

Цикл «Трудные вопросы школьного курса физики»

Конический маятник и поворот транспорта на горизонтальной и наклонной дороге

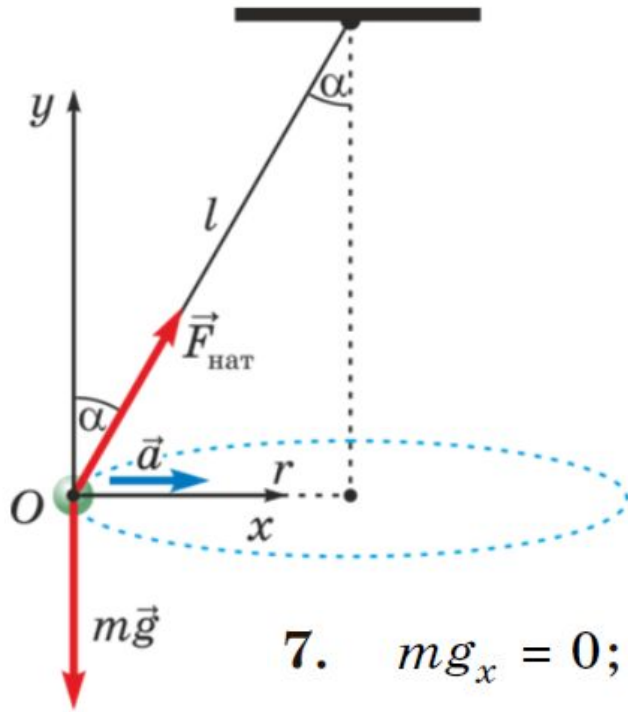
Ведущий автор УМК по физике
Лев Элевич Генденштейн

МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ КЛЮЧЕВЫХ СИТУАЦИЙ:

Какие закономерности справедливы для данной ситуации?

Какие задачи можно поставить, используя эти закономерности?

КОНИЧЕСКИЙ МАЯТНИК



6. На рисунке 11.3 изображены силы, действующие на шарик, равномерно движущийся по окружности в горизонтальной плоскости. Назовите эти силы. Как направлена равнодействующая этих сил?

7. Используя рисунок 11.3, запишите выражения для проекций сил, действующих на шарик, а также для проекций ускорения шарика на эти оси.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИТУАЦИИ, а не решение расчётной задачи!

7. $mg_x = 0;$ $mg_y = -mg;$ $F_{\text{нат } x} = F_{\text{нат}} \sin \alpha;$ $F_{\text{нат } y} = F_{\text{нат}} \cos \alpha;$ $a_x = a;$ $a_y = 0.$

8. Запишите второй закон Ньютона для шарика в проекциях на показанные на рисунке 11.3 оси координат в виде системы двух уравнений.

8.
$$\begin{cases} Ox: F_{\text{нат}} \sin \alpha = m \frac{v^2}{l \sin \alpha}; \\ Oy: F_{\text{нат}} \cos \alpha - mg = 0. \end{cases}$$

С помощью полученной системы двух уравнений можно выразить любые две входящие в них величины через остальные.

$$8. \begin{cases} O_x: F_{\text{нат}} \sin \alpha = m \frac{v^2}{l \sin \alpha}; \\ O_y: F_{\text{нат}} \cos \alpha - mg = 0. \end{cases}$$

