

## Цикл «Трудные вопросы школьного курса физики»

# Конический маятник и поворот транспорта на горизонтальной и наклонной дороге

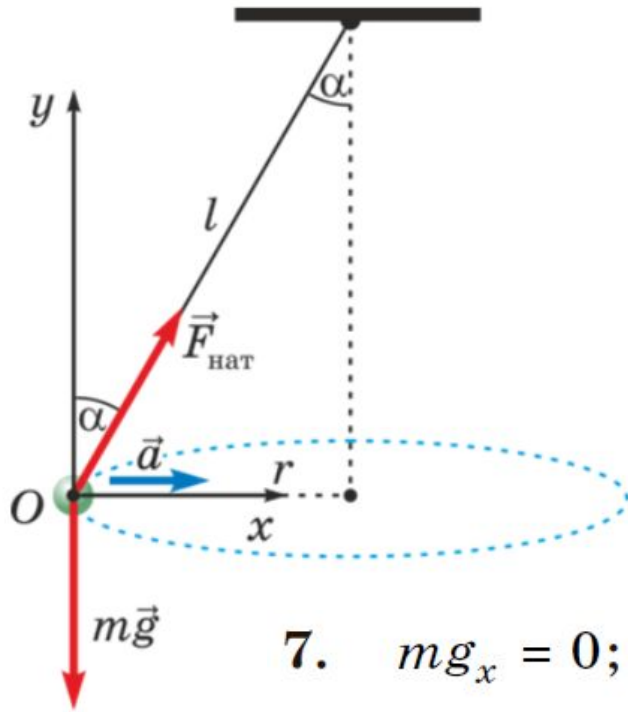
Ведущий автор УМК по физике  
Лев Элевич Генденштейн

## **МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ КЛЮЧЕВЫХ СИТУАЦИЙ:**

**Какие закономерности справедливы для данной ситуации?**

**Какие задачи можно поставить, используя эти закономерности?**

# КОНИЧЕСКИЙ МАЯТНИК



6. На рисунке 11.3 изображены силы, действующие на шарик, равномерно движущийся по окружности в горизонтальной плоскости. Назовите эти силы. Как направлена равнодействующая этих сил?

7. Используя рисунок 11.3, запишите выражения для проекций сил, действующих на шарик, а также для проекций ускорения шарика на эти оси.

**ИССЛЕДОВАНИЕ СИТУАЦИИ, а не решение расчётной задачи!**

7.  $mg_x = 0;$   $mg_y = -mg;$   $F_{\text{нат } x} = F_{\text{нат}} \sin \alpha;$   $F_{\text{нат } y} = F_{\text{нат}} \cos \alpha;$   $a_x = a;$   $a_y = 0.$

8. Запишите второй закон Ньютона для шарика в проекциях на показанные на рисунке 11.3 оси координат в виде системы двух уравнений.

8. 
$$\begin{cases} Ox: F_{\text{нат}} \sin \alpha = m \frac{v^2}{l \sin \alpha}; \\ Oy: F_{\text{нат}} \cos \alpha - mg = 0. \end{cases}$$

С помощью полученной системы двух уравнений можно выразить любые две входящие в них величины через остальные.

$$8. \begin{cases} O_x: F_{\text{нат}} \sin \alpha = m \frac{v^2}{l \sin \alpha}; \\ O_y: F_{\text{нат}} \cos \alpha - mg = 0. \end{cases}$$

