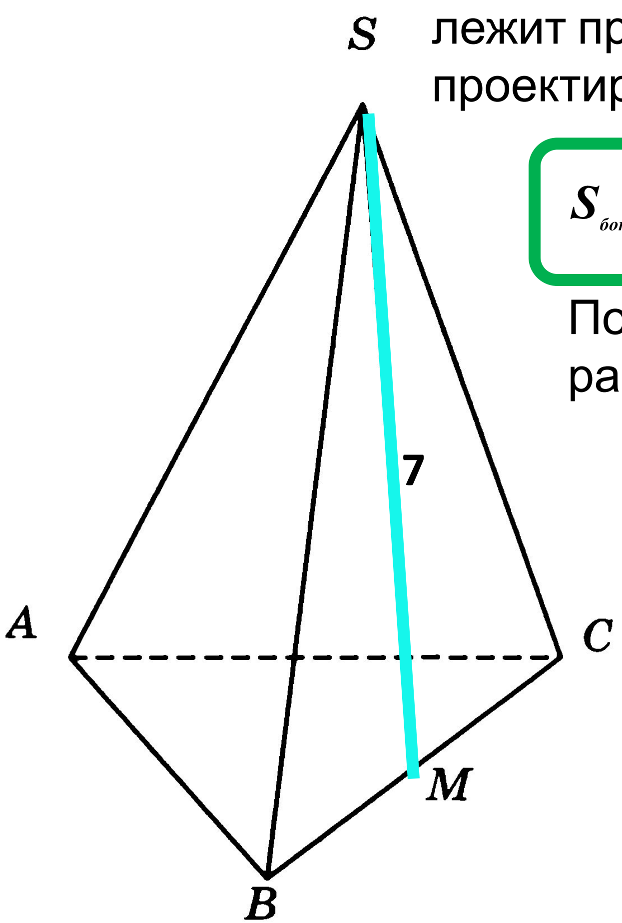
Тренинговая работа №3

Работа учителя математики
Моисеевой Нины Ивановны

B9

В **правильной треугольной** пирамиде $SABC$ M — середина ребра BC, S — вершина. Известно, что $SM = 7$, а **площадь боковой поверхности равна 63.** Найдите длину отрезка AB.



Правильная пирамида - пирамида, у которой в основании лежит правильный n-угольник, а вершина пирамиды проектируется в центр этого n-угольника.

$$\boxed{S_{бок} = \frac{1}{2} p \cdot a,}$$ **где *a* - апофема**

По условию апофема равна 7

$S_{бок} = 63$

$$63 = \frac{1}{2} p \cdot 7, \qquad p = \frac{2 \cdot \cancel{63}^{\,9}}{\cancel{7}},$$

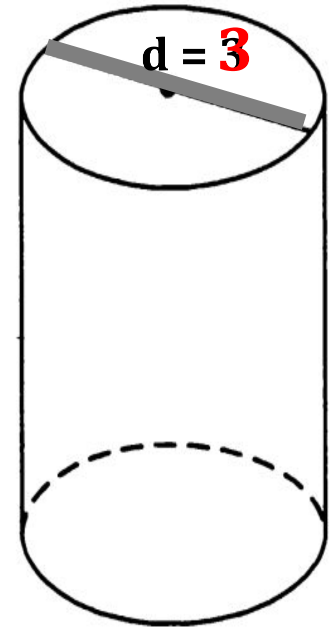
P = 18

В основании лежит равносторонний треугольника

18 : 3 = 6; AB = 6

Ответ: 6

B9. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 12π, а диаметр основания — 3. Найдите высоту цилиндра.



