

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**«Челябинский государственный университет»**

Математический факультет  
Кафедра теории управления и оптимизации

**Выпускная квалификационная работа**  
**Гамильтоновы цепи в некоторых типах**  
**линейно-выпуклых графов**

Выполнил студент Лузин В.О.  
Академическая группа МП-401

Научный руководитель Белов Е.Г.  
Доцент, кандидат физико-математических  
наук

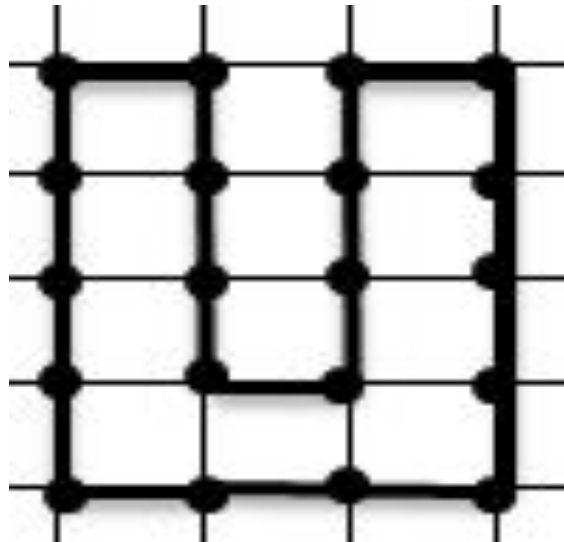
# АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ

Актуальность теории графов в различных отраслях наук

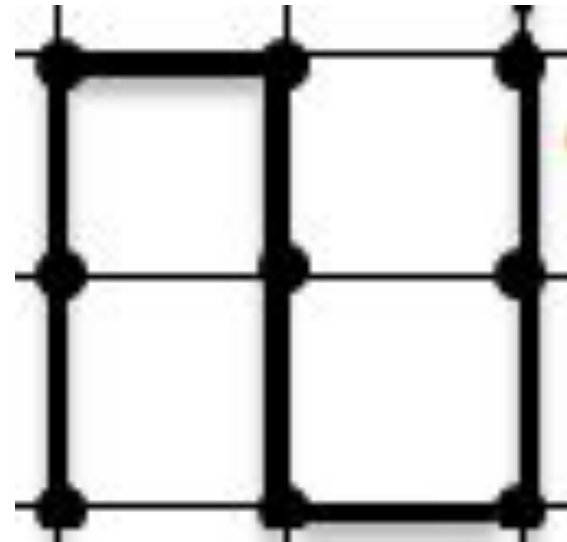
1. В информатике – граф-схема алгоритма, кодирование и декодирование информации
2. В физике – при построении электрических схем
3. В геометрии – чертежи многоугольников многогранников, пространственных фигур
4. В экономике – при решении задач о выборе оптимального пути для потоков грузового транспорта (схем авиалиний, метро, железных дорог)
5. В географии – при составлении карт

# Гамильтоновы цепи и циклы

Задача коммивояжера заключается в отыскании самого выгодного маршрута, проходящего через указанные города хотя бы по одному разу с последующим возвратом в исходный город



