_h \cdot (T_{a0} - T_{ph})}{K_h \cdot (T_{a0} - T_{ph}) - a \cdot r \cdot N_{каph}}\right)$$

Температура воздуха

- $$T_a(x) = \begin{cases} T_{a1}(x) = (T_{a0} - T_{ph}) \cdot e^{-N_{kaph} \cdot x} + T_{ph}, x \in [0..x_{ph}] \\ T_{a2}(x) = -\frac{N_{kav}}{N_{kv}} \cdot C_1 \cdot e^{-(N_{kav} + N_{kv}) \cdot x} + C_2, x \in [x_{ph}..1] \end{cases}$$

Постоянные интегрирования

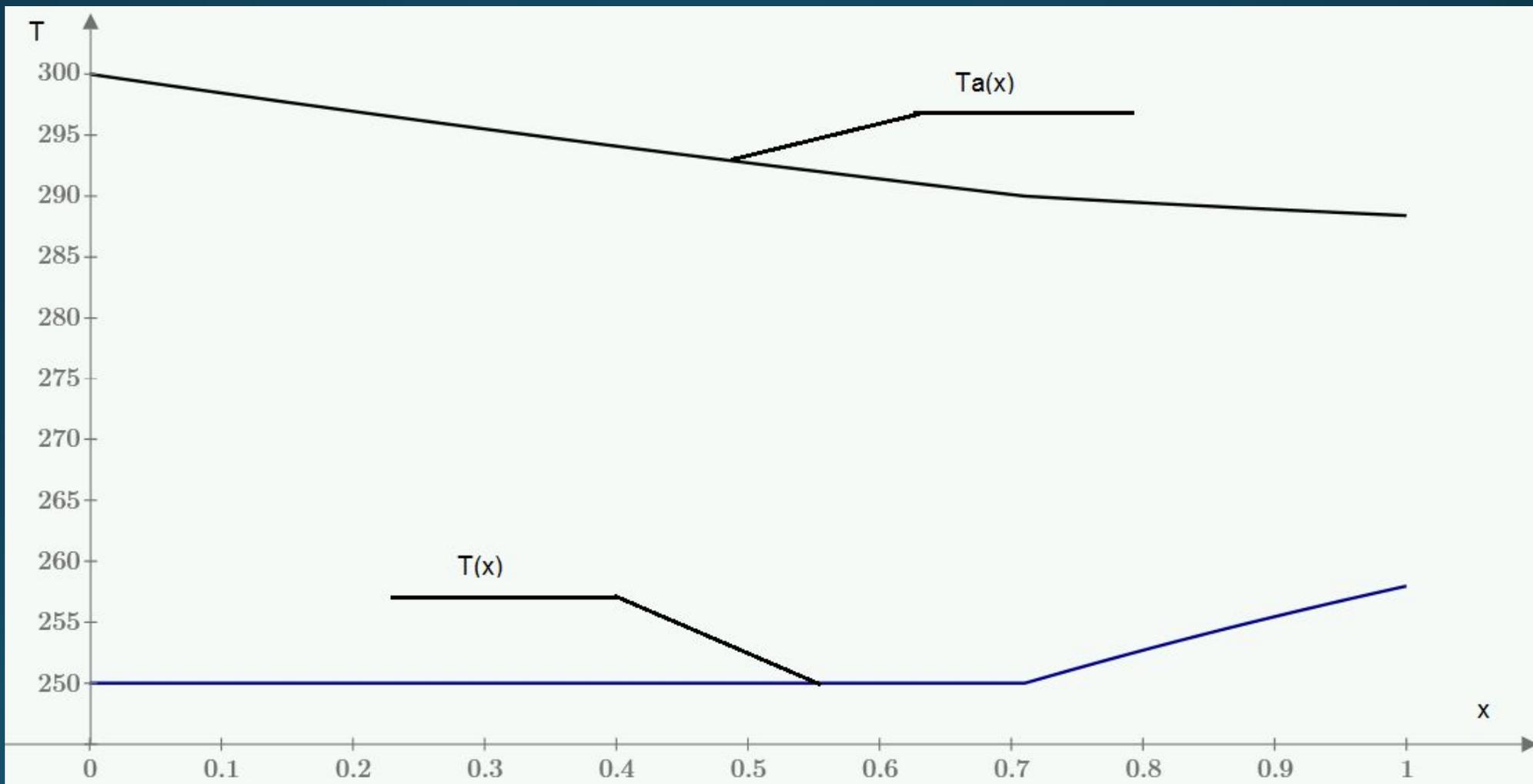
- $$C_1 = -\frac{N_{kv}}{N_{kav} + N_{kv}} \cdot (T_{a0} - T_{ph}) \cdot e^{-(N_{kaph} - N_{kav} - N_{kv}) \cdot x_{ph}}$$

$$C_2 = T_{ph} + \frac{N_{kv}}{N_{kav} + N_{kv}} \cdot (T_{a0} - T_{ph}) \cdot e^{-N_{kaph} \cdot x_{ph}}$$