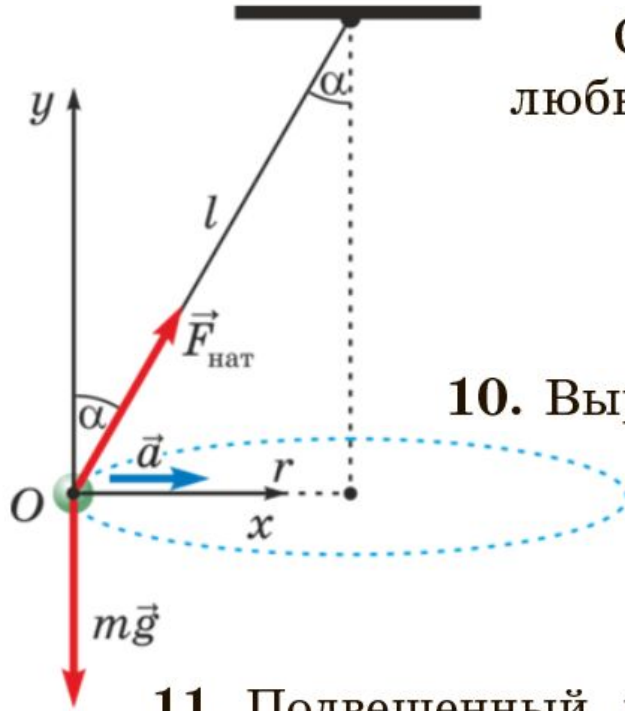
С помощью полученной системы двух уравнений можно выразить любые две входящие в них величины через остальные.

Какие задачи можно поставить?

9. Выразите $F_{\text{нат}}$ и v через m , l и α . 9. $F_{\text{нат}} = \frac{mg}{\cos \alpha}$;

10. Выразите период обращения шарика T через l и α . 10. $T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}}$.

Если α мало, $\cos \alpha \rightarrow 1$, поэтому $T \rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ период малых колебаний



11. Подвешенный на нити длиной 50 см груз массой 100 г равномерно движется по окружности в горизонтальной плоскости. Сила натяжения нити равна 2 Н.

- На какой угол отклонена нить от вертикали?
- Чему равен радиус окружности?
- Чему равна скорость груза?
- Чему равен период обращения груза?

11. а) 60° . б) 43 см. в) 2,74 м/с. г) 1 с.

В следующей ситуации главное — «узнать» конический маятник, хотя в описании речь идёт о полусфере.

15. Небольшая шайба массой $m = 50$ г равномерно движется со скоростью 2 м/с по горизонтальной окружности радиусом $r = 20$ см внутри *гладкой* полусферы (рис. 11.7).

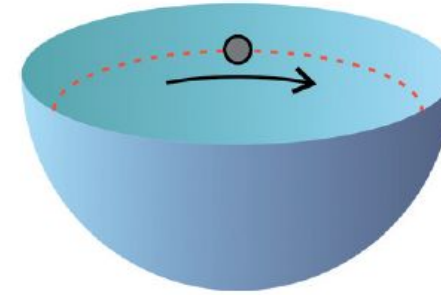


Рис. 11.7

- а) Изобразите на чертеже все силы, действующие на шайбу. Какая из этих сил играет роль силы натяжения нити для конического маятника?
- б) Чему равно ускорение шайбы?
- в) Чему равен угол между действующей на шайбу силой нормальной реакции и вертикалью?
- г) Чему равна действующая на шайбу сила нормальной реакции?
- д) Чему равен радиус *полусферы*?
- е) Чему равна частота обращения шайбы?

Похожая задача

16. Небольшая шайба движется по горизонтальной окружности радиусом $r = 30$ см по *гладкой* внутренней поверхности *конуса* (рис. 11.8). Угол между образующей конуса и вертикалью $\alpha = 60^\circ$. Чему равен период обращения шайбы T ?

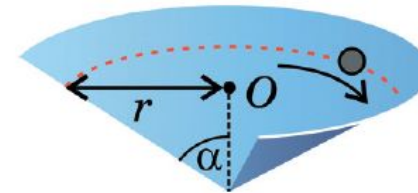


Рис. 11.8

Высокий уровень

24. Маленький шарик массой $m = 10$ г подвешен на лёгкой нити, направленной по касательной к гладкой полусфере, как показано на рисунке 11.9. Угол $\alpha = 30^\circ$, радиус полусферы $R = 0,1$ м. Когда шарiku сообщили горизонтальную скорость $v = 0,5$ м/с, он стал равномерно двигаться по окружности в горизонтальной плоскости, не отрываясь от полусферы.