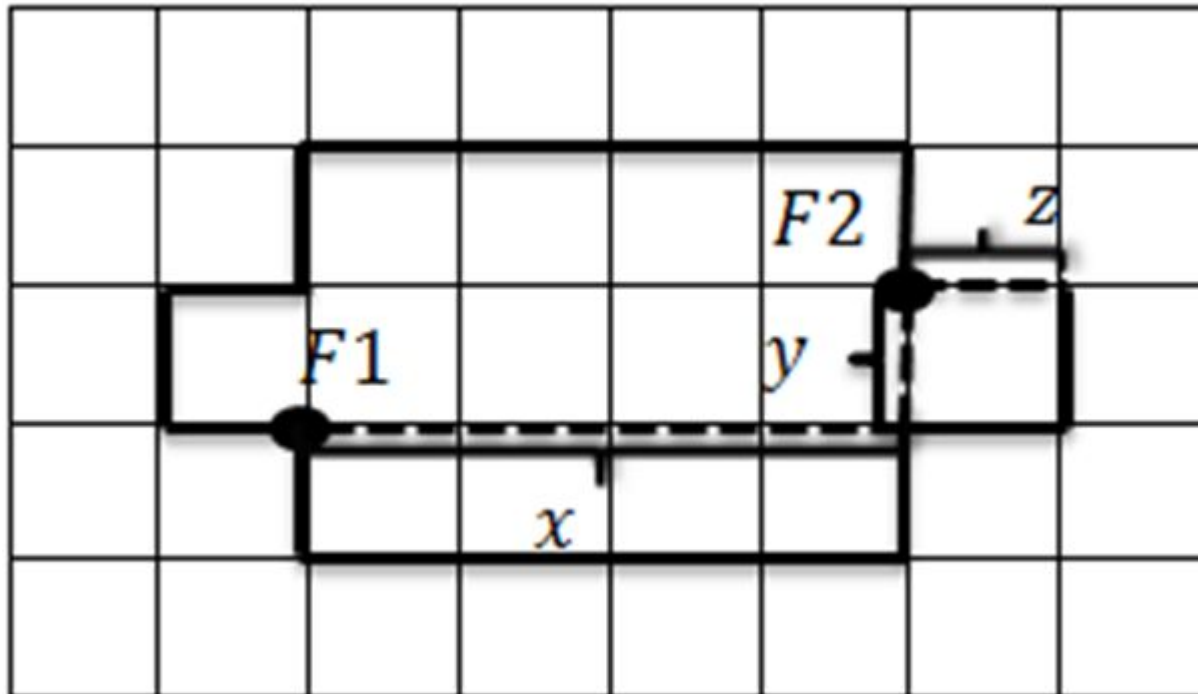
Гамильтонов цикл -  
незамкнутая задача коммивояжера



Гамильтонова цепь -  
замкнутая задача коммивояжера

# Линейно-выпуклые эллипсы

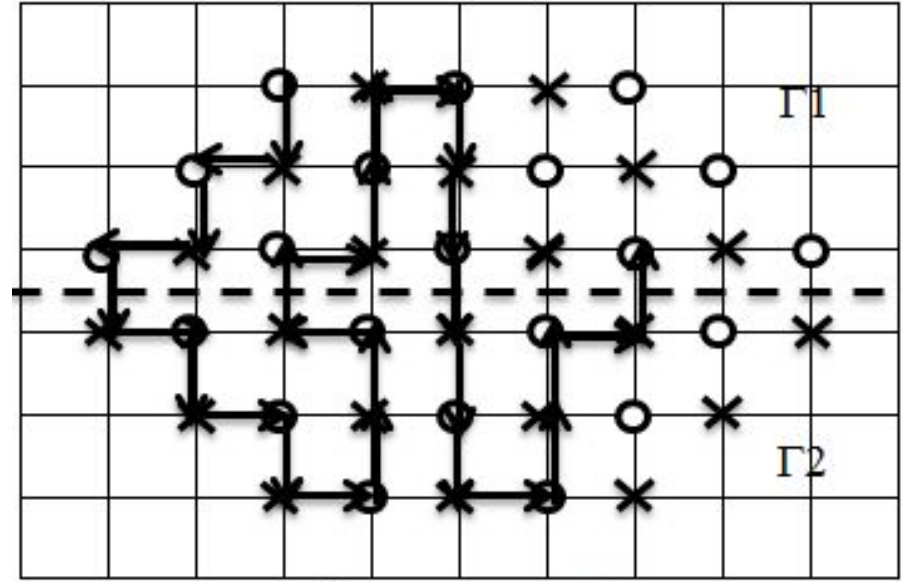
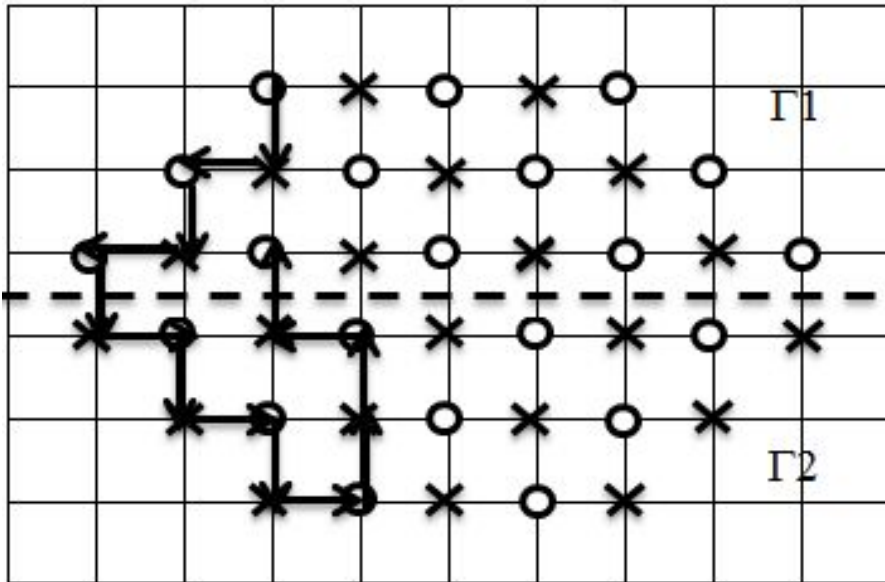
Теорема 1. Если  $2a > 2x + y$ , где  $x$ -четное,  $y$ -нечетное, то в линейно-выпуклом эллипсе не существует гамильтоновой цепи