Температура хладагента

- $$T(x) = \begin{cases} T_{ph}, x \in [0..x_{ph}] \\ T_v(x) = C_1 \cdot e^{-(N_{av}+N_v) \cdot x} + C_2, x \in [x_{ph}..1] \end{cases}$$

Градиент температур



ММ воздушного испарителя противоточное течение

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d}{dx} h(x) + K_h \cdot (T_{a1}(x) - T_{ph}) = 0, x \in [0..x_{ph}] \\ \frac{d}{dx} T_{a1}(x) + N_{kaph} \cdot (T_{ph} - T_{a1}(x)) = 0, x \in [0..x_{ph}] \\ -\frac{d}{dx} T_v(x) + N_{kv} \cdot (T_{a2}(x) - T_v(x)) = 0, x \in [x_{ph}..1] \\ \frac{d}{dx} T_{a2}(x) + N_{kav} \cdot (T_v(x) - T_{a2}(x)) = 0, x \in [x_{ph}..1] \end{array} \right.$$

Граничные условия

$$h(x_{ph}) - h(0) = a \cdot r$$

$$T_a(1) = T_{a0}$$

$$T_v(x_{ph}) = T_{ph}$$

$$T_{a1}(x_{ph}) = T_{a2}(x_{ph})$$

Зона фазового переходу

Если $N_{kv} = N_{kav}$

$$1 - e^{-N_{kaph} \cdot x_{ph}} = a \cdot r \cdot \frac{N_{kaph}}{K_h} \cdot \frac{(N_{kv} + 1 - x_{ph} \cdot N_{kv})}{T_{a0} - T_{ph}}$$

Если $N_{kv} \neq N_{kav}$

$$1 - e^{-N_{kaph} \cdot x_{ph}} = \frac{a \cdot r \cdot N_{kaph}}{K_h \cdot \left(\frac{N_{kav}}{N_{kv}} - 1\right)} \cdot \frac{(N_{kv} + 1 - x_{ph} \cdot N_{kv})}{T_{a0} - T_{ph}}$$

Температура хладагента

$$T(x) = \begin{cases} \text{при } N_{kv} = N_{kav} \begin{cases} T_{ph}, x \in [0..x_{ph}] \\ C_{10} \cdot x + C_{20}, x \in [x_{ph}..1] \end{cases} \\ \text{при } N_{kv} \neq N_{kav} \begin{cases} T_{ph}, x \in [0..x_{ph}] \\ C_1 \cdot e^{-(N_{kv}-N_{kav}) \cdot x} + C_2, x \in [x_{ph}..1] \end{cases} \end{cases}$$

Постоянные интегрирования

$$C_1 = \frac{T_{a0} - T_{ph}}{\frac{N_{kav}}{N_{kv}} \cdot e^{-(N_{kv} - N_{kav})} - e^{-(N_{kv} - N_{kav}) \cdot x_{ph}}}$$