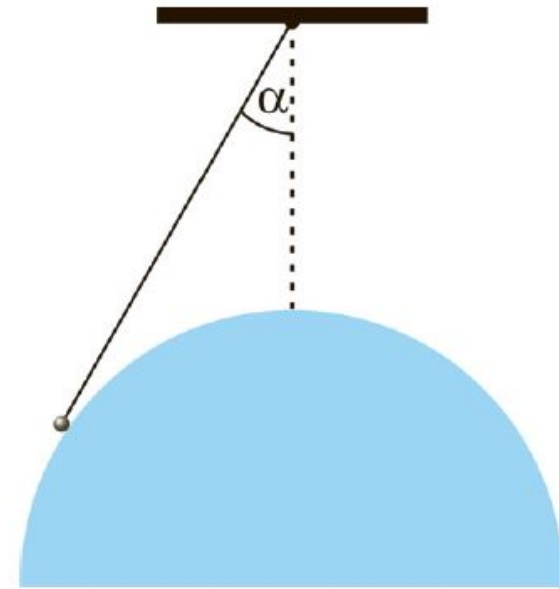


Рис. 11.9

- Чему равна сила, с которой шарик давит на полусферу?
- Какую минимальную скорость надо сообщить шарiku, чтобы он перестал давить на полусферу?

24. а) $N = m \left(g \sin \alpha - \frac{v^2}{R} \right) = 25 \text{ мН.}$ б) $v_{\min} = \sqrt{gR \sin \alpha} = 0,71 \text{ м/с.}$

26. На внутренней поверхности конуса, образующая которого составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом, лежит маленький брусок (рис. 11.10). Конус равномерно вращается вокруг вертикальной оси. Расстояние от бруска до оси вращения¹⁾ $r = 0,1$ м, коэффициент трения между бруском и поверхностью конуса $\mu = 0,3$.

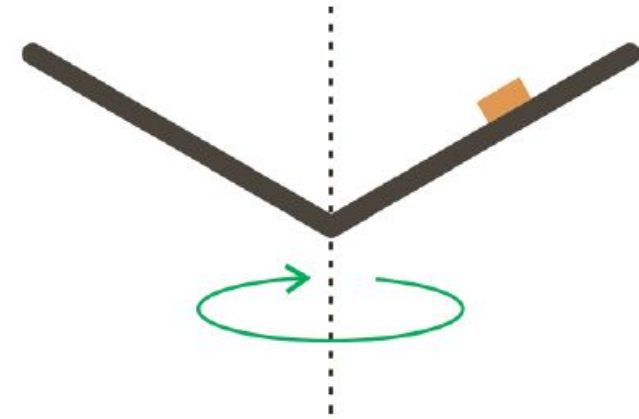


Рис. 11.10

- С какой частотой ν_0 должен вращаться конус, чтобы сила трения, действующая на брусок, была равна нулю?
- При какой *минимальной* частоте вращения конуса брусок может покоиться относительно него?
- При какой *максимальной* частоте вращения конуса брусок может покоиться относительно него?

$$26. \text{ а) } \nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g \operatorname{tg} \alpha}{r}} = 1,21 \frac{1}{\text{с}}. \quad \text{ б) } \nu_{\min} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{r(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}} = 0,77 \frac{1}{\text{с}}.$$

$$\text{ в) } \nu_{\max} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{r(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}} = 1,64 \frac{1}{\text{с}}.$$

27. Шарик массой 200 г, подвешенный к пружине жёсткостью 80 Н/м, равномерно движется по окружности в горизонтальной плоскости с угловой скоростью 10 рад/с. При этом пружина составляет угол 60° с вертикалью. Найдите удлинение пружины и длину недеформированной пружины.

27. 5 см; 15 см.

Интересные примеры

Боевое применение конического маятника.

Какие задачи можно поставить?

Можно ли раскручивать пращу так, чтобы горизонтальная плоскость вращения была *выше* руки, держащей пращу?



