

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ



Работа учителя математики
Моисеевой Нины Ивановны

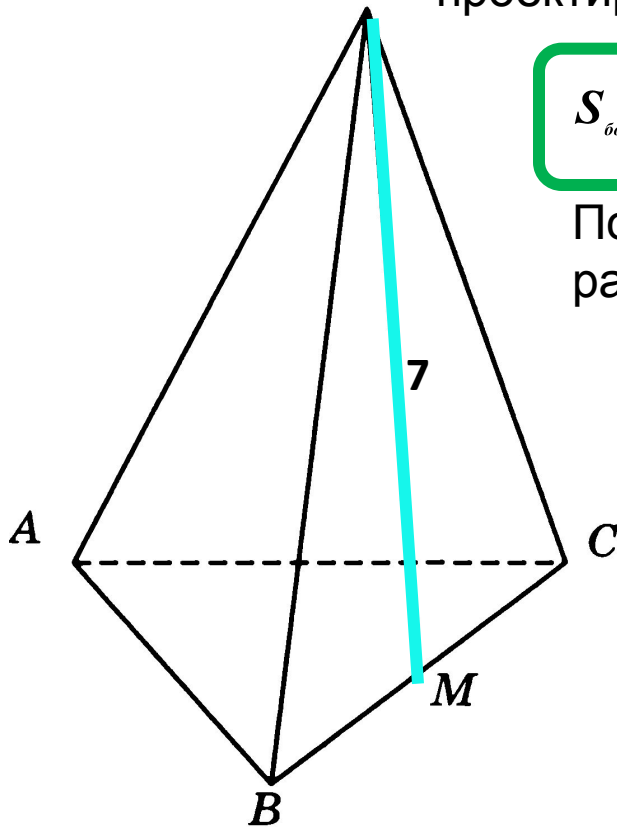
Тренинговая работа №3



B9

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ M — середина ребра BC , S — вершина. Известно, что $SM = 7$, а площадь боковой поверхности равна 63. Найдите длину отрезка AB .

Правильная пирамида - пирамида, у которой в основании S лежит правильный n -угольник, а вершина пирамиды проектируется в центр этого n -угольника.



$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} p \cdot a, \text{ где } a - \text{ апофема}$$

По условию апофема равна 7

$$S_{\text{бок}} = 63$$
$$63 = \frac{1}{2} p \cdot 7,$$
$$p = \frac{2 \cdot 63}{7},$$

$$P =$$

18
В основании лежит равносторонний треугольника

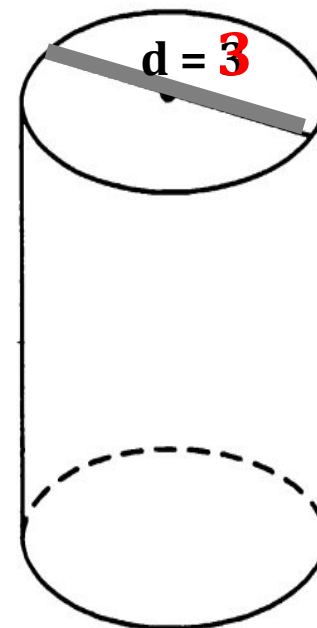
$$18 : 3 = 6;$$

$$AB = 6$$

Ответ:
6



В9. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 12π , а диаметр основания — 3. Найдите высоту цилиндра.



$$S_{\text{бок.}} = 2 \pi R H = \pi d H$$

$$S_{\text{бок.}} = 12\pi$$

$$S_{\text{бок.}} = \pi d H$$

$$12\pi = \pi 3 H$$

$$12 = 3 H$$

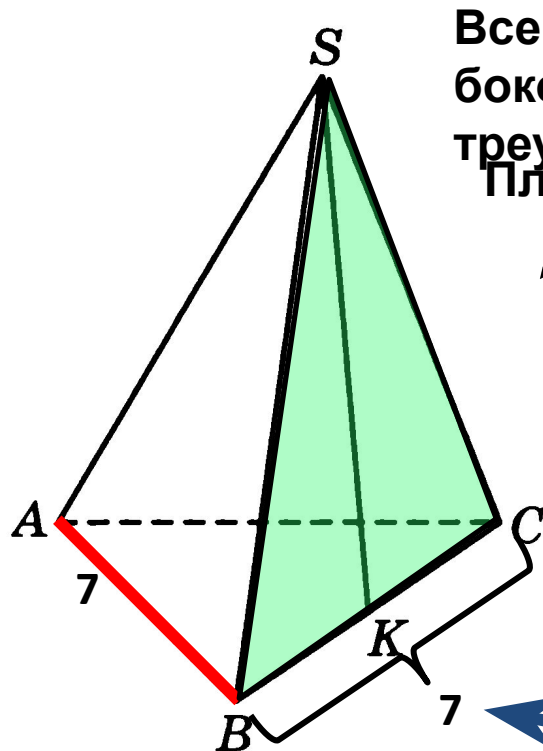
$$H = 4$$

Ответ: 4



B9

В **правильной треугольной пирамиде** $SABC$ K — середина ребра BC , S — вершина. Известно, что $AB = 7$, а площадь боковой поверхности равна 168. Найдите длину отрезка SK .