$$C_2 = T_{ph} - C_1$$

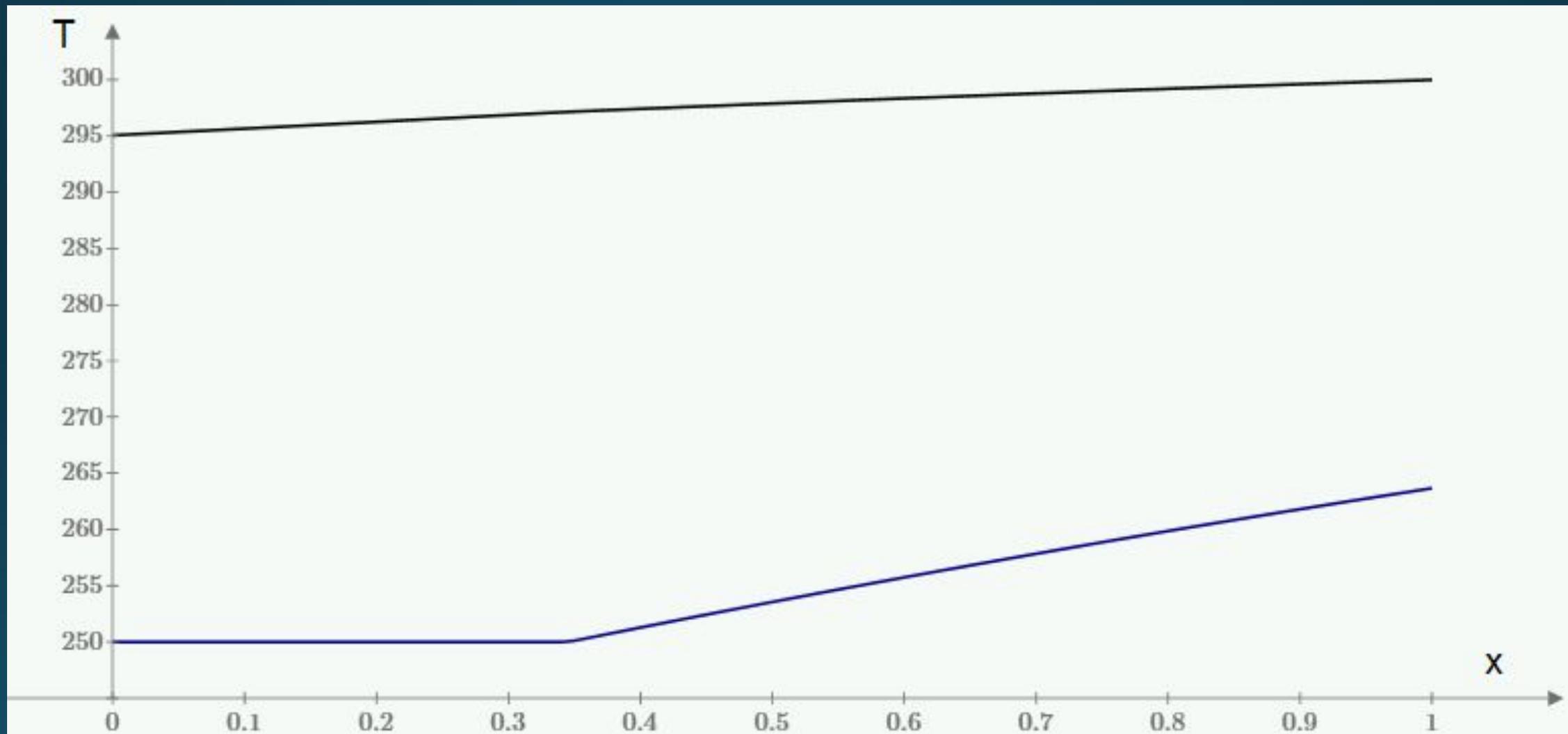
$$C_{10} = \frac{T_{a0} - T_{ph}}{1 + \frac{1}{N_v} - x_{ph}}$$

$$C_{20} = T_{ph} - C_{10} \cdot x_{ph}$$

Температура воздуха

$$T_a(x) = \begin{cases} \text{при } N_{kv} = N_{kav} \begin{cases} C_{110} \cdot e^{N_{kaph} \cdot x} + T_{ph}, x \in [0..x_{ph}] \\ C_{10} \cdot x + \frac{C_{10}}{N_{kv}} + C_{20}, x \in [x_{ph}..1] \end{cases} \\ \text{при } N_{kv} \neq N_{kav} \begin{cases} C_{11} \cdot e^{N_{kaph} \cdot x} + T_{ph}, x \in [0..x_{ph}] \\ \frac{N_{av}}{N_v} \cdot C_1 \cdot e^{-(N_{kv}-N_{kav}) \cdot x} + C_2, x \in [x_{ph}..1] \end{cases} \end{cases}$$