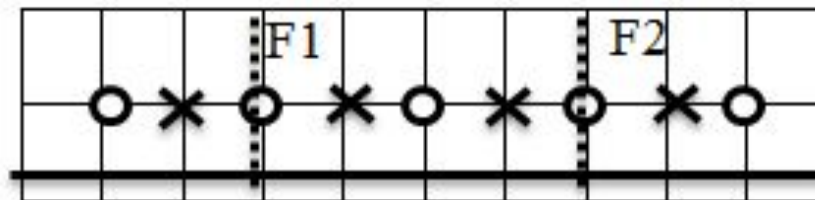
# Линейно-выпуклые эллипсы

- Доказательство теоремы 1

## 1. Локальное рассогласование четности $z + 1$



Граничное сечение эллипса



# Линейно-выпуклые эллипсы

$$z + 1 \leq \frac{1}{2} \left( \frac{x + 2z}{2} + 1 + 1 \right)$$

$$z + 1 > \frac{1}{2} \left( \frac{x + 2z}{2} + 1 + 1 \right)$$

$$2z > x$$

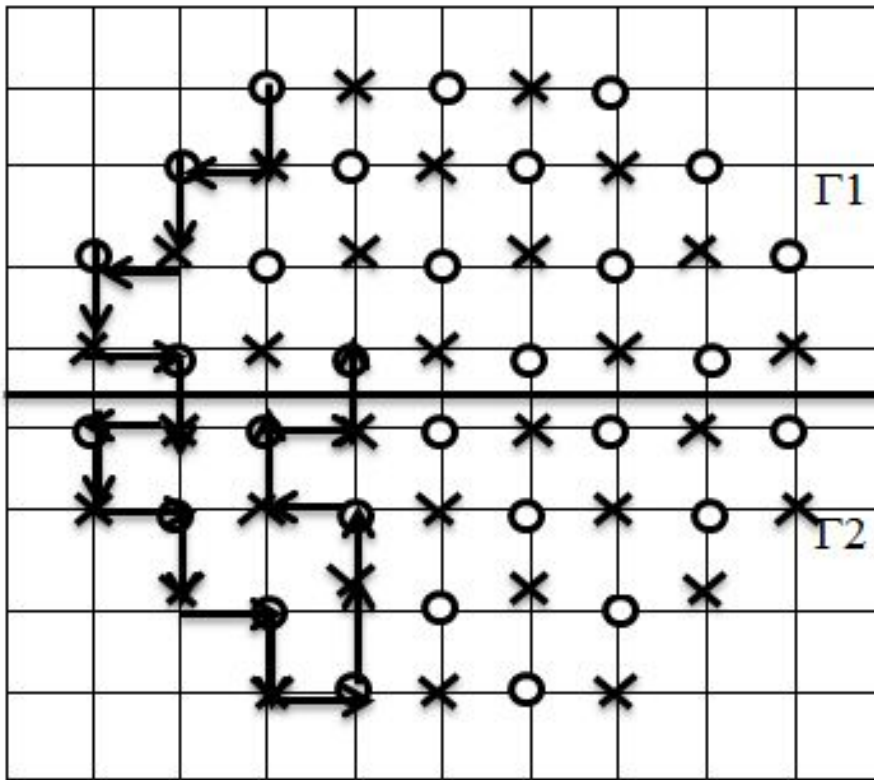
$$2a = x + y + 2z \Rightarrow 2a > 2x + y$$