Все боковые ребра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равнобедренными треугольниками

Площадь боковой поверхности равна $3 \cdot S_{\Delta SBC}$

$$S_{\text{бок}} = 168 \Rightarrow 3S_{\Delta SBC} = 168; \quad S_{\Delta SBC} = \frac{168}{3}; \quad S_{\Delta SBC} = 56.$$

В основании лежит правильный треугольник, у которого все стороны равны 7

$$S_{\Delta SBC} = \frac{BC \cdot SK}{2}; \quad 56 = \frac{7 \cdot SK}{2};$$

$$56 \cdot 2 = 7 \cdot SK; \\ SK = 16.$$

Можно воспользоваться формулой:

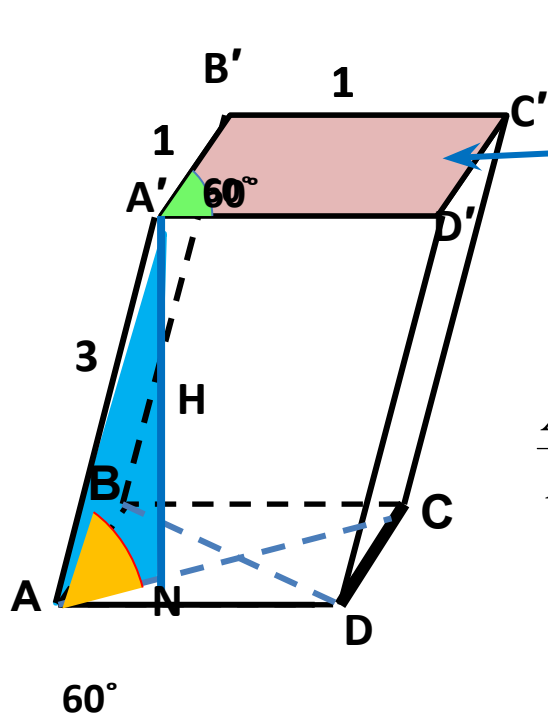
$$S_{\text{бок}} = \frac{P}{2} \cdot l, \quad (l - \text{апофема } SK); \quad 168 = \frac{3 \cdot 7}{2} \cdot SK, \quad SK = 16.$$

Ответ:
16



В9

Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 1 и острым углом 60° . Одно из ребер параллелепипеда составляет с этой гранью угол в 60° и равно 3. Найдите объём параллелепипеда.



$$V = S_{\text{основ}} \cdot H$$

$$S_{\text{основ}} = a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

$$S_{\text{осн}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Найдем высоту параллелепипеда из $\triangle ANA'$

$$\frac{A'N}{AA'} = \sin 60^\circ \quad A'N = AA' \cdot \sin 60^\circ \quad A'N = 3 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Итак $V = S_{\text{осно}} \cdot H$

$$V = \frac{3 \cdot 3}{4} = \frac{9}{4} = 2,25$$

Ответ:
2,25



B10

В фирме такси в данный момент свободно 10 машин: 5 черных, 1 желтая и 4 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет желтое такси.

Для нахождения вероятности случайного события A при проведении некоторого опыта следует:

- 1) найти число N всех возможных исходов данного опыта;*
- 2) найти количество $N(A)$ тех исходов опыта, в которых наступает событие A ;*
- 3) найти частное $\frac{N(A)}{N}$; оно и будет равно вероятности события A .*

Число всех возможных исходов – это $N = 10$ (все свободных машин).

Число благоприятных исходов – это $N(A) = 1$ (по вызову придет желтое

Вероятность находим, как отношение благоприятных исходов эксперимента $N(A) = 1$ к числу всех возможных исходов $N = 10$.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{1}{10} = 0,1$$

Ответ:
0,1



В10. В среднем на 150 карманных фонариков приходится три неисправных. Найдите вероятность купить работающий фонарик.

Всего 150 возможных исходов.

Благоприятен исход, когда купленный фонарик окажется исправным.

Таких благоприятных исходов $150 - 3 = 147$.

Находи вероятность,

как отношение благоприятных исходов 147 к числу всех возможных исходов 150.

$$147/150 = 0,98$$

Ответ: 0,98



V10

При двукратном бросании игрального кубика в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало меньше 3 очков.

При двукратном бросания игрального кубика может выпасть:

(5,1); (1,5); (2,4); (4,2); (3,3)

Итак : число всех возможных исходов -5



Число благоприятных исходов -2 :



1 бросок – выпало 1 очко, или 1 бросок – выпал 2 очка.