$$S_{бок.} = 2\pi R H = \pi d H$$

$$S_{бок.} = 12\pi$$

$$S_{бок.} = \pi d H$$

$$12\cancel{\pi} = \cancel{\pi}\, 3H$$

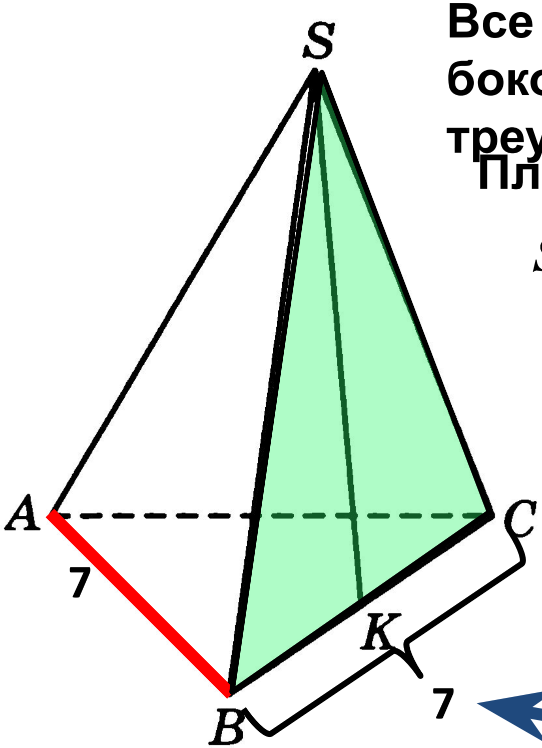
$$12 = 3H$$

$$H = 4$$

Ответ: 4

B9

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ K — середина ребра BC, S — вершина. Известно, что $AB = 7$, а площадь боковой поверхности равна 168. Найдите длину отрезка SK.



Все боковые ребра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равнобедренными треугольниками

Площадь боковой поверхности равна 3·$S_{\Delta SBC}$

$$S_{бок} = 168 \Rightarrow 3S_{\Delta SBC} = 168; \quad S_{\Delta SBC} = \frac{168}{3}; \quad S_{\Delta SBC} = \boxed{56.}$$

В основании лежит правильный треугольник, у которого все стороны равны 7

$$S_{\Delta SBC} = \frac{BC \cdot SK}{2}; \quad 56 = \frac{7 \cdot SK}{2}; \quad 56 \cdot 2 = 7 \cdot SK; \quad SK = 16.$$

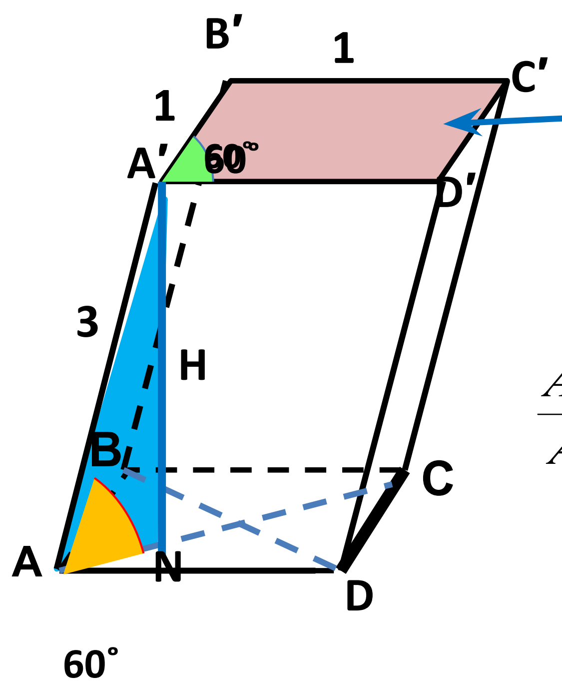
Можно воспользоваться формулой:

$$\boxed{S_{бок}} = \frac{P}{2} \cdot l, \ (l \text{ - апофема } SK); \ 168 = \frac{3 \cdot 7}{2} \cdot SK, \quad SK = 16.$$

Ответ: 16

B9

Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 1 и острым углом 60˚ . Одно из ребер параллелепипеда составляет с этой гранью угол в 60˚ и равно 3 . Найдите объём параллелепипеда.