Нельзя, потому что если плоскость вращения пращи горизонтальна, равнодействующая силы натяжения верёвки и силы тяжести должна быть направлена по *горизонтали*.

С учётом действия направленной *вниз* силы тяжести горизонтальная плоскость вращения может быть только *ниже* руки, держащей пращу.



Праща

Праща применялась в древности повсюду, в Европе — до 16 века.

Стреляли пращурсы — пращники.

Интересно рассчитать «физику пращи».



Максимальная дальность полёта камня — около 250 м.

Пробивал шлем!

При этом плоскость вращения наклонена к горизонту!

Угол, при котором достигается максимальная дальность полёта, равен 45° .

$$l_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{l_{\max} g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{250 \cdot 10} = 50 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}} \right) = 180 \left(\frac{\text{КМ}}{\text{Ч}} \right)$$

С такой скоростью бросить камень рукой невозможно.

Максимальная дальность полёта камня — около 250 м.



$$l_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{l_{\max} g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{250 \cdot 10} = 50 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right) = 180 \left(\frac{\text{км}}{\text{ч}} \right)$$

С какой частотой надо вращать пращу? Длина около 1 м.

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \nu \Rightarrow \nu = \frac{v}{2\pi r} \Rightarrow \nu \approx \frac{50}{6} \approx 8 \frac{1}{\text{с}}$$

Есть видео с пращниками — можно примерно измерить частоту вращения.

Ускорение камня в праще

$$a = \frac{v^2}{r} \approx \frac{50^2}{1} = 2500 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) \approx 250g$$

Максимальная дальность полёта камня — около 250 м.



$$l_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{l_{\max} g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{250 \cdot 10} = 50 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}} \right) = 180 \left(\frac{\text{км}}{\text{ч}} \right)$$

Ускорение камня в праще

$$a = \frac{v^2}{r} \approx \frac{50^2}{1} = 2500 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}^2} \right) \approx 250g$$

С какой силой натянута верёвка?

При $\alpha \approx 90^\circ$ сила натяжения верёвки примерно равна равнодействующей: $F_{\text{нат}} \approx ma$

Использовались камни массой от 100 до 400 г.

Если $m = 200$ г, $a = 2500$ м/с², $F_{\text{нат}} = 500$ Н (вес груза массой 50 кг).

Если $m = 400$ г, $a = 2500$ м/с², $F_{\text{нат}} = 1000$ Н (вес груза массой 100 кг).

Ещё более впечатляющий пример



Метание молота

Рекорд дальности полёта — около 90 м.

Масса шара — около 7 кг.

$$l_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{l_{\max} g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{90 \cdot 10} = 30 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}} \right) = 108 \left(\frac{\text{км}}{\text{ч}} \right)$$

С какой частотой надо вращать молот?

Длина троса около 1 м + длина руки спортсмена =
= около 2 м.

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \nu \Rightarrow \nu = \frac{v}{2\pi r} \Rightarrow \nu \approx \frac{30}{12} \approx 2,5 \frac{1}{\text{с}}$$

С какой силой натянут трос? $m = 7$ кг, $a = 450$ м/с²,

$F_{\text{нат}} = 3150$ Н (вес груза массой больше 300 кг).

Сравнение метода исследования ключевых ситуаций (МИКС) с традиционным подходом к обучению задач

- **Традиционный подход:**
 - ✓ ищем, как выразить *искомую* величину через заданные в условии
 - ✓ это далеко *не всегда очевидно*
 - ✓ поэтому *нет общего алгоритма* решения задач
 - ✓ плохо подходит для *качественных* задач — поэтому они представляют большие трудности для учеников
- **Метод исследования ключевых ситуаций:**
 - ✓ выясняем, *какие законы (закономерности) справедливы для данной ситуации*
 - ✓ *есть общий алгоритм* (снимает стресс из-за неопределённости дальнейших действий)
 - ✓ записываем *уравнения и неравенства* для этих законов (закономерностей)
 - ✓ *ставим задачи*, которые можно решить с помощью этих уравнений (и неравенств)
 - ✓ при исследовании *одной* ключевой ситуации *ставим и решаем много задач*

ПОВОРОТ ТРАНСПОРТА

Почему автомобиль поворачивает, когда водитель поворачивает руль?

