

П 3.

Практическая работа № 24

**ПРЕДЕЛ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ**

РЕШИТЕ ПРИМЕР

$$\frac{1}{13} \cdot \left(2\frac{3}{8} - 1\frac{5}{6} \right) \cdot 2\frac{2}{5} + \frac{9}{10} = 1$$

$$2\frac{3}{8} - 1\frac{5}{6} = 2\frac{3}{8} - 1\frac{5}{6}$$

$$2\frac{3}{8} - 1\frac{5}{6} = 2\frac{3}{8} - 1\frac{5}{6}$$

$$2\frac{3}{8} - 1\frac{5}{6} = 1$$

НАЙДИТЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ МЕЖДУ СТОЛБЦАМИ:

1; 4; 7; 10; 13;

... В порядке
возрастания
положительные
нечетные
числа

10; 19; 37; 73;
145; ...

В порядке
убывания
правильные дроби
с числителем,
равным 1

6; 8; 16; 18; 36;

...
В порядке
возрастания
положительные
числа,
кратные 5

$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{6}$;

Увеличение
на 3

Чередовать увеличение
на 2 и увеличение в 2 раза

1; 3; 5; 7; 9; ...

5; 10; 15; 20; 25; ...

Увеличение в 2 раза
и уменьшение на 1

Последовательности заданы формулами:

$$a_n = (-1)^n n^2$$

$$a_n = 2^n - 5$$

$$a_n = 3^n - 1$$

$$a_n = n^4$$

$$a_n = n + 4$$

$$a_n = -n - 2$$

Впишите пропущенные члены последовательности:

$$1; \frac{16}{27}; 81; \underline{256}; 625; \dots \quad 5; \underline{6}; \underline{7}; \underline{8}; 9; \dots \quad \underline{-3}; \underline{-1}; 3; 11; \underline{\quad};$$

$$-1; 4; \frac{\quad}{-9}; \frac{\quad}{16}; -25; \dots \quad \frac{\quad}{-3}; -4; \frac{\quad}{-5}; \frac{\quad}{-6}; -7; \dots$$

$$2; 8; \frac{\quad}{26}; \frac{\quad}{80}; \frac{\quad}{242}; \dots$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1

Пусть a – точка прямой, а r – положительное число. Интервал $(a-r; a+r)$ называют окрестностью точки a , а число r – радиусом окрестности.

Пример: $(5,98; 6,02)$

$a=6$ $r=0,2$

УКАЖИТЕ ОКРЕСТНОСТЬ ТОЧКИ А РАДИУСА R В
ВИДЕ ИНТЕРВАЛА, ЕСЛИ:

a) $a = 0$

$r = 0,1$

$(-0,1; 0,1)$

в) $a = 2$

$r = 1$

$(1; 3)$

b) $a = -3$

$r = 0,5$

$(-3,5; -2,5)$

г) $a = 0,2$

$r = 0,3$

$(-0,1; 0,5)$

ОКРЕСТНОСТЬЮ КАКОЙ ТОЧКИ И КАКОГО РАДИУСА ЯВЛЯЕТСЯ ИНТЕРВАЛ

а) (1; 3)

$$a = 2$$
$$r = 1$$

б) (-0,2; 0,2)

$$a = 0$$
$$r = 0,2$$

в) (2,1; 2,3)

$$a = 2,2$$
$$r = 0,1$$

г) (-7; -5)

$$a = -6$$
$$r = 1$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2

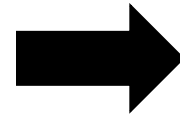
Число b называют **пределом** **последовательности** (y_n) , если в любой заранее выбранной окрестности точки b содержатся все члены последовательности, начиная с некоторого номера.

Пишут и читают:

$$y_n \rightarrow b \quad \text{или} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b$$

ЧЕМУ РАВЕН ПРЕДЕЛ ДАННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ?

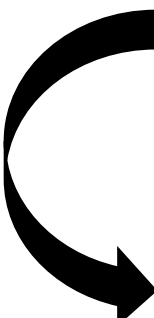
$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$$



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$$

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots, \left(\frac{1}{2}\right)^n, \dots$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c = c$$


$$\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0, \text{ если } |q| < 1$$

СВОЙСТВА

1) Предел суммы равен сумме пределов

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n + \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$$

2) Предел произведения равен произведению пределов

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n y_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$$

3) Предел частного равен частному от пределов

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_n}{y_n} \right) = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} x_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} y_n}$$

4) Постоянный множитель можно вынести за знак предела

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (kx_n) = k \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ

Пример 1

$$a_n = \frac{2n - 2}{2n + 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 2}{2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2n}{n} - \frac{2}{n}}{\frac{2n}{n} + \frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{2}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = \frac{2}{2} = 1$$

Вывод: если степени числителя и знаменателя равны, то в ответе получаем число, равное отношению коэффициентов наибольших степеней.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ

Вычислите пределы

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{1 - 6n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 7n}{n + 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 5}{3n + 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + 1}{20n - 3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-5n}{n + 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 - n^2}{2n^2 + 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 5}{2n^2 + 2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + 15}{6 - n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9 - n^3}{1 + 2n^3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2n^4}{2 - 4n^4}$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ

Пример 2 $a_n = \frac{3n^2 - 2}{2n + 1}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2}{2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{3n^2}{n} - \frac{2}{n}}{\frac{2n}{n} + \frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \frac{2}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2} = \infty$$

$$2 \frac{3}{8} \text{ — } 1 \frac{5}{6} =$$

Пример 3 $a_n = \frac{3n - 2}{2n^2 + 1}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - 2}{2n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2n}{n^2} - \frac{2}{n^2}}{\frac{2n^2}{n^2} + \frac{1}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} - \frac{2}{n^2}}{2 + \frac{1}{n}} = \frac{0}{2} = 0$$

$$2 \frac{3}{8} \text{ — } 1 \frac{5}{6} =$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ

Вычислите пределы

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 4}{n^2 - n - 2} = 2^{\frac{3}{8}} - 1^{\frac{5}{6}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^7 + 2n^5 - 4}{3n^7 + 12} = 2^{\frac{3}{8}} - 1^{\frac{5}{6}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n - 5}{1 + n + 3n^6} = 2^{\frac{3}{8}} - 1^{\frac{5}{6}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + n + 3n^6}{2n^2 - 3n - 5} = 2^{\frac{3}{8}} - 1^{\frac{5}{6}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - 2n + 3}{2n^2 + 3n - 2} = 2^{\frac{3}{8}} - 1^{\frac{5}{6}}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n - 2}{4n^3 - 2n + 3} = 2^{\frac{3}{8}} - 1^{\frac{5}{6}}$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ В ГРУППЕ