

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ
«Челябинский государственный университет»

Математический факультет
Кафедра теории управления и оптимизации

Выпускная квалификационная работа
Гамильтоновы цепи в некоторых типах
линейно-выпуклых графов

Выполнил студент Лузин В.О.
Академическая группа МП-401

Научный руководитель Белов Е.Г.
Доцент, кандидат физико-математических
наук

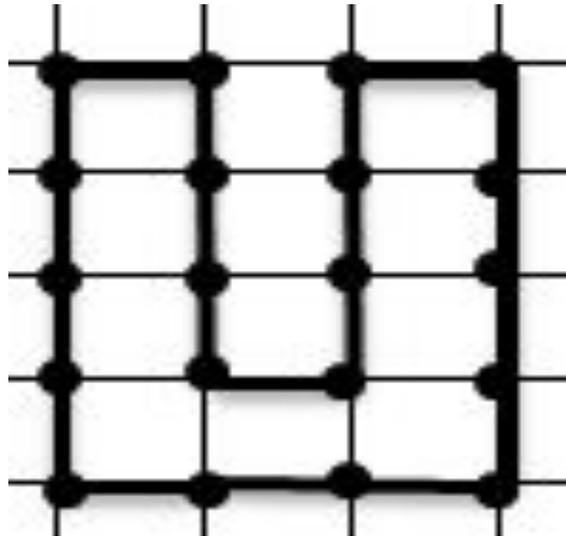
АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ

Актуальность теории графов в различных отраслях наук

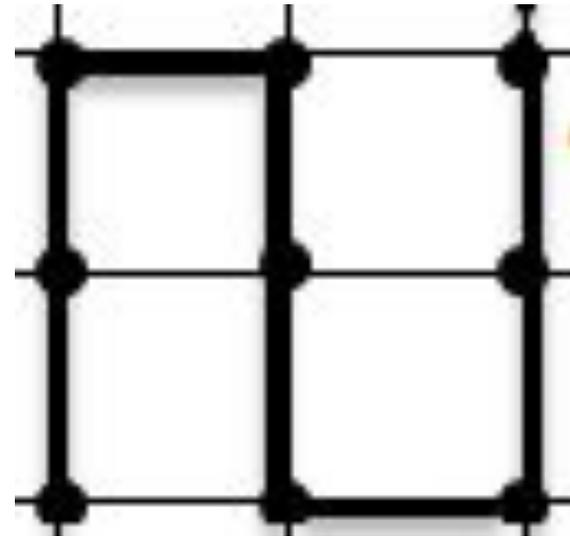
1. В информатике – граф-схема алгоритма, кодирование и декодирование информации
2. В физике – при построении электрических схем
3. В геометрии – чертежи многоугольников многогранников, пространственных фигур
4. В экономике – при решении задач о выборе оптимального пути для потоков грузового транспорта (схем авиалиний, метро, железных дорог)
5. В географии – при составлении карт

Гамильтоновы цепи и циклы

Задача коммивояжера заключается в отыскании самого выгодного маршрута, проходящего через указанные города хотя бы по одному разу с последующим возвратом в исходный город