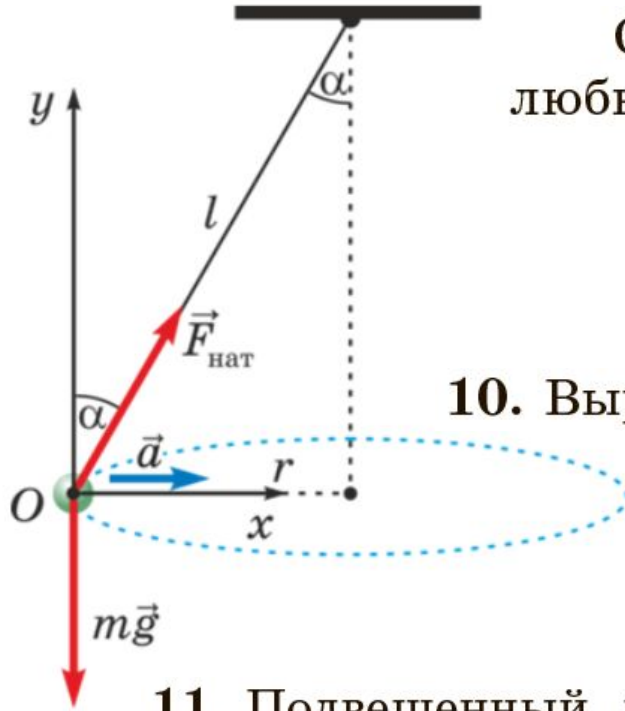
С помощью полученной системы двух уравнений можно выразить любые две входящие в них величины через остальные.

### Какие задачи можно поставить?

9. Выразите  $F_{\text{нат}}$  и  $v$  через  $m$ ,  $l$  и  $\alpha$ . 9.  $F_{\text{нат}} = \frac{mg}{\cos \alpha}$ ;

10. Выразите период обращения шарика  $T$  через  $l$  и  $\alpha$ . 10.  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}}$ .

Если  $\alpha$  мало,  $\cos \alpha \rightarrow 1$ , поэтому  $T \rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  период малых колебаний



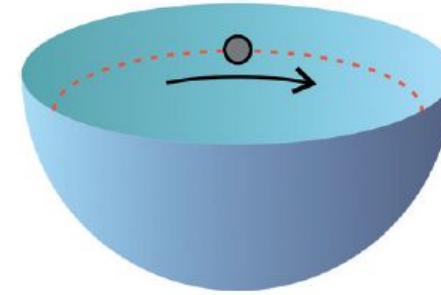
11. Подвешенный на нити длиной 50 см груз массой 100 г равномерно движется по окружности в горизонтальной плоскости. Сила натяжения нити равна 2 Н.

- На какой угол отклонена нить от вертикали?
- Чему равен радиус окружности?
- Чему равна скорость груза?
- Чему равен период обращения груза?

11. а)  $60^\circ$ . б) 43 см. в) 2,74 м/с. г) 1 с.

В следующей ситуации главное — «узнать» конический маятник, хотя в описании речь идёт о полусфере.

**15.** Небольшая шайба массой  $m = 50$  г равномерно движется со скоростью  $2$  м/с по горизонтальной окружности радиусом  $r = 20$  см внутри *гладкой* полусферы (рис. 11.7).

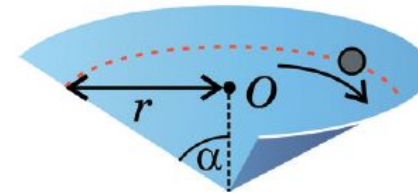


**Рис. 11.7**

- а) Изобразите на чертеже все силы, действующие на шайбу. Какая из этих сил играет роль силы натяжения нити для конического маятника?
- б) Чему равно ускорение шайбы?
- в) Чему равен угол между действующей на шайбу силой нормальной реакции и вертикалью?
- г) Чему равна действующая на шайбу сила нормальной реакции?
- д) Чему равен радиус *полусферы*?
- е) Чему равна частота обращения шайбы?

Похожая задача

**16.** Небольшая шайба движется по горизонтальной окружности радиусом  $r = 30$  см по *гладкой* внутренней поверхности *конуса* (рис. 11.8). Угол между образующей конуса и вертикалью  $\alpha = 60^\circ$ . Чему равен период обращения шайбы  $T$ ?