Найдем отношение благоприятных исходов эксперимента

к числу всех возможных исходов 5

$$\frac{2}{5} = 0,4$$

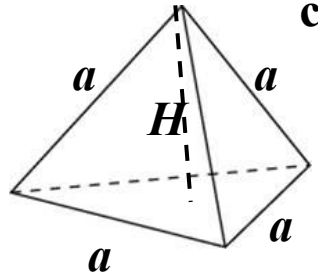
Ответ:

0,4



В11. Объем данного правильного тетраэдра равен 2 см^3 . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 3 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .

Объемы подобных многогранников относятся как кубы сходственных линейных элементов многогранников.



Итак: $2 = \frac{1}{3} \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} H$ $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{27} = \frac{a^3}{(3a)^3}$

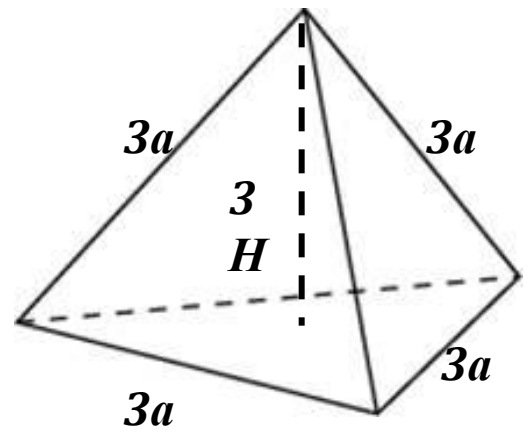
$V_2 = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H$ $V_2 = \frac{1}{3} \frac{(3a)^2 \sqrt{3}}{4} 3H = \frac{3a^3 H}{27a^3}$

От перестановки мест сомножителей произведение не меняется.

$V_2 = \frac{1}{3} \frac{9a^2 \sqrt{3}}{4} 3H = 9 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} H$

$V_2 = 27 \cdot 2 = 54$

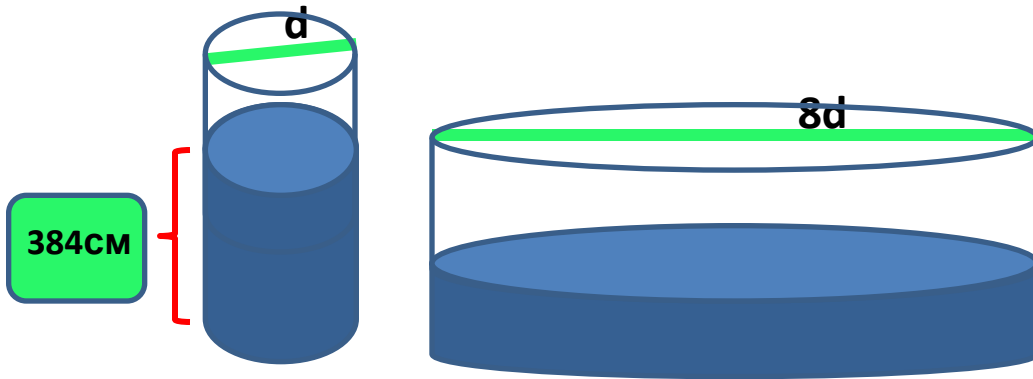
Ответ: 54



В11

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает **384** см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в **8** раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту: $V = S_{\text{осн}} \cdot h$.
При переливании объема воды не изменяется, то имеем: $S_{\text{осн}} \cdot h = \text{const}$.
Это значит, что $S_{\text{основания}}$ и высота связаны обратной пропорциональной зависимостью:
во сколько раз увеличивается площадь основания, во столько же раз



уменьшается высота воды в сосуде. Основание цилиндра - круг, площадь которого вычисляется:

$$S = \pi \frac{8^2}{4}$$

Если диаметр цилиндра увеличится в 8 раз, то и радиус увеличится в 8 раз,

Тогда площадь основания увеличилась в 64 раз.

Высота при этом уменьшилась в 64 раз и стала

$$384:64=6(\text{см})$$

Ответ:

6

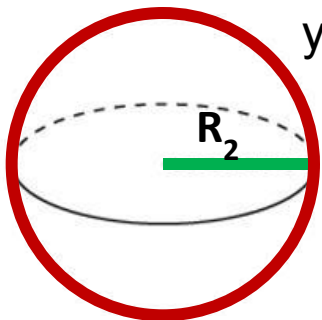
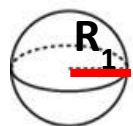


В11 Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?