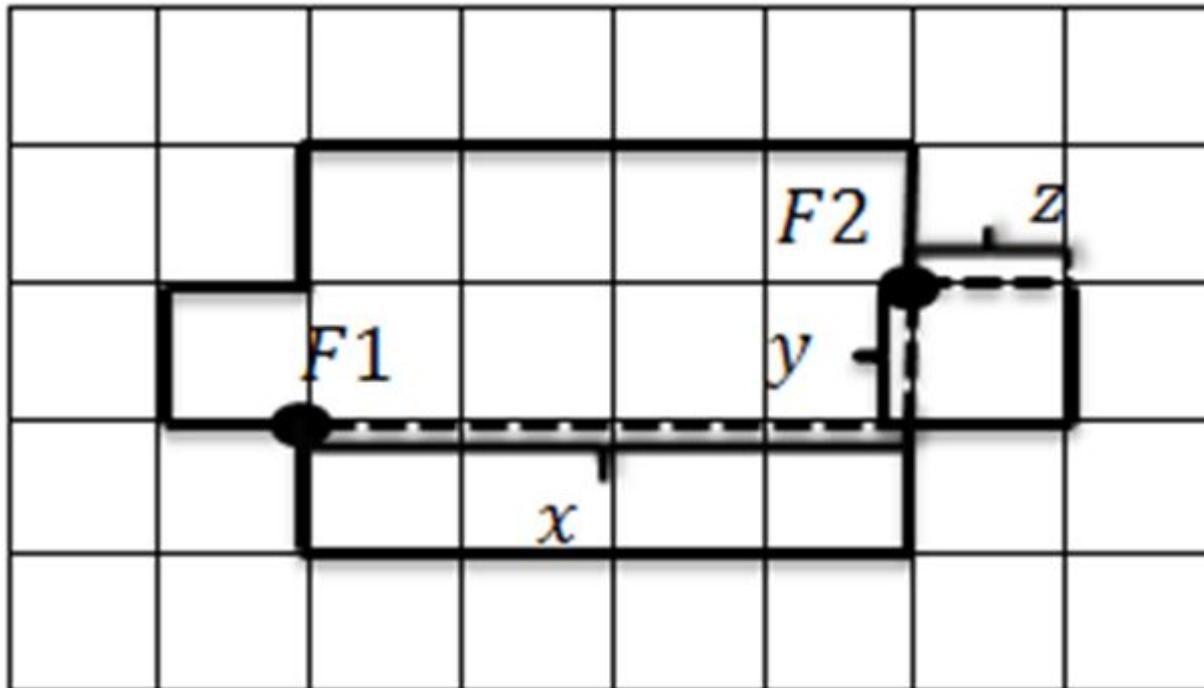
Гамильтонов цикл -
незамкнутая задача коммивояжера



Гамильтонова цепь -
замкнутая задача коммивояжера

Линейно-выпуклые эллипсы

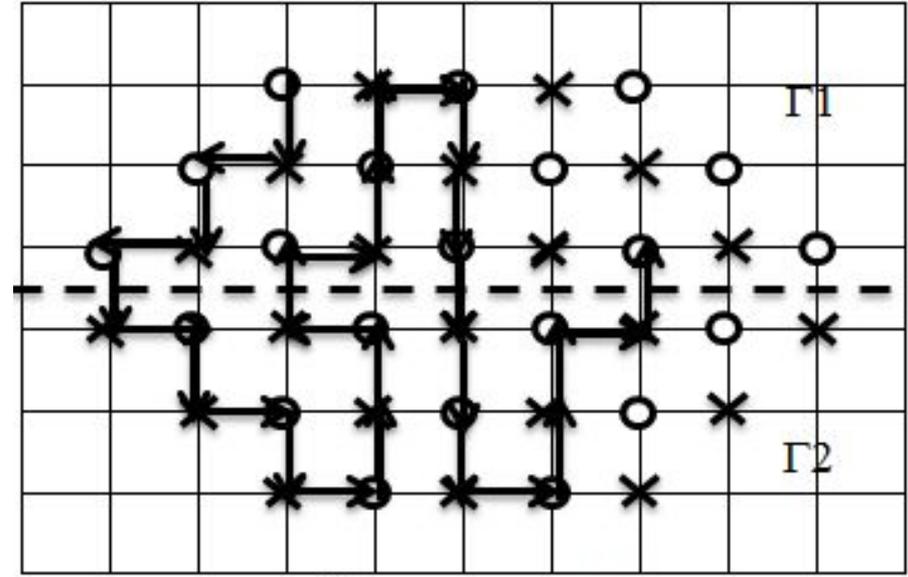
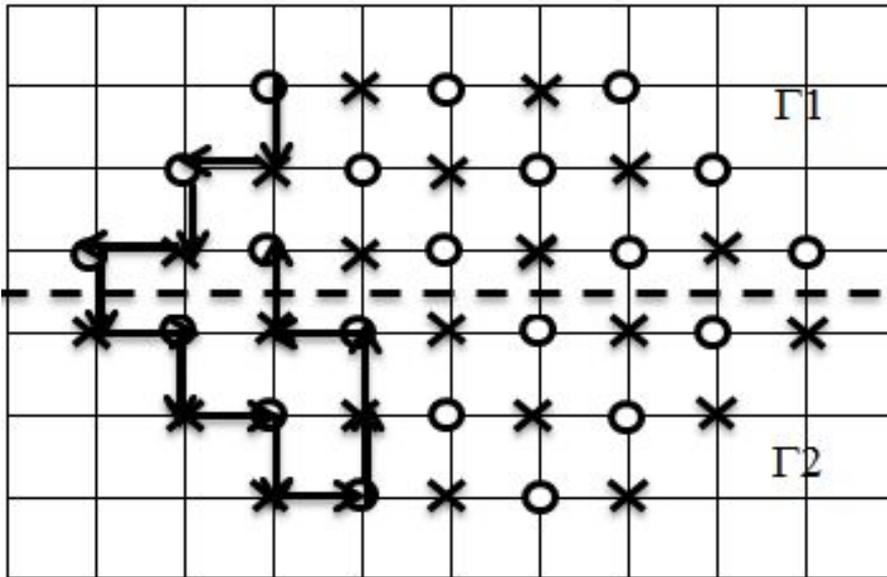
Теорема 1. Если $2a > 2x + y$, где x -четное, y -нечетное, то в линейно-выпуклом эллипсе не существует гамильтоновой цепи