Рассмотрим поворот на примере велосипеда.

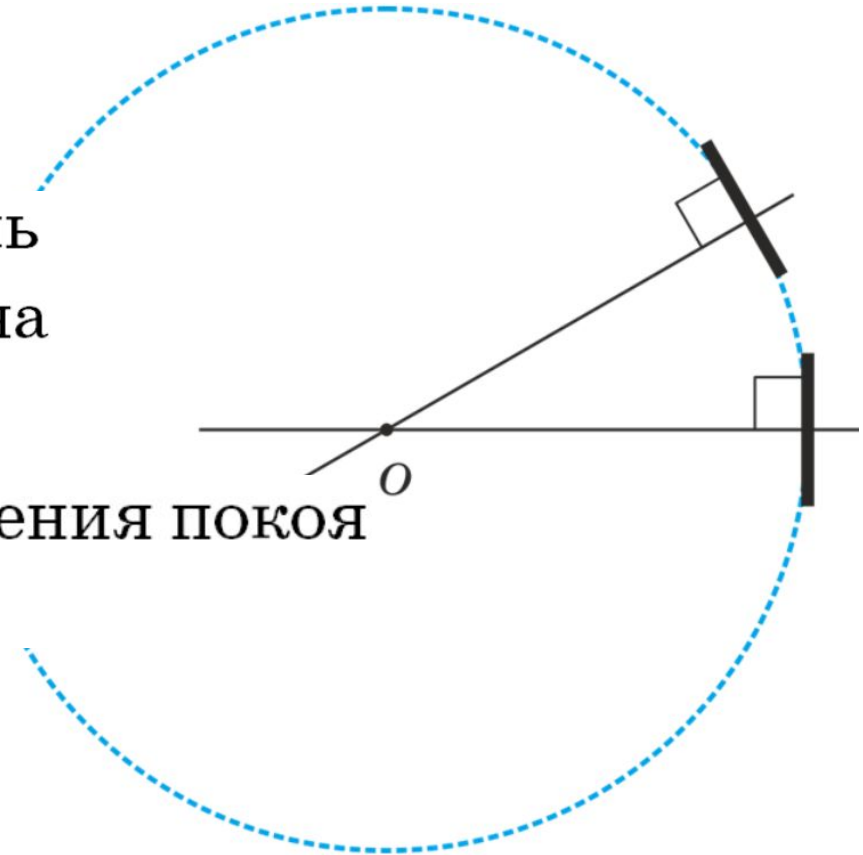
Двигаться вперёд *при отсутствии проскальзывания* велосипед не может из-за силы трения *покоя*.

Оба колеса *катятся без проскальзывания*, если велосипед едет по *дуге окружности*.

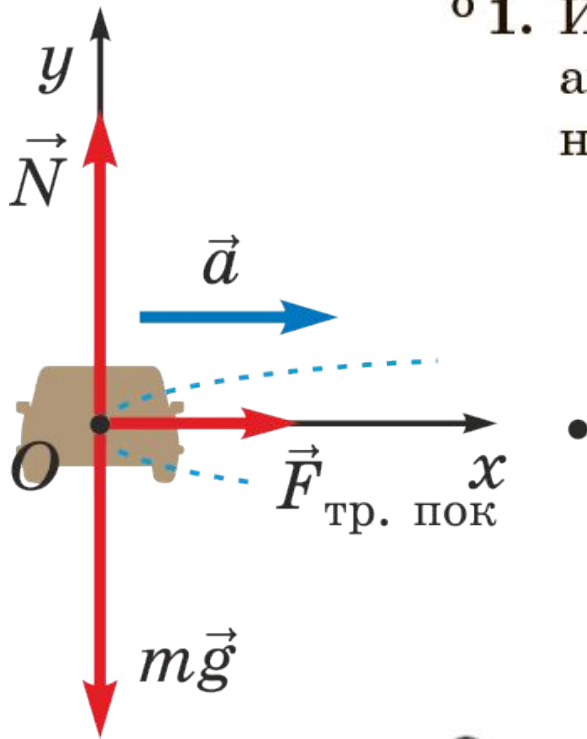
Вывод: именно *сила трения покоя* играет роль равнодействующей при повороте транспорта на горизонтальной дороге.

