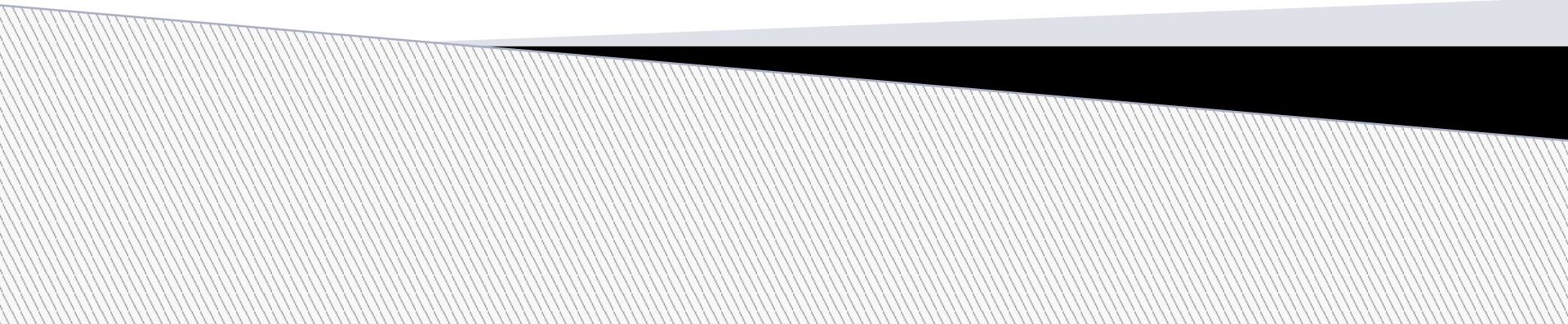


**Лекция**  
**по дисциплине «Техническая механика»**



# Кручение стержней круглого сечения



# Основные понятия деформации кручения

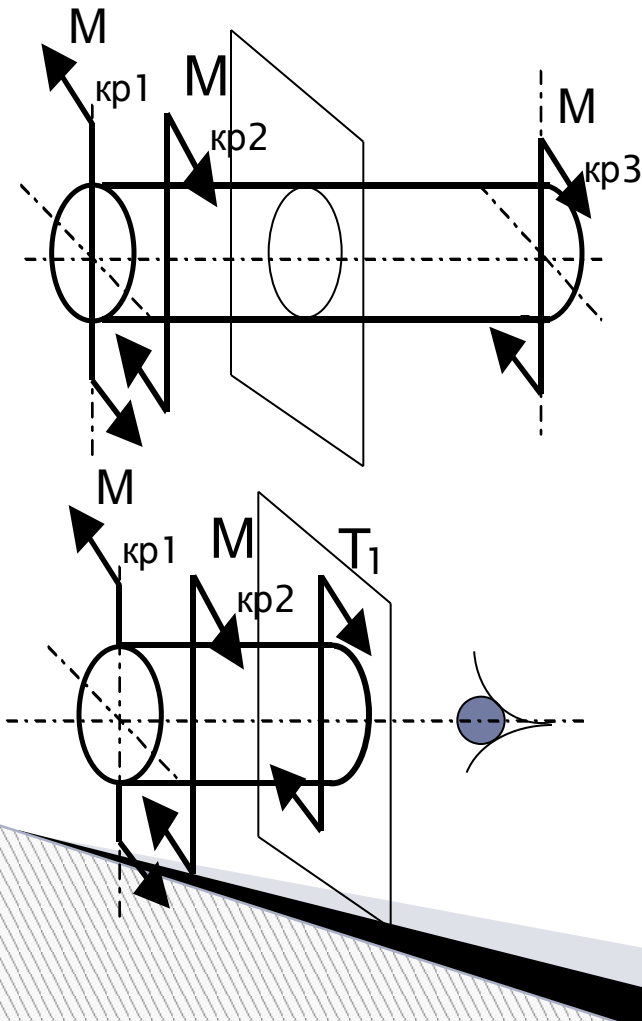
Под **кручением** понимают такой вид деформации, при котором в поперечном сечении бруса действует только один силовой фактор - это крутящий момент.