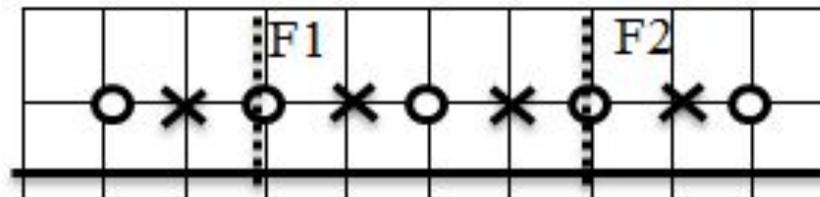
Линейно-выпуклые эллипсы

- Доказательство теоремы 1

1. Локальное рассогласование четности $z + 1$



Граничное сечение эллипса



Линейно-выпуклые эллипсы

$$z + 1 \leq \frac{1}{2} \left(\frac{x + 2z}{2} + 1 + 1 \right)$$

$$z + 1 > \frac{1}{2} \left(\frac{x + 2z}{2} + 1 + 1 \right)$$

$$2z > x$$

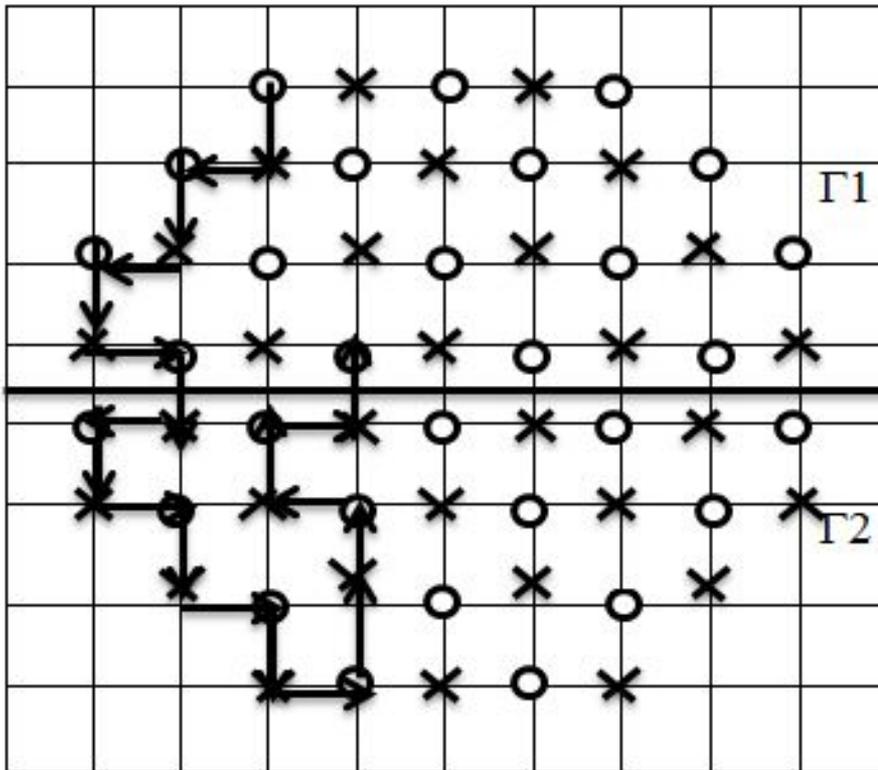
$$2a = x + y + 2z \Rightarrow 2a > 2x + y$$