V = S$_{основ}$ · H

S$_{основ}$ = $a \cdot в \cdot \sin \alpha$

$$S_{осн} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Найдем высоту параллелепипеда из Δ ANA′

$$\frac{A'N}{AA'} = \sin 60^o \qquad A'N = AA' \cdot \sin 60^o \qquad A'N = 3 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Итак: V = S$_{основ}$ · H

$$V = \frac{3 \cdot 3}{4} = \frac{9}{4} = 2{,}25$$

Ответ: 2,25

B10

В фирме такси в данный момент свободно 10 машин: 5 черных, 1 желтая и 4 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет желтое такси.

Для нахождения вероятности случайного события A при проведении некоторого опыта следует:

1) *найти число N всех возможных исходов данного опыта;*

2) *найти количество N(A) тех исходов опыта, в которых наступает событие A;*

3) *найти частное* $\frac{N(A)}{N}$; *оно и будет равно вероятности события A.*

Число всех возможных исходов – это N = 10 (все свободных машин).

Число благоприятных исходов – это N(A) = 1 (по вызову придет желтое такси).

Вероятность находим, как отношение благоприятных исходов эксперимента N(A) = 1 к числу всех возможных исходов N = 10.

$$P(A)=\frac{N(A)}{N}=\frac{1}{10}=0,1$$

Ответ: 0,1

B10. В среднем на 150 карманных фонариков приходится три неисправных. Найдите вероятность купить работающий фонарик.

Всего 150 возможных исходов.

Благоприятен исход, когда купленный фонарик окажется исправным.

Таких благоприятных исходов 150 – 3 = 147.

Находи вероятность,

как отношение благоприятных исходов 147 к числу всех возможных исходов 150.

147/150 = 0,98

Ответ: 0,98

B10

При двукратном бросании игрального кубика в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало меньше 3 очков.

При двукратном бросания игрального кубика может выпасть:

(5,1); (1,5); (2,4); (4,2); (3,3)

Итак : число всех возможных исходов -5

Число благоприятных исходов -2 :

1 бросок – выпало 1очко, или 1 бросок – выпал 2 очка.

Найдем отношение благоприятных исходов эксперимента 2 к числу всех возможных исходов 5

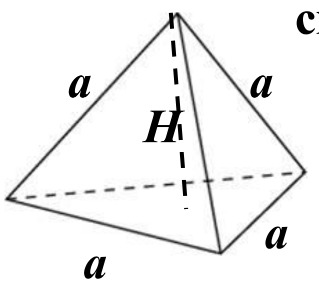
$$\frac{2}{5} = 0,4$$

Ответ: 0,4

B11. Объем данного правильного тетраэдра равен 2 см^3. Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 3 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3.

Объемы подобных многогранников относятся как кубы сходственных линейных элементов многогранников.

$$V=\frac{1}{3}S_{осн}H \qquad 2=\frac{1}{3}S_{осн}H \qquad S_{осн}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



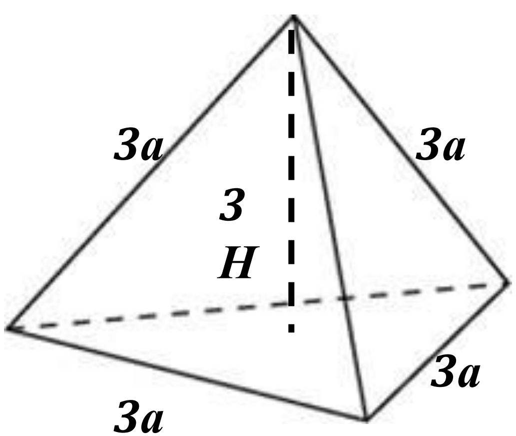
Итак : $2=\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}H$

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{V_2}=\frac{a^3}{(3a)^3}$$

$$V_2=\frac{1}{3}S_{осн}H$$

$$V_2=\frac{1}{3}\frac{(3a)^2\sqrt{3}}{4}3H$$

$$\frac{2}{V_2}=\frac{a^3}{27a^3}$$



От перестановки мест сомножителей произведение не меняется.