Градиент температур



ММ воздушного конденсатора

Прямоточное течение

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d}{dx} T_v(x) + N_{kv} \cdot (T_{a1}(x) - T_v(x)) = 0, x \in [0..x_v] \\ -\frac{d}{dx} T_{a1}(x) + N_{kav} \cdot (T_v(x) - T_{a1}(x)) = 0, x \in [0..x_v] \\ -\frac{d}{dx} h(x) + K_h \cdot (T_{a2}(x) - T_{ph}) = 0, x \in [x_v..x_{ph} + x_v] \\ -\frac{d}{dx} T_{a2}(x) + N_{kaph} \cdot (T_{ph} - T_{a2}(x)) = 0, x \in [x_v..x_{ph} + x_v] \\ -\frac{d}{dx} T_f(x) + N_{kf} \cdot (T_{a3}(x) - T_f(x)) = 0, x \in [x_{ph} + x_v..1] \\ -\frac{d}{dx} T_{a3}(x) + N_{kaf} \cdot (T_f(x) - T_{a3}(x)) = 0, x \in [x_{ph} + x_v..1] \end{array} \right.$$

Граничные условия

$$T_v(0) = T_1$$

$$T_{a1}(0) = T_{a0}$$

$$T_v(x_v) = T_{ph}$$

$$T_{a1}(x_v) = T_{a2}(x_v)$$

$$h(x_v + x_{ph}) - h(x_v) = r$$

$$T_{a2}(x_v + x_{ph}) = T_{a3}(x_v + x_{ph})$$

$$T_f(x_v + x_{ph}) = T_{ph}$$

Температура хладагента

$$T(x) = \begin{cases} C_1 \cdot e^{-(N_{kv} + N_{kav}) \cdot x} + C_2, & x \leq x_v \\ T_{ph}, & x_v \leq x \leq x_v + x_{ph} \\ C_4 \cdot e^{-(N_{kf} + N_{kaf}) \cdot x} + C_5, & x_v + x_{ph} \leq x \end{cases}$$

Температура воздуха

$$T_a(x) = \begin{cases} -\frac{N_{kav}}{N_{kv}} C_1 \cdot e^{-(N_{kv}+N_{kav}) \cdot x} + C_2, & x \leq x_v \\ C_3 \cdot e^{-N_{kaph} \cdot x} + T_{ph}, & x_v \leq x \leq x_v + x_{ph} \\ -\frac{N_{kf}}{N_{kaf}} \cdot C_4 \cdot e^{-(N_{kf}+N_{kaf}) \cdot x} + C_5, & x_v + x_{ph} \leq x \end{cases}$$

Постоянные интегрирования

$$C_1 = \frac{T_1 - T_{a0}}{1 + \frac{N_{kav}}{N_{kv}}}$$

$$C_2 = T_1 - C_1$$

$$C_3 = \frac{-\frac{N_{av}}{N_v} \cdot C_1 \cdot e^{-(N_{kv} + N_{kav}) \cdot x_v} + C_2 - T_{ph}}{e^{-N_{kaph} \cdot x_v}}$$

Постоянные интегрирования

$$C_4 = -\frac{C_3}{\left(\frac{N_{kf}}{N_{kaf}} + 1\right)} \cdot e^{-(N_{kaph} - N_{kf} - N_{kaf}) \cdot (x_{ph} + x_v)}$$