Аналогично можно построить гамильтоновы цепи
в линейных эллипсах

$$2a = 9, x = 4, y(k) = 1 + 4k$$

Линейно-выпуклые эллипсы

2. Локальное рассогласование четности z



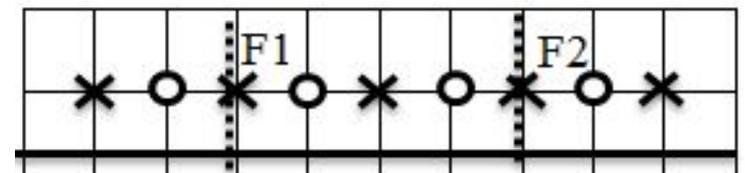
$$z \leq \frac{1}{2} \left(\frac{x + 2z}{2} \right)$$

$$z \leq \frac{1}{2} \left(\frac{x + 2z}{2} \right)$$

$$2z > x$$

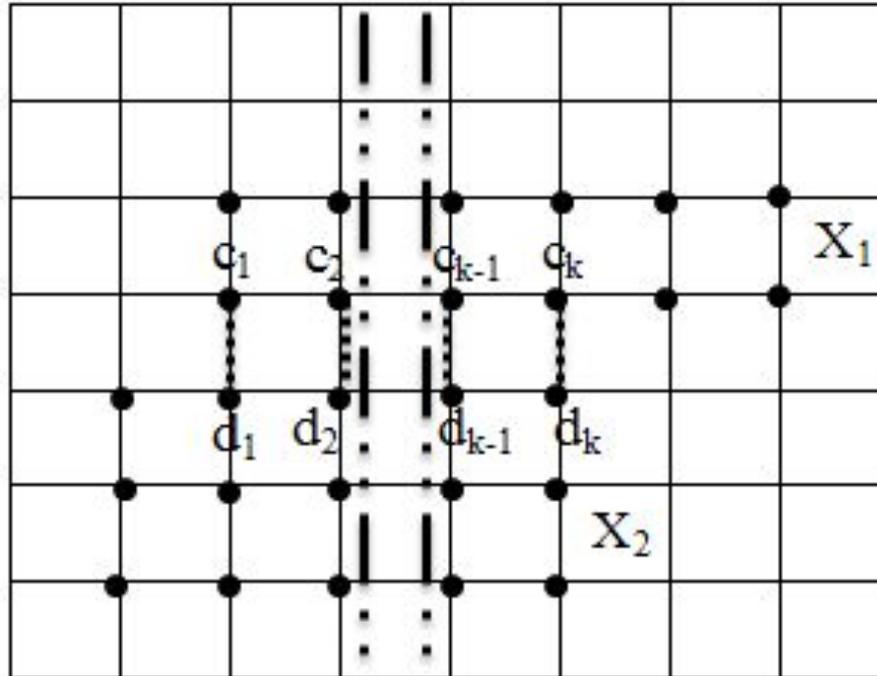
Аналогично можно построить гамильтоновы цепи в линейных эллипсах