Аналогично можно построить гамильтоновы цепи  
в линейных эллипсах

$$2a = 9, x = 4, y(k) = 1 + 4k$$

# Линейно-выпуклые эллипсы

## 2. Локальное рассогласование четности $z$



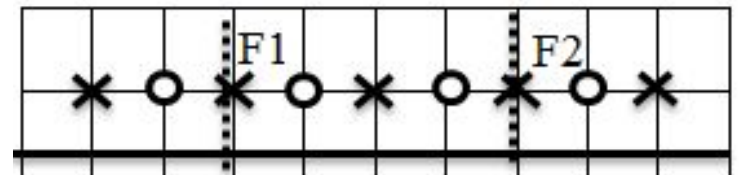
$$z \leq \frac{1}{2} \left( \frac{x + 2z}{2} \right)$$

$$z \leq \frac{1}{2} \left( \frac{x + 2z}{2} \right)$$

$$2z > x$$

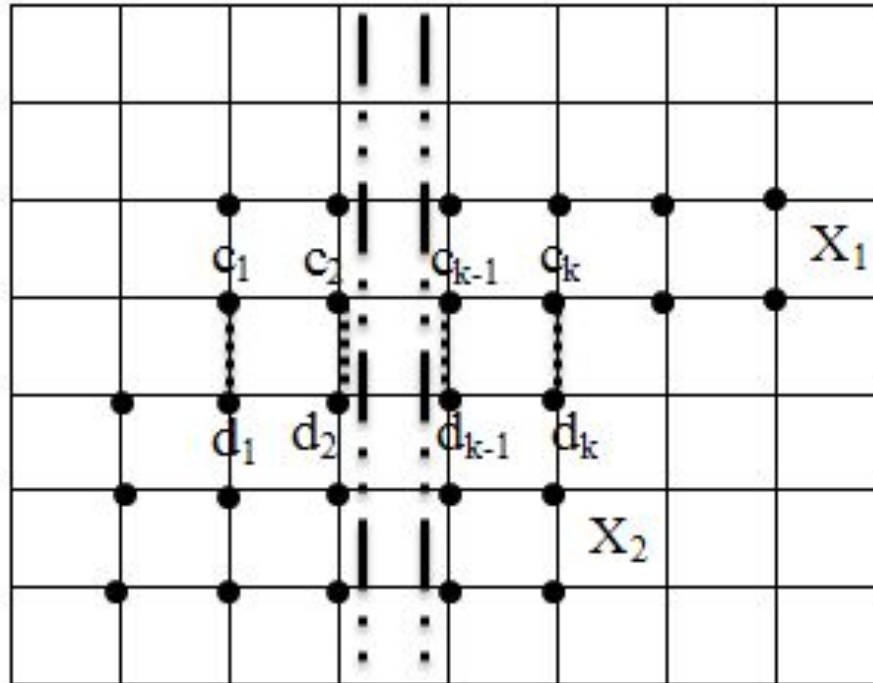
Аналогично можно построить гамильтоновы цепи в линейных эллипсах

