П **3.**

Практическая работа № 24

ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

РЕШИТЕ ПРИМЕР

$$\frac{1}{13}\cdot\left(2\frac{3}{8}-1\frac{5}{6}\right)\cdot 2\frac{2}{5}+\frac{9}{10}=1$$

$$2\frac{3}{8}-1\frac{5}{6}=2\frac{3}{8}-1\frac{5}{6}=$$

$$2\frac{3}{8}-1\frac{5}{6}=2\frac{3}{8}-1\frac{5}{6}=$$

$$2\frac{3}{8}-1\frac{5}{6}=1$$

НАЙДИТЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ МЕЖДУ СТОЛБЦАМИ:

1; 4; 7; 10; 13; …

В порядке возрастания положительные нечетные числа

10; 19; 37; 73; 145; …

В порядке убывания правильные дроби с числителем, равным 1

6; 8; 16; 18; 36; …

В порядке возрастания положительные числа, кратные 5

½; 1/3; ¼; 1/5; 1/6;

Увеличение на 3

Чередовать увеличение на 2 и увеличение в 2 раза

1; 3; 5; 7; 9; …

5; 10; 15; 20; 25; …

Увеличение в 2 раза и уменьшение на 1

Последовательности заданы формулами:

$a_n=(-1)^n n^2$ $a_n=2^n-5$ $a_n=3^n-1$

$a_n=n^4$ $a_n=n+4$ $a_n=-n-2$

Впишите пропущенные члены последовательности:

1; 16; 81; 256; 625; …
27

5; 6; 7; 8; 9; …

-3; -1; 3; 11; ___;

-1; 4; ___; ___; -25; …
-9 16

___; -4 ; ___; ___; -7; …
-3 -5 -6

2; 8; ___; ___; ___; …
26 80 242

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1

Пусть a – точка прямой, а r – положительное число. Интервал

(a-r; a+r) называют окрестностью точки a, а число r – радиусом окрестности.

Пример: (5,98; 6,02)

a=6 r=0,2

УКАЖИТЕ ОКРЕСТНОСТЬ ТОЧКИ А РАДИУСА **R** В ВИДЕ ИНТЕРВАЛА, ЕСЛИ:

а) a = 0

r = 0,1

(-0,1; 0,1)

в) a = 2

r = 1

(1; 3)

b) a = -3

r = 0,5

(-3,5; -2,5)

г) a = 0,2

r = 0,3

(-0,1; 0,5)

ОКРЕСТНОСТЬЮ КАКОЙ ТОЧКИ И КАКОГО РАДИУСА ЯВЛЯЕТСЯ ИНТЕРВАЛ

а) (1; 3)

a = 2
r = 1

б) (-0,2; 0,2)

a = 0
r = 0,2

в) (2,1; 2,3)

a = 2,2
r = 0,1

г) (-7; -5)

a = -6
r = 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2

Число b называют пределом последовательности (y_n), если в любой заранее выбранной окрестности точки b содержатся все члены последовательности, начиная с некоторого номера.

Пишут и читают:

$$y_n \to b \quad \text{или} \quad \lim_{n\to\infty} y_n = b$$

ЧЕМУ РАВЕН ПРЕДЕЛ ДАННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ?

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots \Rightarrow \boxed{\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0}$$

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots, \left(\frac{1}{2}\right)^n, \ldots \quad \boxed{\lim_{n\to\infty} c = c}$$

$$\boxed{\lim_{n\to\infty} q^n = 0, \text{если} |q| \langle 1}$$

СВОЙСТВА

1) Предел суммы равен сумме пределов

$$\lim_{n\to\infty}(x_n + y_n) = \lim_{n\to\infty} x_n + \lim_{n\to\infty} y_n$$

2) Предел произведения равен произведению пределов

$$\lim_{n\to\infty}(x_n y_n) = \lim_{n\to\infty} x_n \cdot \lim_{n\to\infty} y_n$$

3) Предел частного равен частному от пределов

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x_n}{y_n}\right) = \frac{\lim\limits_{n\to\infty} x_n}{\lim\limits_{n\to\infty} y_n}$$

4) Постоянный множитель можно вынести за знак предела

$$\lim_{n\to\infty}(kx_n) = k\lim_{n\to\infty} x_n$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ

Пример 1

$$a_n = \frac{2n-2}{2n+1}$$

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{2n-2}{2n+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2n}{n} - \frac{2}{n}}{\frac{2n}{n} + \frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2 - \frac{2}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = \frac{2}{2} = 1$$

Вывод: если степени числителя и знаменателя равны, то в ответе получаем число, равное отношению коэффициентов наибольших степеней.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ

Вычислите пределы

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2n+1}{1-6n}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+7n}{n+1}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2n-5}{3n+1}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{5n+1}{20n-3}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{-5n}{n+1}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4-n^2}{2n^2+1}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4n^2+5}{2n^2+2}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{5n+15}{6-n}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{9-n^3}{1+2n^3}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1-2n^4}{2-4n^4}$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ

Пример 2 $a_n = \dfrac{3n^2 - 2}{2n + 1}$

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{3n^2 - 2}{2n + 1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{3n^2}{n} - \frac{2}{n}}{\frac{2n}{n} + \frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n - \frac{2}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{2} = \infty$$

$$2\frac{3}{8} - 1\frac{5}{6} =$$

Пример 3 $a_n = \dfrac{3n - 2}{2n^2 + 1}$

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{3n - 2}{2n^2 + 1} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2n}{n^2} - \frac{2}{n^2}}{\frac{2n^2}{n^2} + \frac{1}{n^2}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2}{n} - \frac{2}{n^2}}{2 + \frac{1}{n}} = \frac{0}{2} = 0$$

$$2\frac{3}{8} - 1\frac{5}{6} =$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ

Вычислите пределы

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^2-4}{n^2-n-2}=$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^7+2n^5-4}{3n^7+12}=$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2-3n-5}{1+n+3n^6}=$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+n+3n^6}{2n^2-3n-5}=$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4n^3-2n+3}{2n^2+3n-2}=$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2+3n-2}{4n^3-2n+3}=$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ В ГРУППЕ