Брус в поперечном сечении, которого действует крутящий момент, называется **валом**.

Крутящий момент в рассматриваемом сечении равен алгебраической сумме всех внешних скручивающих моментов, приложенных к брусу по одну сторону от этого сечения.

$$T_1 = M_{кр} = -M_{кр1} + M_{кр2}$$

Крутящий момент считается положительным, если при взгляде в торец вала со стороны сечения момент направлен против хода часовой стрелки. Момент  $T_1$  – отрицательный

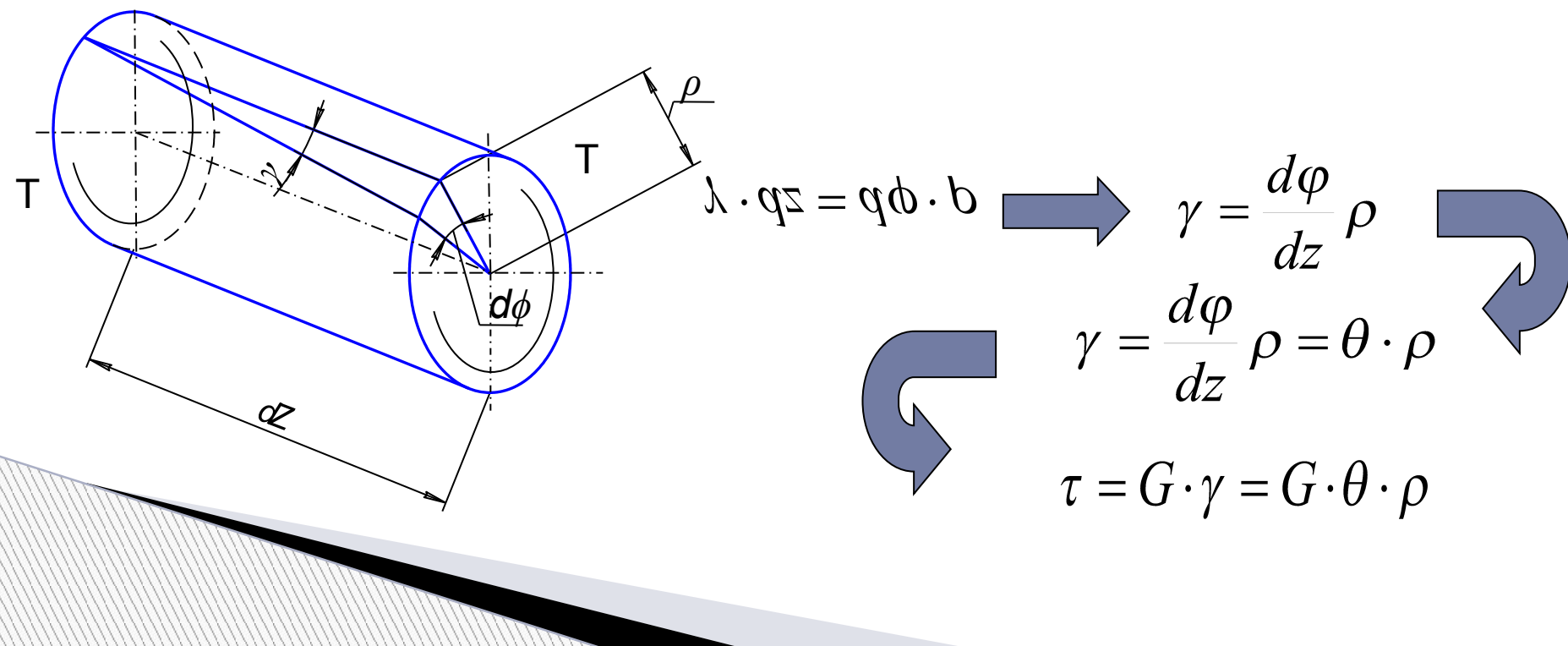


# Закон Гука при кручении

Основные допущения:

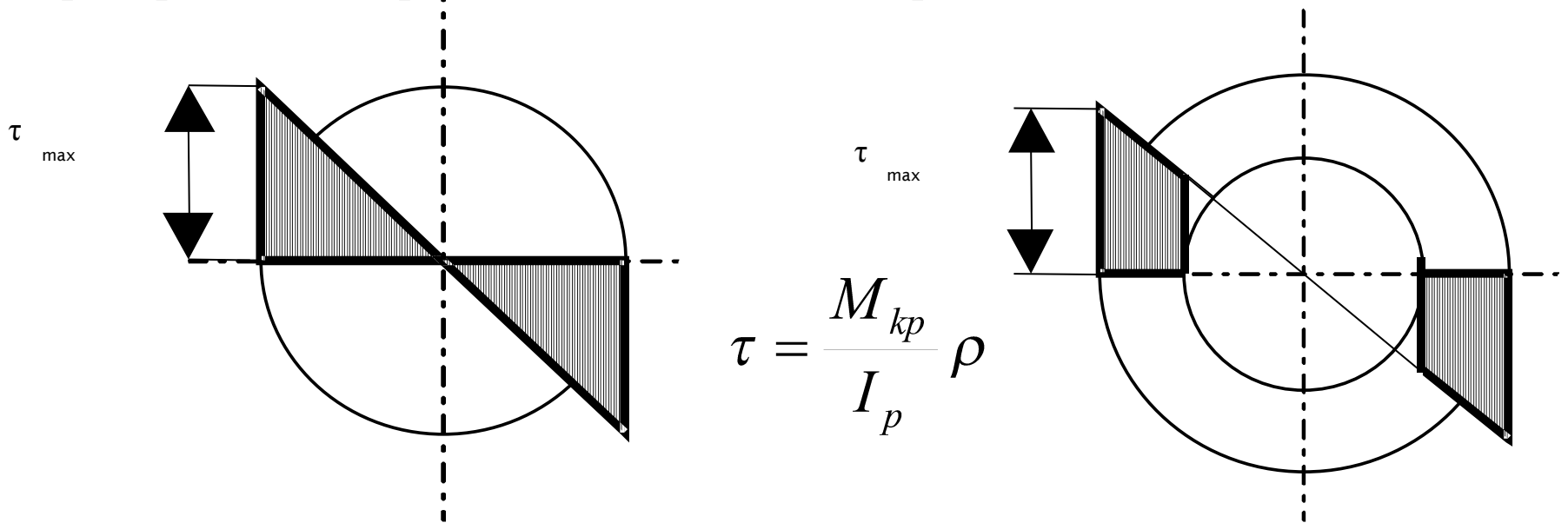
1. Поперечные сечения вала, плоские и нормальные к его оси до деформации, остаются плоскими и нормальными к оси, и после деформации.
2. Радиусы поперечных сечений не искривляются и сохраняют свою длину.
3. Расстояния между поперечными сечениями не изменяются.

При кручении наблюдается плоское напряженное состояние чистого сдвига и соблюдается **закон Гука** при сдвиге:  $\tau = G\gamma$



# Напряжения при кручении

В поперечных сечениях вала возникают **касательные напряжения**, направление которых, в каждой точке перпендикулярно к радиусу, соединяющему эти точки с центром сечения, а величина прямо пропорциональна расстоянию точки от центра.