Поворот происходит при условии, что сила трения покоя намного больше силы трения качения.

(вид сверху).



На скользкой дороге трудно совершить поворот: если коэффициент трения слишком мал, то сила трения недостаточно велика для того, чтобы сообщить автомобилю необходимое центростремительное ускорение.



° 1. Используя рисунок 11.1, запишите второй закон Ньютона для автомобиля в проекциях на показанные на рисунке оси координат в виде системы двух уравнений.

$$1. \begin{cases} O_x: F_{\text{тр. пок}} = \frac{mv^2}{r}; \\ O_y: mg - N = 0. \end{cases}$$

° 2. Запишите неравенство, которому удовлетворяет сила трения по коя.

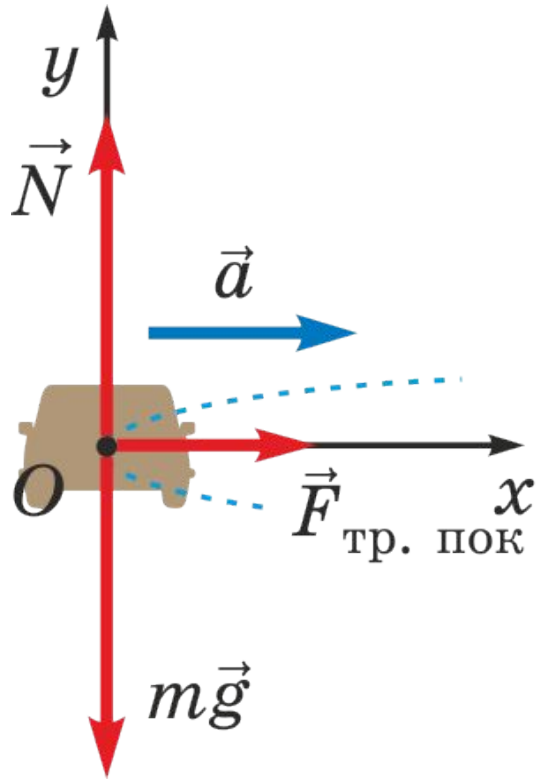
$$2. F_{\text{тр. пок}} \leq \mu N.$$

Отсюда — условие безопасного поворота $\frac{v^2}{r} \leq \mu g$

ИССЛЕДОВАНИЕ СИТУАЦИИ, а не решение расчётной задачи!

Отсюда — условие безопасного поворота $\frac{v^2}{r} \leq \mu g$

- ° 3. Используя это неравенство, запишите:
- неравенство, которому должна удовлетворять скорость автомобиля v при заданных r и μ ;
 - неравенство, которому должен удовлетворять радиус поворота r при заданных v и μ ;
 - неравенство, которому должен удовлетворять коэффициент трения μ при заданных v и r .



• 3. а) $v \leq \sqrt{\mu g r}$. б) $r \geq \frac{v^2}{\mu g}$. в) $\mu \geq \frac{v^2}{r g}$.

- ° 4. Оцените, с какой скоростью (в километрах в час) автомобиль может совершить поворот на перекрестке, двигаясь по дуге окружности радиусом 10 м. Рассмотрите движение автомобиля по сухому асфальту и по льду. Коэффициенты трения возьмите в справочных данных.

Ответы на это задание объясняют, почему водитель притормаживает перед поворотом, особенно на скользкой дороге.

12. На рисунке 11.4 изображены силы, действующие на автомобиль массой m , движущийся со скоростью v и совершающий поворот по радиусу r на *скользком* участке шоссе, наклонённом под углом α к горизонту.