**Рис. 11.8**

## Высокий уровень

24. Маленький шарик массой  $m = 10$  г подвешен на лёгкой нити, направленной по касательной к гладкой полушфере, как показано на рисунке 11.9. Угол  $\alpha = 30^\circ$ , радиус полушферы  $R = 0,1$  м. Когда шарiku сообщили горизонтальную скорость  $v = 0,5$  м/с, он стал равномерно двигаться по окружности в горизонтальной плоскости, не отрываясь от полушферы.

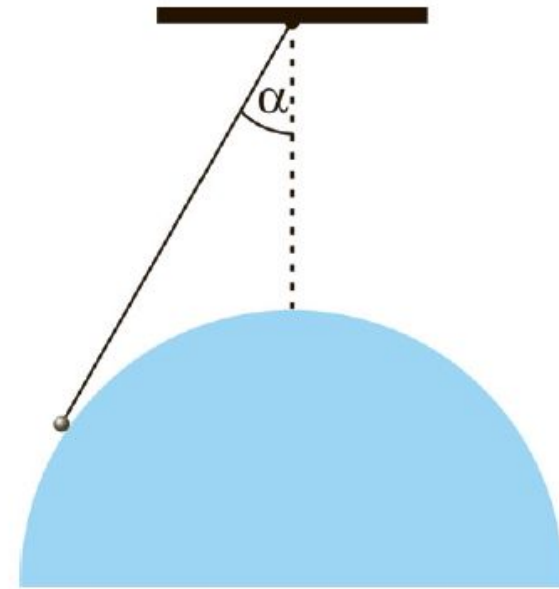


Рис. 11.9

- Чему равна сила, с которой шарик давит на полушферу?
- Какую минимальную скорость надо сообщить шарiku, чтобы он перестал давить на полушферу?

24. а)  $N = m \left( g \sin \alpha - \frac{v^2}{R} \right) = 25 \text{ мН.}$  б)  $v_{\min} = \sqrt{gR \sin \alpha} = 0,71 \text{ м/с.}$

26. На внутренней поверхности конуса, образующая которого составляет угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом, лежит маленький брусок (рис. 11.10). Конус равномерно вращается вокруг вертикальной оси. Расстояние от бруска до оси вращения<sup>1)</sup>  $r = 0,1$  м, коэффициент трения между бруском и поверхностью конуса  $\mu = 0,3$ .

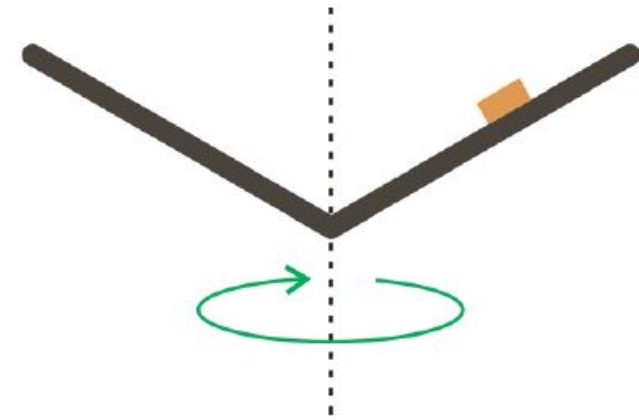


Рис. 11.10

- С какой частотой  $\nu_0$  должен вращаться конус, чтобы сила трения, действующая на брусок, была равна нулю?
- При какой *минимальной* частоте вращения конуса брусок может покоиться относительно него?
- При какой *максимальной* частоте вращения конуса брусок может покоиться относительно него?

$$26. \text{ а) } \nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g \operatorname{tg} \alpha}{r}} = 1,21 \frac{1}{\text{с}}. \quad \text{ б) } \nu_{\min} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{r(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}} = 0,77 \frac{1}{\text{с}}.$$

$$\text{ в) } \nu_{\max} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{r(\cos \alpha - \mu \sin \alpha)}} = 1,64 \frac{1}{\text{с}}.$$

**27.** Шарик массой 200 г, подвешенный к пружине жёсткостью 80 Н/м, равномерно движется по окружности в горизонтальной плоскости с угловой скоростью 10 рад/с. При этом пружина составляет угол  $60^\circ$  с вертикалью. Найдите удлинение пружины и длину недеформированной пружины.