Максимальные касательные напряжения  $\tau_{max}$  прямо пропорциональны крутящему моменту  $M$  в опасном сечении и обратно пропорциональны полярному моменту сопротивления сечения  $W_p$ :

$$\tau = \frac{M_{kp}}{W_p}$$

**Полярный момент инерции** характеризует, влияние размеров и формы поперечного сечения вала на его способность сопротивляться угловым деформациям

$$2\pi \int_0^{d/2} \rho^3 d\rho = I_p$$

Для круглого сечения

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32},$$

Для трубчатого сечения

$$I_p = \frac{\pi d^4 (1 - \alpha^4)}{32}$$

здесь  $\alpha = d_1/d$ ,  $d_1$  – внутренний диаметр трубы,  $d$  – наружный диаметр трубы  
Полярный момент инерции выражается в  $m^4$  ( $mm^4$ ,  $cm^4$ ).

**Полярный момент сопротивления** характеризует влияние геометрических размеров и формы поперечного сечения вала на его прочность.

$$W_p = \frac{I_p}{\rho_{\max}}$$

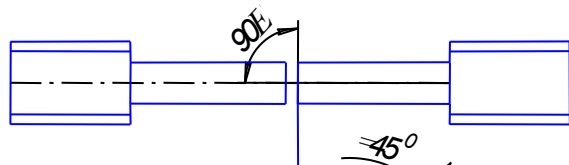
Для круглого сечения

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}$$

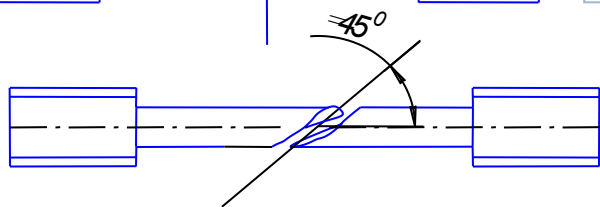
Для трубчатого сечения

$$W_p = \frac{\pi d^3 (1 - \alpha^4)}{16}$$

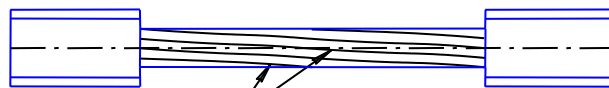
# Особенности разрушения материалов при кручении



От действия касательных напряжения в плоскости поперечного сечения. Пластичные материалы



От действия главных напряжения в плоскости наклоненной под  $45^{\circ}$  к оси образца. Хрупкие материалы (чугуны, закаленные стали)



Продольные трещины

От действия касательных напряжений в плоскости параллельной образующей. Анизотропные материалы (древесина)

# Условие прочности при кручении

Наибольшие касательные напряжения, возникающие в скручиваемом брусе не должны превышать соответствующих допусковых значений

$$\tau = \frac{M_{кр}^{\max}}{W_p} \leq [\tau_{кр}]$$

## Типовые задачи при кручении

1. Проверочный расчет

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}^{\max}}{W_p} \leq [\tau_{кр}]$$

2. Конструкционный расчет

$$d \geq 3 \sqrt{\frac{16M_{кр}^{\max}}{\pi [\tau_{кр}]}}$$

Для круглого сечения

$$d \geq 3 \sqrt{\frac{16M_{кр}^{\max}}{\pi (1 - \alpha^4) [\tau_{кр}]}}$$

Для трубчатого сечения

3. Проектный расчет – определение допускового момента

$$[M_{кр}] \leq [\tau_{кр}] W_p$$



# Деформации при кручении.

## Условие жесткости при кручении

При кручении различают угол закручивания  $\phi$  и относительный угол закручивания  $\theta$

Закон Гука при кручении

$$\tau = G \cdot \gamma = G \cdot \theta \cdot \rho$$

Напряжения при кручении

$$\tau = \frac{M}{I_p} \rho$$

Угол закручивания

$$\phi = \frac{Ml}{GI_p}$$

### *Условие жесткости при кручении*

Наибольший относительный угол закручивания, возникающий в скручиваемом брусе не должен превышать соответствующих допускаемых значений

$$\theta_{\max} \leq [\theta]$$

Где  $[\theta]$  – допускаемы относительный угол закручивания.

$[\theta]=0,0045\dots 0,02$  рад/м