- Все ли действующие на автомобиль силы изображены на рисунке 11.4?
- Запишите уравнение второго закона Ньютона в проекциях на показанные на рисунке 11.4 оси координат в виде системы двух уравнений.
- Выведите из этой системы уравнений соотношение между v , r и α , которое должно выполняться для того, чтобы автомобиль мог совершить поворот.
- Чему равен угол наклона шоссе на повороте радиусом 100 м, если автомобиль, едущий со скоростью 72 км/ч, успешно совершает поворот на скользкой дороге?

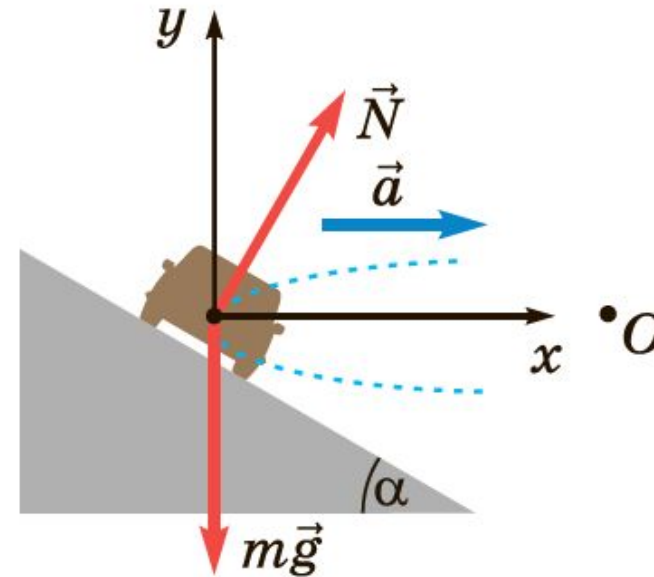


Рис. 11.4

12. а) На

автомобиль в данном случае действуют только сила тяжести и сила нормальной реакции, так как в условии сказано, что участок шоссе *скользкий*: это означает, что трением можно пренебречь. Поэтому на рисунке

изображены *все* действующие на автомобиль силы. б)
$$\begin{cases} O_x: N \sin \alpha = m \frac{v^2}{r}; \\ O_y: N \cos \alpha - mg = 0. \end{cases}$$

в) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{rg}$. г) 22° .

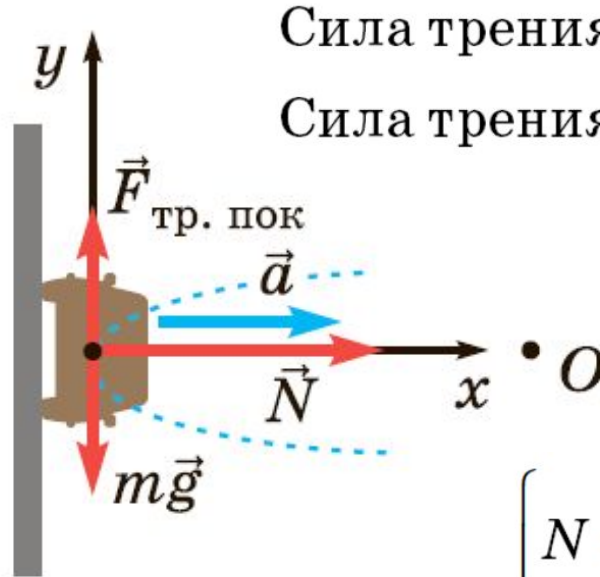
Похожие задачи

13. Угол наклона велотрека на повороте равен 42° , а радиус поворота равен 22 м (рис. 11.5). На какой скорости велосипедист сможет пройти этот поворот, если покрытие велотрека будет скользким — например, после дождя или во время гололёда?



13. 14 м/с.

14. Автомобиль едет по вертикальной стене, имеющей форму цилиндра радиусом 5 м (рис. 11.6). Коэффициент трения между колёсами и стеной равен 0,5. Какова минимально возможная скорость автомобиля? Примите, что автомобиль можно рассматривать как материальную точку.