$$2a = x + y + 2z \Rightarrow 2a > 2x + y$$



Склейки прямоугольных графов

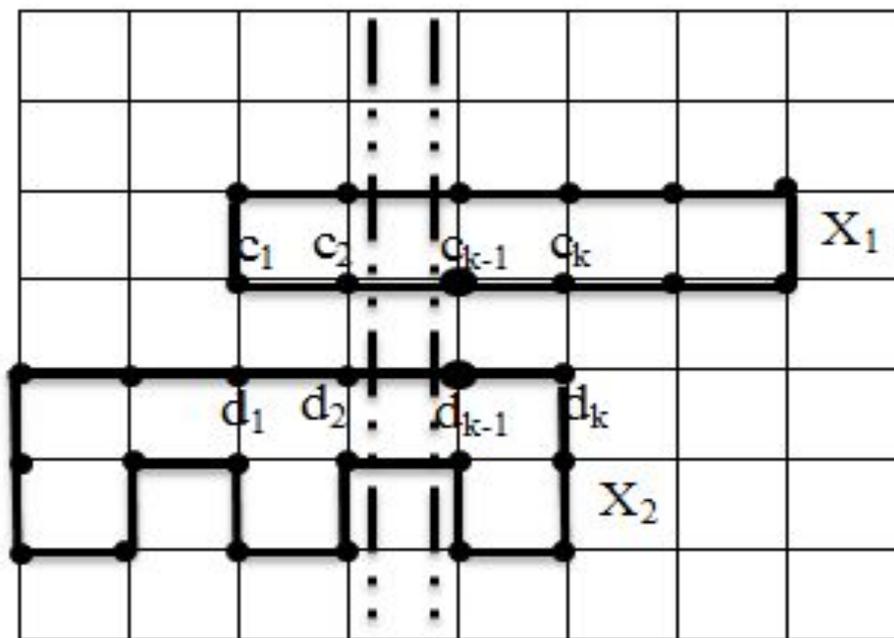
Инцидентные вершины в склейке прямоугольных графов



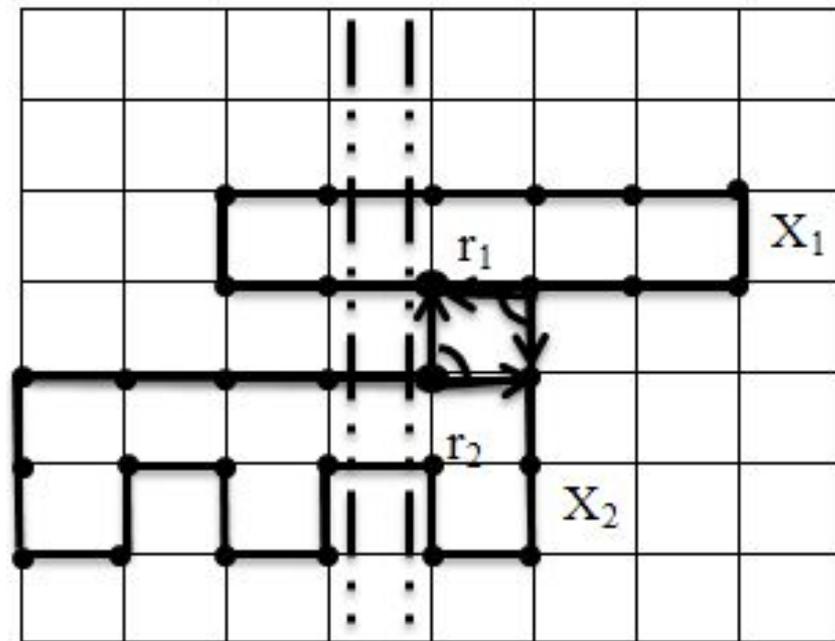
Расстояние пар точек $d(c_1, d_1), d(c_2, d_2), \dots, d(c_k, d_k)$ по линейной норме равно единице, т.е. $|x_1 - x_2| = 1$ или $|y_1 - y_2| = 1$

Склейки прямоугольных графов

Теорема 2. Если в прямоугольных графах X_1 и X_2 существуют гамильтоновы циклы, то в склейке X_3 существует гамильтонов цикл.