**27.** 5 см; 15 см.



## Интересные примеры

Боевое применение конического маятника.

### Какие задачи можно поставить?

Можно ли раскручивать пращу так, чтобы горизонтальная плоскость вращения была *выше* руки, держащей пращу?



Нельзя, потому что если плоскость вращения пращи горизонтальна, равнодействующая силы натяжения верёвки и силы тяжести должна быть направлена по *горизонтали*.

С учётом действия направленной *вниз* силы тяжести горизонтальная плоскость вращения может быть только *ниже* руки, держащей пращу.



Праща

Праща применялась в древности повсюду, в Европе — до 16 века.

Стреляли пращурсы — пращники.

## Интересно рассчитать «физику пращи».



Максимальная дальность полёта камня — около 250 м.

**Пробивал шлем!**

При этом плоскость вращения наклонена к горизонту!

Угол, при котором достигается максимальная дальность полёта, равен  $45^\circ$ .

$$l_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{l_{\max} g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{250 \cdot 10} = 50 \left( \frac{\text{М}}{\text{с}} \right) = 180 \left( \frac{\text{КМ}}{\text{Ч}} \right)$$

С такой скоростью бросить камень рукой невозможно.

Максимальная дальность полёта камня — около 250 м.



$$l_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{l_{\max} g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{250 \cdot 10} = 50 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}} \right) = 180 \left( \frac{\text{км}}{\text{ч}} \right)$$

С какой частотой надо вращать пращу? Длина около 1 м.

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \nu \Rightarrow \nu = \frac{v}{2\pi r} \Rightarrow \nu \approx \frac{50}{6} \approx 8 \frac{1}{\text{с}}$$

Есть видео с пращниками — можно примерно измерить частоту вращения.

Ускорение камня в праще

$$a = \frac{v^2}{r} \approx \frac{50^2}{1} = 2500 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) \approx 250g$$

Максимальная дальность полёта камня — около 250 м.



$$l_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{l_{\max} g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{250 \cdot 10} = 50 \left( \frac{\text{М}}{\text{с}} \right) = 180 \left( \frac{\text{км}}{\text{ч}} \right)$$

Ускорение камня в праще

$$a = \frac{v^2}{r} \approx \frac{50^2}{1} = 2500 \left( \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \right) \approx 250g$$

С какой силой натянута верёвка?

При  $\alpha \approx 90^\circ$  сила натяжения верёвки примерно равна равнодействующей:  $F_{\text{нат}} \approx ma$

Использовались камни массой от 100 до 400 г.

Если  $m = 200$  г,  $a = 2500$  м/с<sup>2</sup>,  $F_{\text{нат}} = 500$  Н (вес груза массой 50 кг).

Если  $m = 400$  г,  $a = 2500$  м/с<sup>2</sup>,  $F_{\text{нат}} = 1000$  Н (вес груза массой 100 кг).

# Ещё более впечатляющий пример



**Метание молота**

Рекорд дальности полёта — около 90 м.

Масса шара — около 7 кг.

$$l_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{l_{\max} g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{90 \cdot 10} = 30 \left( \frac{\text{М}}{\text{с}} \right) = 108 \left( \frac{\text{КМ}}{\text{Ч}} \right)$$

С какой частотой надо вращать молот?

Длина троса около 1 м + длина руки спортсмена =  
= около 2 м.

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \nu \Rightarrow \nu = \frac{v}{2\pi r} \Rightarrow \nu \approx \frac{30}{12} \approx 2,5 \frac{1}{\text{с}}$$

С какой силой натянут трос?  $m = 7$  кг,  $a = 450$  м/с<sup>2</sup>,

$F_{\text{нат}} = 3150$  Н (вес груза массой больше 300 кг).