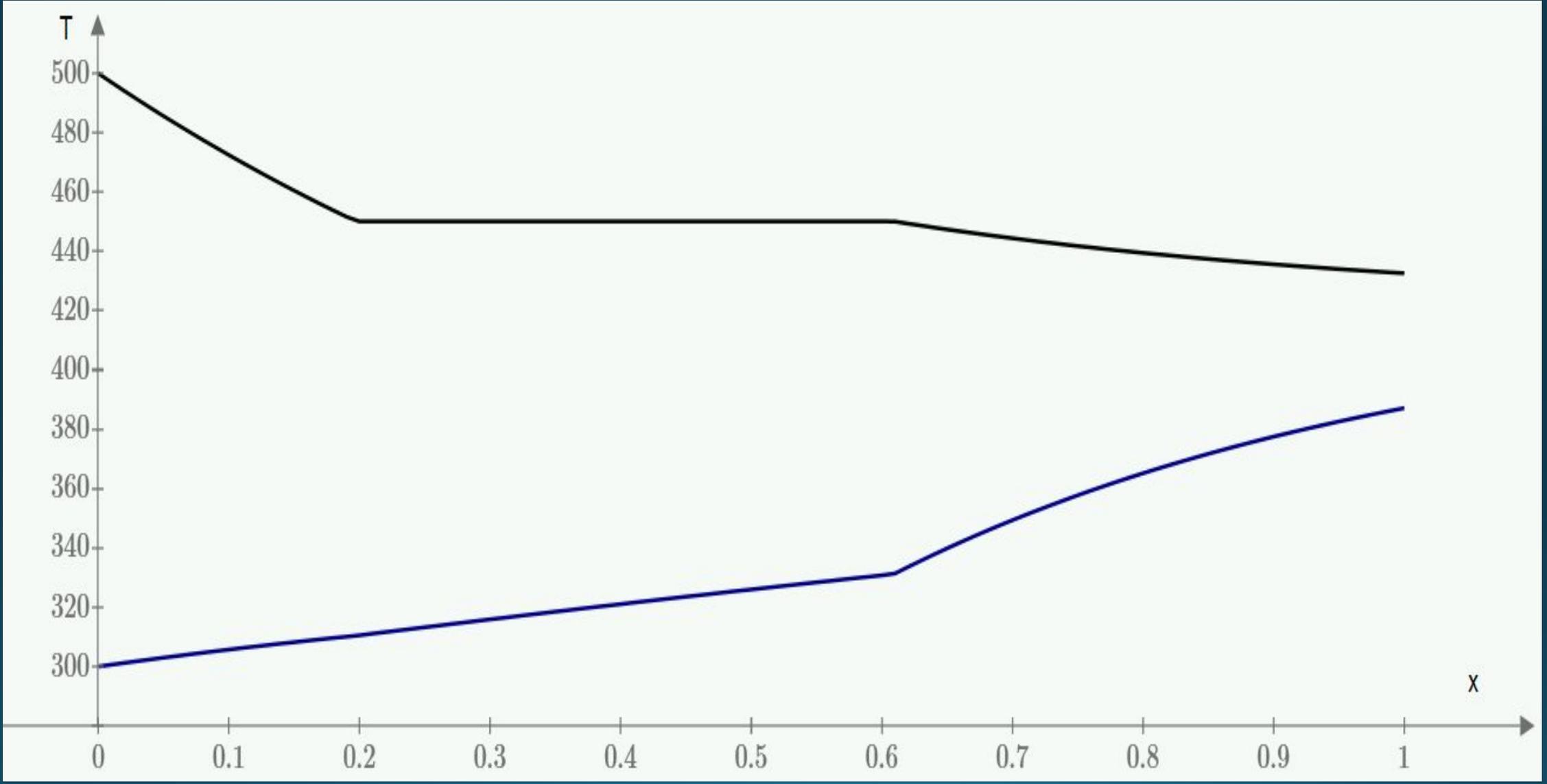
$$C_5 = T_{ph} - C_4 \cdot e^{-(N_f + N_{af}) \cdot (x_{ph} + x_v)}$$

Длина участка пара

$$x_v = \frac{1}{N_{kv} + N_{kav}} \cdot \ln\left(\left|\frac{C_1}{T_{ph} - C_2}\right|\right)$$

Длина участка фазового перехода

$$x_{ph} = \frac{1}{N_{каph}} \cdot \ln\left(\frac{K_h \cdot C_3}{r \cdot N_{каph} \cdot e^{N_{каph} \cdot x_v} + K_h \cdot C_3}\right)$$



ММ воздушного конденсатора

Противоточное течение

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d}{dx} T_v(x) + N_{kv} \cdot (T_{a1}(x) - T_v(x)) = 0, x \in [0..x_v] \\ \frac{d}{dx} T_{a1}(x) + N_{kav} \cdot (T_v(x) - T_{a1}(x)) = 0, x \in [0..x_v] \\ -\frac{d}{dx} h(x) + K_h \cdot (T_{a2}(x) - T_{ph}) = 0, x \in [x_v..x_{ph} + x_v] \\ \frac{d}{dx} T_{a2}(x) + N_{kaph} \cdot (T_{ph} - T_{a2}(x)) = 0, x \in [x_v..x_{ph} + x_v] \\ -\frac{d}{dx} T_f(x) + N_{kf} \cdot (T_{a3}(x) - T_f(x)) = 0, x \in [x_{ph} + x_v..1] \\ \frac{d}{dx} T_{a3}(x) + N_{kaf} \cdot (T_f(x) - T_{a3}(x)) = 0, x \in [x_{ph} + x_v..1] \end{array} \right.$$