$$2a = x + y + 2z \Rightarrow 2a > 2x + y$$



# Склейки прямоугольных графов

Инцидентные вершины в склейке прямоугольных графов

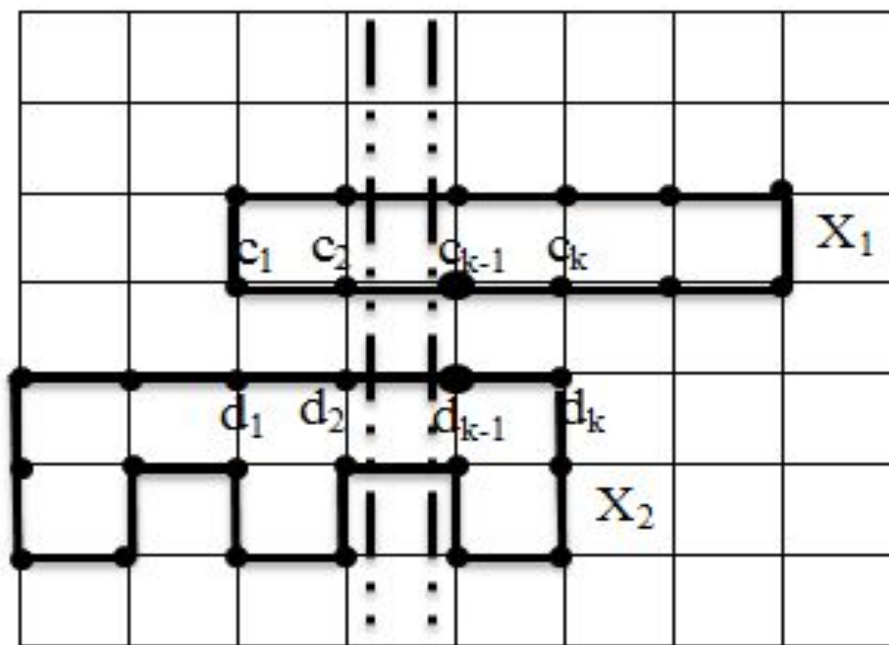


Расстояние пар точек  $d(c_1, d_1), d(c_2, d_2), \dots, d(c_k, d_k)$  по линейной норме равно единице, т.е.  $|x_1 - x_2| = 1$  или  $|y_1 - y_2| = 1$

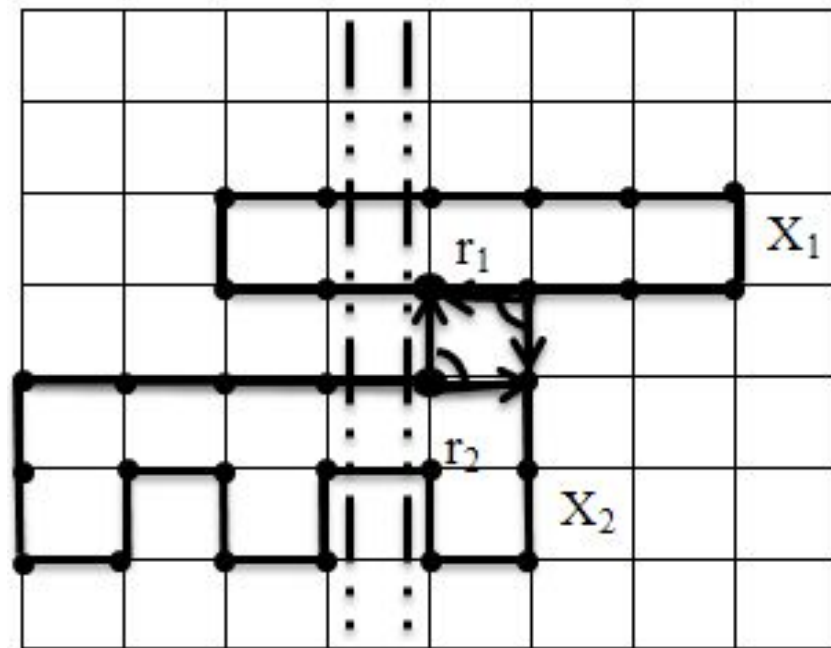


# Склейки прямоугольных графов

Теорема 2. Если в прямоугольных графах  $X_1$  и  $X_2$  существуют гамильтоновы циклы, то в склейке  $X_3$  существует гамильтонов цикл.