## Сравнение метода исследования ключевых ситуаций (МИКС) с традиционным подходом к обучению задач

- **Традиционный подход:**
  - ✓ ищем, как выразить *искомую* величину через заданные в условии
  - ✓ это далеко *не всегда очевидно*
  - ✓ поэтому *нет общего алгоритма* решения задач
  - ✓ плохо подходит для *качественных* задач — поэтому они представляют большие трудности для учеников
- **Метод исследования ключевых ситуаций:**
  - ✓ выясняем, *какие законы (закономерности) справедливы для данной ситуации*
  - ✓ *есть общий алгоритм* (снимает стресс из-за неопределённости дальнейших действий)
  - ✓ записываем *уравнения и неравенства* для этих законов (закономерностей)
  - ✓ *ставим задачи*, которые можно решить с помощью этих уравнений (и неравенств)
  - ✓ при исследовании *одной* ключевой ситуации *ставим и решаем много задач*

# ПОВОРОТ ТРАНСПОРТА

*Почему* автомобиль поворачивает, когда водитель поворачивает руль?

Рассмотрим поворот на примере велосипеда.

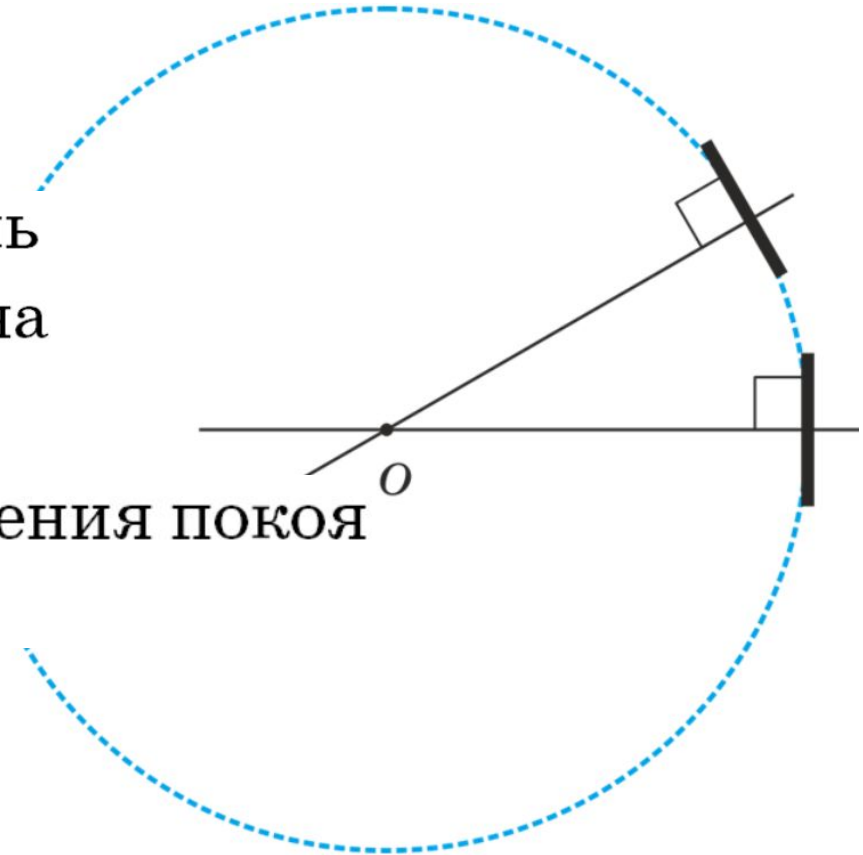
Двигаться вперёд *при отсутствии проскальзывания* велосипед не может из-за силы трения *покоя*.

Оба колеса *катятся без проскальзывания*, если велосипед едет по *дуге окружности*.