Граничные условия

$$T_v(0) = T_1$$

$$T_{a3}(1) = T_{a0}$$

$$T_v(x_v) = T_{ph}$$

$$T_{a1}(x_v) = T_{a2}(x_v)$$

$$h(x_v + x_{ph}) - h(x_v) = r$$

$$T_{a2}(x_v + x_{ph}) = T_{a3}(x_v + x_{ph})$$

$$T_f(x_v + x_{ph}) = T_{ph}$$

Температура хладагента

$$T(x) = \begin{cases} T_v(x), x \in [0..x_v] \\ T_{ph}, x \in [x_v..x_v + x_{ph}] \\ T_f(x), x \in [x_v + x_{ph}..1] \end{cases}$$

Температура пара хладагента

$$T_v(x) = \begin{cases} C_1 \cdot e^{-(N_{kv} - N_{kav}) \cdot x} + C_2, & N_{kv} \neq N_{kav} \\ C_{10} \cdot x + C_{20}, & N_{kv} = N_{kav} \end{cases}$$

Температура жидкости хладагента

$$T_f(x) = \begin{cases} C_4 \cdot e^{-(N_{kf} - N_{kaf}) \cdot x} + C_5, & N_{kf} \neq N_{kaf} \\ C_{40} \cdot x + C_{50}, & N_{kf} = N_{kaf} \end{cases}$$

Температура воздуха

$$T_a(x) = \begin{cases} T_{a1}(x), x \in [0..x_v] \\ T_{a2}(x), x \in [x_v..x_v + x_{ph}] \\ T_{a3}(x), x \in [x_v + x_{ph}..1] \end{cases}$$

Температура воздуха

$$T_{a1}(x) = \begin{cases} \frac{N_{kav}}{N_{kv}} \cdot C_1 \cdot e^{-(N_{kv}-N_{kav}) \cdot x} + C_2, N_{kv} \neq N_{kav} \\ C_{10} \cdot \left(x + \frac{1}{N_{kv}} \right) + C_{20}, N_{kv} = N_{kav} \end{cases}$$

Температура воздуха

$$T_{a2}(x) = C_3 \cdot e^{N_{каph} \cdot x} + T_{ph}$$

Температура воздуха

$$T_{a3}(x) = \begin{cases} \frac{N_{kaf}}{N_{kf}} \cdot C_4 \cdot e^{-(N_{kf}-N_{kaf}) \cdot x} + C_5, N_{kf} \neq N_{kaf} \\ C_{40} \cdot \left(x + \frac{1}{N_{kf}} \right) + C_{50}, N_{kf} = N_{kaf} \end{cases}$$

Постоянные интегрирования

$$C_4 = \frac{T_{ph} - T_{a0}}{e^{-(N_{kf} - N_{kaf}) \cdot (x_v + x_{ph})} - \frac{N_{kaf}}{N_{kf}} \cdot e^{-(N_{kf} - N_{kaf})}}$$

$$C_{40} = \frac{T_{ph} - T_{a0}}{x_v + x_{ph} - 1 - \frac{1}{N_{kf}}}$$

Постоянные интегрирования

$$C_5 = T_{a0} - \frac{N_{kaf}}{N_{kf}} \cdot C_4 \cdot e^{-(N_{kf} - N_{kaf})}$$

$$C_{50} = T_{a0} - C_{40} \cdot \left(1 + \frac{1}{N_{kf}}\right)$$

Постоянные интегрирования

$$C_3 = \begin{cases} \frac{\frac{N_{kaf}}{N_{kf}} \cdot C_4 \cdot e^{-(N_{kf}-N_{kaf}) \cdot (x_v+x_{ph})} + C_5 - T_{ph}}{e^{N_{kaph} \cdot (x_v+x_{ph})}}, & N_{kf} \neq N_{kaf} \\ \frac{C_{40} \cdot \left(x_v + x_{ph} + \frac{1}{N_f}\right) + C_{50} - T_{ph}}{e^{N_{kaph} \cdot (x_v+x_{ph})}}, & N_{kf} = N_{kaf} \end{cases}$$

Постоянные интегрирования

$$C_1 = \frac{C_3 \cdot e^{N_{карh} \cdot x_v} + T_{ph} - T_1}{\frac{N_{каv}}{N_{kv}} \cdot e^{-(N_v - N_{av}) \cdot x_v} - 1}$$

$$C_{10} = \frac{C_3 \cdot e^{N_{карh} \cdot x_v} + T_{ph} - T_1}{x_v + \frac{1}{N_{kv}}}$$