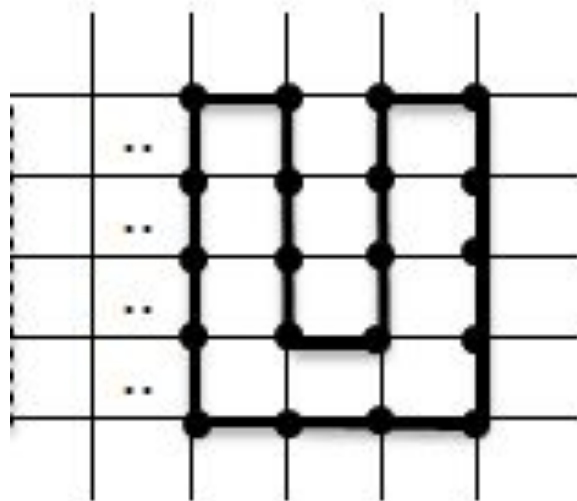
цикл в  $X_1$  и  $X_2$



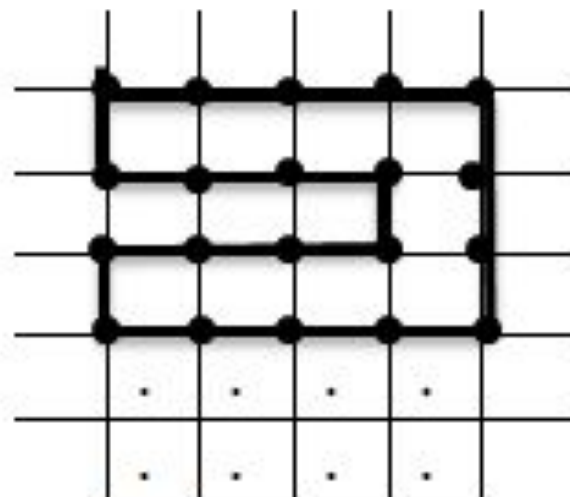
поворот ребер  $r_1$  и  $r_2$

# Склейки прямоугольных графов

Теорема 3. Если в любом прямоугольном графе четное число вершин, то в нем существует гамильтонов цикл.



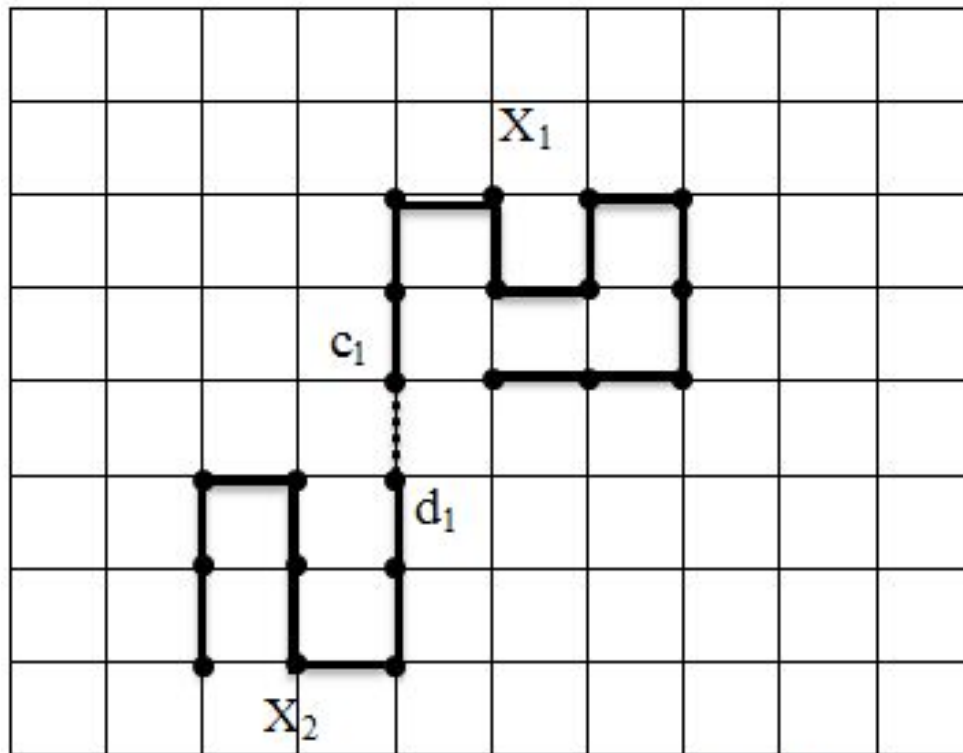
граф  $n \times 2k$



граф  $2k \times m$

# Склейки прямоугольных графов

Теорема 4. Если в  $X_1$  существует гамильтонов цикл, а в  $X_2$  существует гамильтонова цепь, то в склейке  $X_3$  существует гамильтонова цепь.



Цепь в склейке  $X_3$

Спасибо за внимание