1) Т.к. объем шара прямо пропорционален кубу радиуса,

$V_2 \rightarrow (2R)^3$ то при увеличении радиуса в 2 раза объем шара увеличится

$V_1 \rightarrow R^3$



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R^3}{(2R)^3}; \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{R^3}{8R^3}; \quad 8V_1 = V_2 \quad 2^3 = 8 \Rightarrow \text{в 8 раз}$$

Следовательно, вес шара тоже увеличится в 8 раз.

0,5

· 8=4

2) $P=mg; m=\rho V; V = \frac{4}{3}\pi R^3;$

$P = \rho g V$

$P = \frac{4}{3} \rho g \pi R_1^3;$

$R_2 = 2R_1$

$P_2 = \frac{4}{3} \rho g \pi (2R_1)^3$

$P_2 = 8 \cdot \rho g \cdot \frac{4}{3} \pi R_1^3$

$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = 0,5;$

От перестановки мест сомножителей произведение не меняется

$P_2 = 8 \cdot \rho g \cdot 0,5 = 4 \rho g$

Ответ:

4



V11

В основании прямой призмы лежит квадрат со

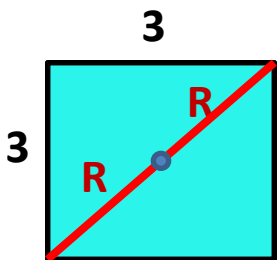
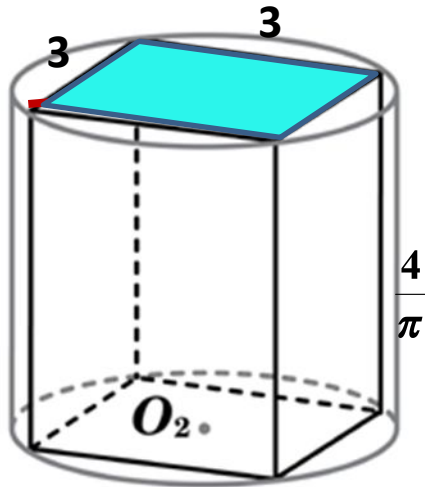
стороной

3. Боковые ребра равны

$$\frac{4}{\pi}$$

цилиндра,

описанного около $V = \pi R^2 h$ ы.



Диагональ квадрата можно найти по теореме

Пифагора: $\sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{2}$

$$R = \frac{d}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Найдем площадь основания

цилиндра $S_{\text{основ}} = \pi \cdot R^2$

$$S_{\text{осн}} = \pi \cdot \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2; \quad S_{\text{осн}} = \pi \cdot \frac{9 \cdot 2}{4} = 4,5\pi$$

$$h = \frac{4}{\pi}$$

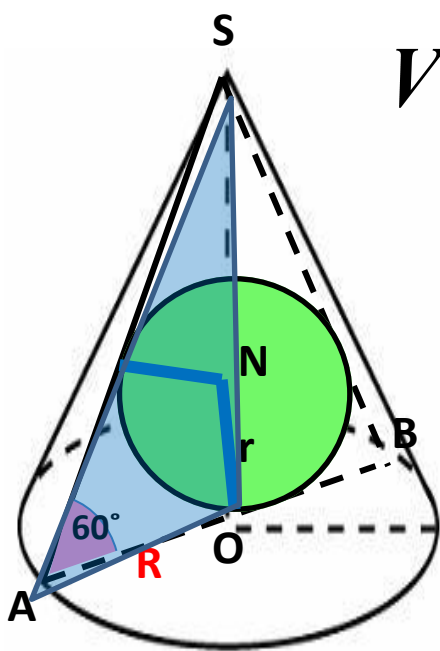
$$V = 4,5\pi \cdot \frac{4}{\pi} = 18$$

Ответ: 18



B11

В конус, угол между образующей которого и основанием равен 60° , вписан шар. Найдите объем конуса, если объем шара равен 14.



$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \quad V = 14;$$

$\triangle ASB$ – равнобедренный ($SA=SB$), $\angle A=60^\circ$

SO – высота и медиана. Точка N – центр шара и точка пересечения всех медиан в равнобедренном

треугольнике ASB

Точка N делит медиану SO в отношении 2:1 (считая от вершины)

Итак $NO = r = \frac{1}{3}SO$, т.е. радиус вписанной окружности в равнобедренный треугольник равен $\frac{1}{3}$ от высоты

треугольника

$$AO = R, \text{ следовательно } AB = 2R. \quad SA = SB = AB = 2R. \quad SO = SA \cdot \sin 60^\circ$$

$$SO = H = 2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}; \quad r = \frac{1}{3}SO = \frac{1}{3}2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \left(\frac{R\sqrt{3}}{3}\right); \quad V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot H$$

$$V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot R\sqrt{3} = \frac{1}{3}\pi R^3\sqrt{3} \quad V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3}\pi \frac{7 \cdot 27}{2\pi} = \frac{63}{2} = 31,5$$

Ответ:

31,5