$$V_2=2\cdot 27=54$$

$$V_2=\frac{1}{3}\frac{9a^2\sqrt{3}}{4}3H=9\cdot 3\cdot\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}H$$

$$V_2=27\cdot 2=54$$

Ответ: 54

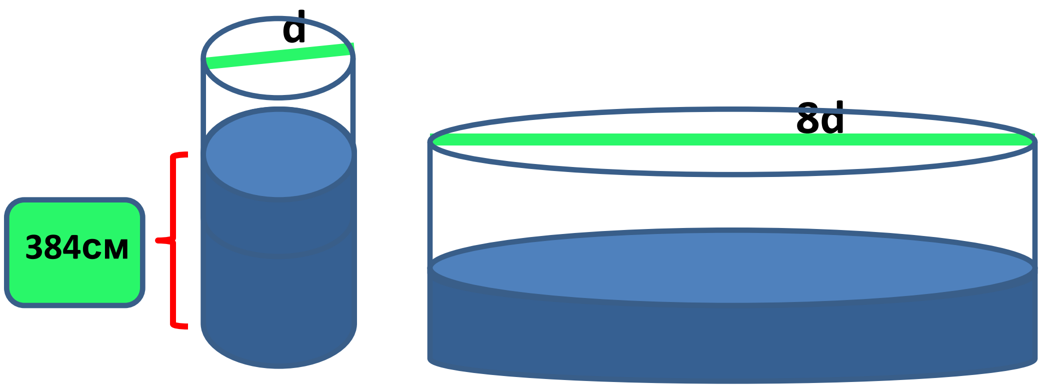
В11

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 384 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 8 раз больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.

Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту: **$V = S_{осн} \cdot h$**

Т.к. при переливании объем воды не изменяется, то имеем: $S_{осн} \cdot h = const$.

Это значит, что $S_{основания}$ и высота связаны обратно пропорциональной зависимостью: во сколько раз увеличивается площадь основания, во столько же раз уменьшается высота воды в сосуде.



Основание цилиндра - круг, площадь которого вычисляется:

$S = \pi r^2$ 8^2

Если диаметр цилиндра увеличился в 8 раз, то и радиус увеличился в 8 раз.

Тогда площадь основания увеличилась в 64 раз.

Высота при этом уменьшилась в 64 раз и стала

384:64=6(см)

Ответ: 6

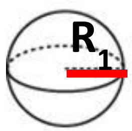
B11 **Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?**

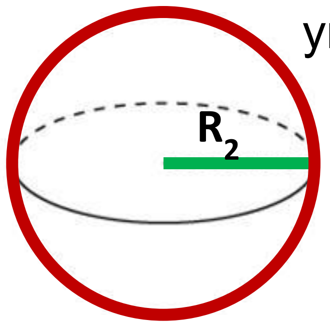
1) Т.к. объем шара прямо пропорционален **кубу** радиуса,

$V_2 \to (2R)^3$

то при увеличении радиуса в 2 раза объем шара увеличится

$V_1 \to R^3$





$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R^3}{(2R)^3}; \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{R^3}{8R^3}; \quad 8V_1 = V_2 \quad 2^3 = 8 \quad \Rightarrow \text{в 8 раз}$$

Следовательно, вес шара тоже увеличится в 8 раз.

0,5 · 8=4

2) **P=mg ; m=ρV ;** $V = \frac{4}{3}\pi R^3;$

$\boxed{P = pgV}$

$$P = \frac{4}{3} pg\pi R_1^3; \quad R_2 = 2R_1 \quad P_2 = \frac{4}{3} pg\pi (2R_1)^3$$

$$P_2 = 8 \cdot pg \cdot \frac{4}{3}\pi R_1^3 \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 0{,}5;$$