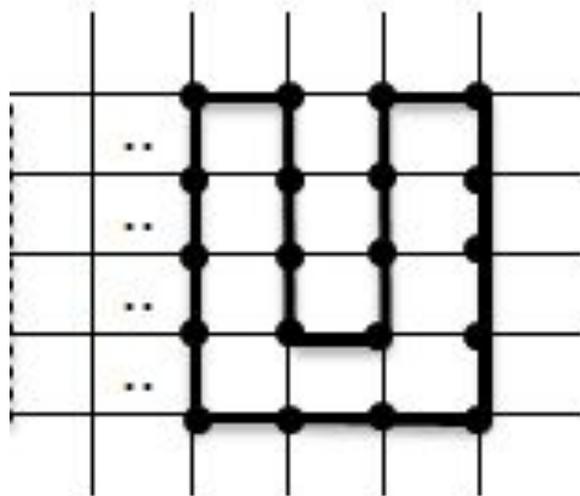
цикл в X_1 и X_2



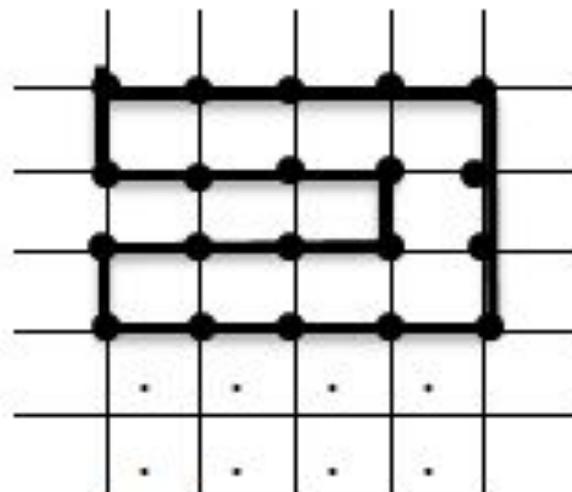
поворот ребер r_1 и r_2

Склейки прямоугольных графов

Теорема 3. Если в любом прямоугольном графе четное число вершин, то в нем существует гамильтонов цикл.



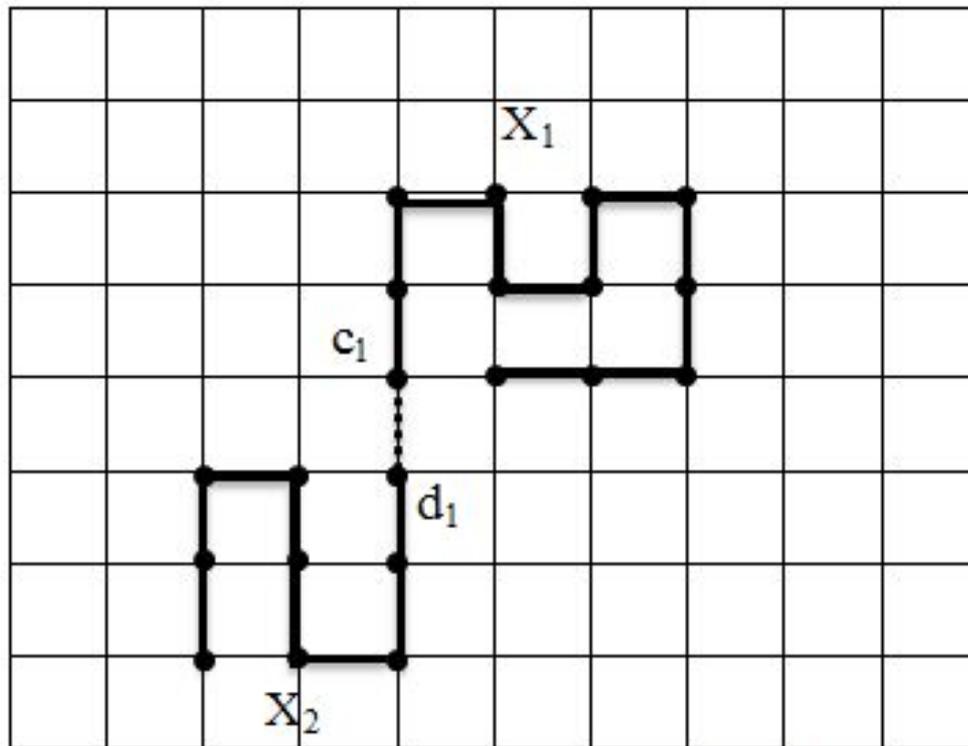
граф $n \times 2k$



граф $2k \times m$

Склейки прямоугольных графов

Теорема 4. Если в X_1 существует гамильтонов цикл, а в X_2 существует гамильтонова цепь, то в склейке X_3 существует гамильтонова цепь.



Цепь в склейке X_3

Спасибо за внимание