Сила трения покоя уравновешивает силу тяжести
Сила трения покоя не связана с силой тяжести.

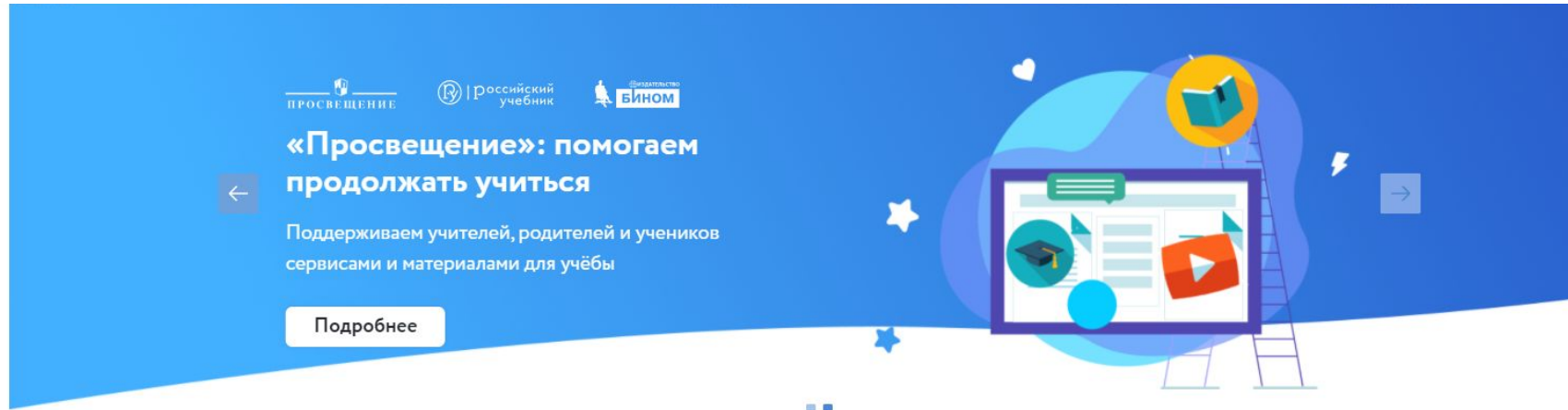
$$\begin{cases} N = \frac{mv^2}{r} \\ F_{\text{тр. пок}} = mg \Rightarrow mg \leq \mu \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v \geq \sqrt{\frac{rg}{\mu}} \\ F_{\text{тр. пок}} \leq \mu N \end{cases}$$

14. 10 м/с.

Сайт Ibz.ru







levgenden@gmail.com

**До новых
встреч!**



 <https://uchitel.club/>

Учителям Школьникам Родителям

 <p>Вебинары Методические вебинары по актуальным темам</p>	 <p>Конференции Конференции с авторами, специалистами-практиками, экспертами</p>	 <p>Рабочие программы Методическое сопровождение урока: программы, разработки, наглядные материалы</p>
 <p>Повышение квалификации Курсы повышения квалификации с выдачей сертификата</p>	 <p>Горячая линия поддержки Методическая поддержка 24/7</p>	 <p>Домашние задания Интерактивные рабочие тетради с автоматической проверкой</p>

- ▶ Портал, на котором собраны материалы в помощь учителям и родителям для организации обучения
- ▶ Консультации при выполнении домашних заданий в видеоформате
- ▶ Обмен лучшими практиками, их апробация и распространение в сотрудничестве с органами управления образованием

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

Хотите купить?

- Оптовые закупки: отдел по работе с государственными заказами тел.: +7 (495) 789-30-40, доб. 41-44, e-mail: GTrofimova@prosv.ru,
- Розница: самостоятельно заказать в нашем интернет-магазине shop.prosv.ru



Группа компаний «Просвещение»

Адрес: 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, подъезд 8, бизнес-центр «Новослободский»

Горячая линия: vopros@prosv.ru