Постоянные интегрирования

$$C_2 = T_1 - C_1$$

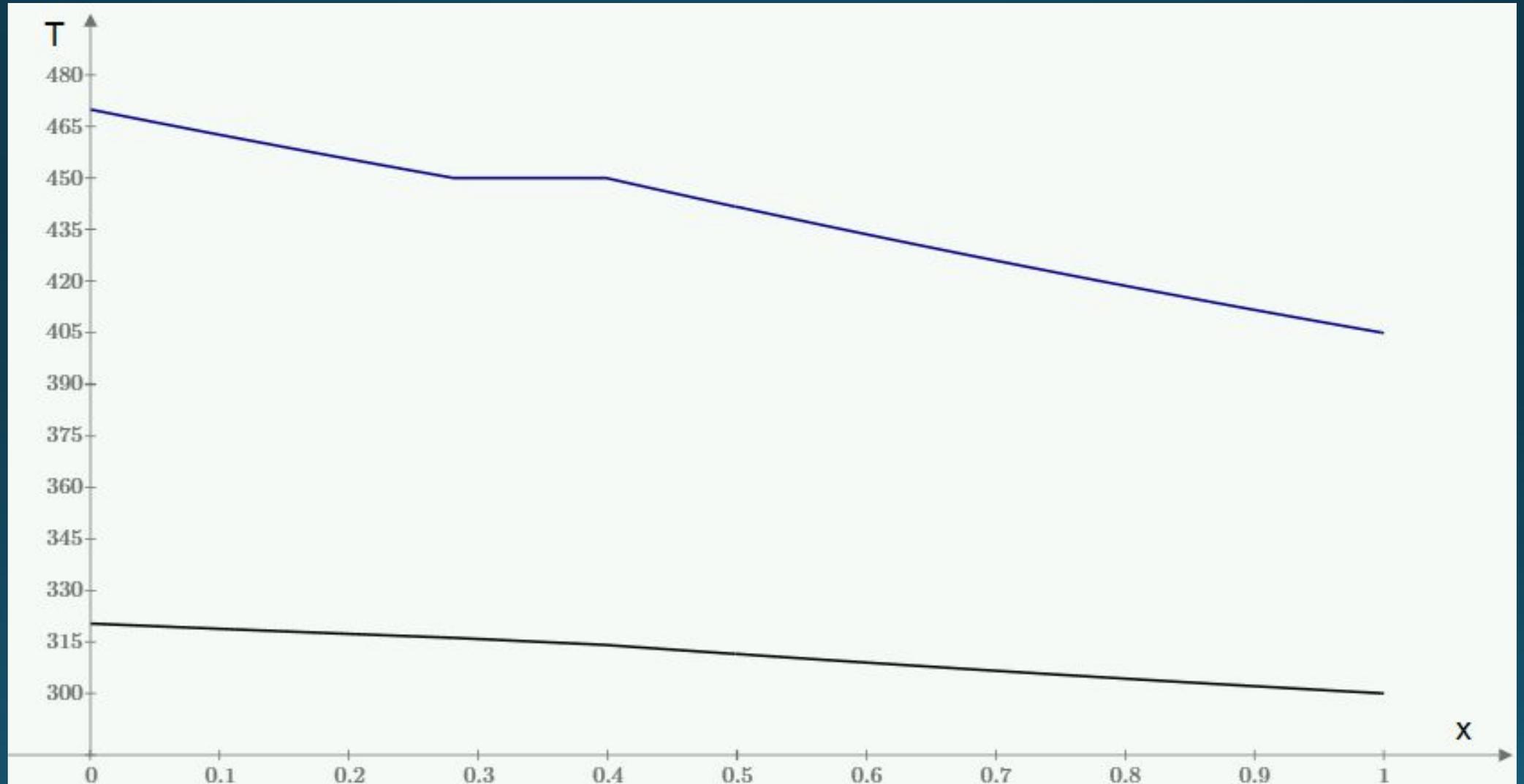
$$C_{20} = T_1$$

Зоны охлаждения пара и конденсации.

$$\frac{r \cdot N_{капх}}{C_3 \cdot K_h} = e^{N_{капх} \cdot x_v} \cdot (1 - e^{N_{капх} \cdot x_{ph}})$$

$$T_v(x_v) = T_{ph}$$

Градиент температур



Спасибо за внимание!