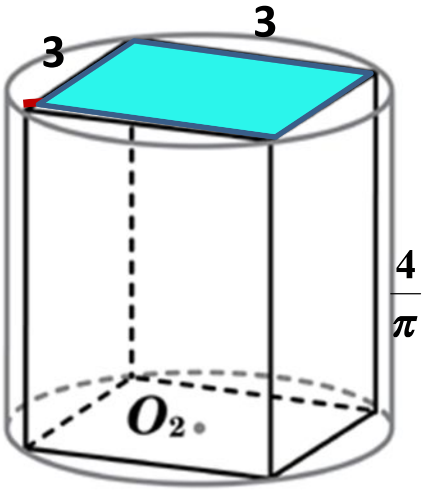
От перестановки мест сомножителей произведение не меняется

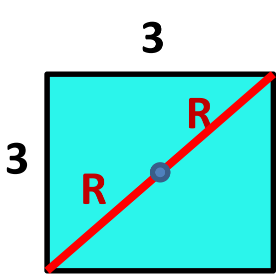
$$P_2 = 8 \cdot pg \cdot 0{,}5 = 4pg$$

Ответ: 4

B11

В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 3. Боковые ребра равны $\frac{4}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около $V = \boxed{\pi R^2} h$ **ы.**





Диагональ квадрата можно найти по теореме Пифагора:

$$d = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{2}$$

$$R = \frac{d}{2} = \boxed{\frac{3\sqrt{2}}{2}}$$

Найдем площадь основания цилиндра

$$S_{основ} = \boxed{\pi \cdot R^2}$$

$$S_{осн} = \pi \cdot \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2; \quad S_{осн} = \pi \cdot \frac{9 \cdot 2}{4} = \boxed{4{,}5\pi}$$

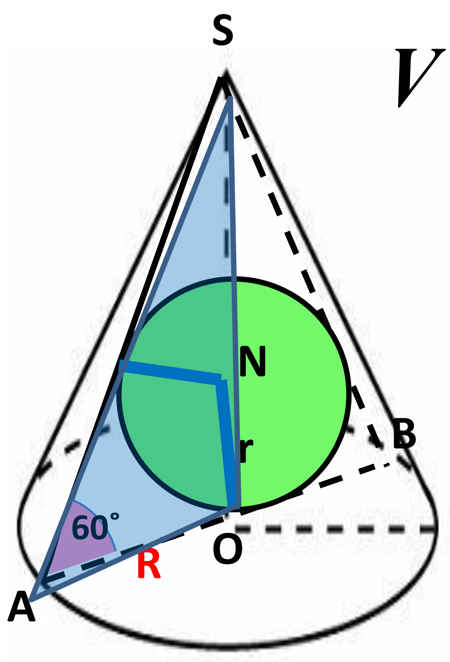
$$h = \frac{4}{\pi}$$

$$V = \boxed{4{,}5\pi} \cdot \frac{4}{\pi} = 18$$

Ответ: 18

B11

В конус, угол между образующей которого и основанием равен 60°, вписан шар. Найдите объем конуса, если объем шара равен 14.



$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \qquad V = 14;$$

$$14 = \frac{4}{3}\pi \frac{R^3 3\sqrt{3}}{27}; \qquad R^3\sqrt{3} = \frac{7 \cdot 27}{2\pi}$$

∆ ASB – равносторонний (SA=SB, ∠A=60°)

SO – высота и медиана. Точка N – центр шара и точка пересечения всех медиан в равностороннем треугольнике ASB

Точка N делит медиану SO в отношении 2:1 (считая от вершины)

Итак NO = r = ⅓ SO, т.е. радиус вписанной окружности в равносторонний треугольник равен ⅓ от высоты треугольника

AO = R, следовательно AB = 2 R. $SA = SB = AB = 2R.$ $SO = SA \cdot \sin 60^0$

$$SO = H = 2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}; \qquad r = \frac{1}{3}SO = \frac{1}{3}2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \left(\frac{R\sqrt{3}}{3}\right)^3; \qquad V_{конуса} = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot H$$

$$V_{конуса} = \frac{1}{3}\pi \cdot R^2 \cdot R\sqrt{3} = \frac{1}{3}\pi R^3\sqrt{3} \qquad V_{конуса} = \frac{1}{3}\pi \frac{7 \cdot 27}{2\pi} = \frac{63}{2} = 31{,}5$$

Ответ: 31,5