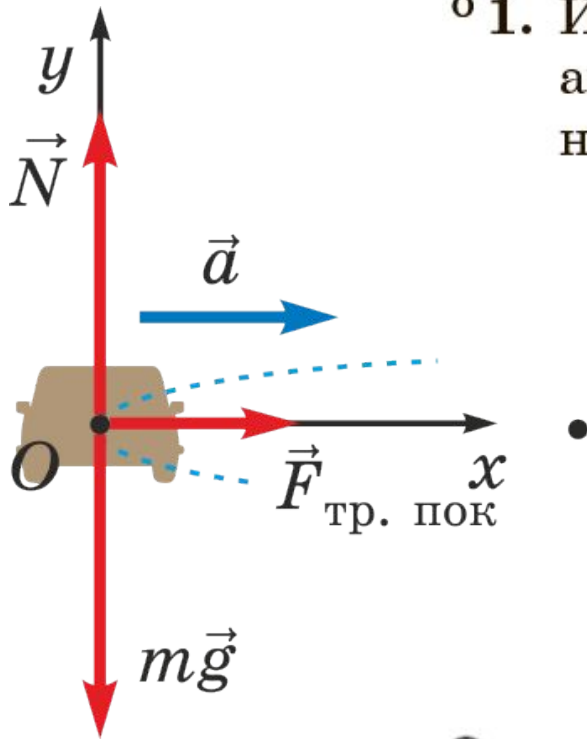
Вывод: именно *сила трения покоя* играет роль равнодействующей при повороте транспорта на горизонтальной дороге.

Поворот происходит при условии, что сила трения покоя намного больше силы трения качения.

(вид сверху).



На скользкой дороге трудно совершить поворот: если коэффициент трения слишком мал, то сила трения недостаточно велика для того, чтобы сообщить автомобилю необходимое центростремительное ускорение.



° 1. Используя рисунок 11.1, запишите второй закон Ньютона для автомобиля в проекциях на показанные на рисунке оси координат в виде системы двух уравнений.

$$1. \begin{cases} O_x: F_{\text{тр. пок}} = \frac{mv^2}{r}; \\ O_y: mg - N = 0. \end{cases}$$

° 2. Запишите неравенство, которому удовлетворяет сила трения по кося.

$$2. F_{\text{тр. пок}} \leq \mu N.$$

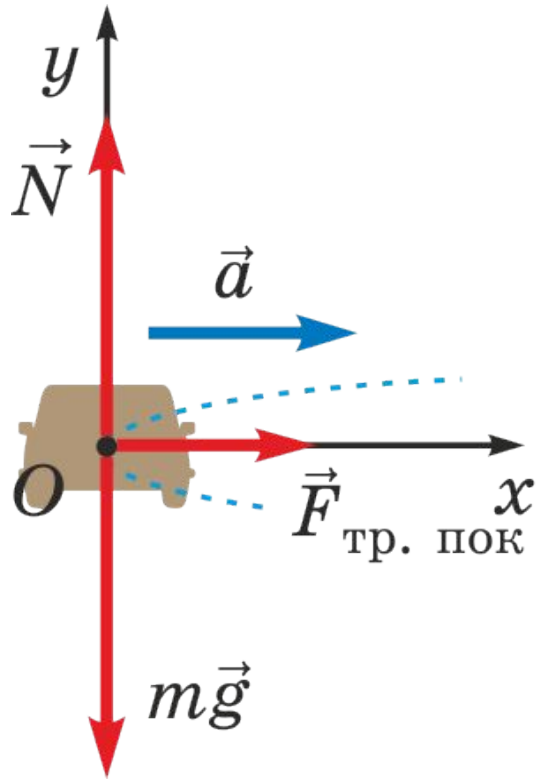
Отсюда — условие безопасного поворота  $\frac{v^2}{r} \leq \mu g$

**ИССЛЕДОВАНИЕ СИТУАЦИИ, а не решение расчётной задачи!**



Отсюда — условие безопасного поворота  $\frac{v^2}{r} \leq \mu g$

3. Используя это неравенство, запишите:
- неравенство, которому должна удовлетворять скорость автомобиля  $v$  при заданных  $r$  и  $\mu$ ;
  - неравенство, которому должен удовлетворять радиус поворота  $r$  при заданных  $v$  и  $\mu$ ;
  - неравенство, которому должен удовлетворять коэффициент трения  $\mu$  при заданных  $v$  и  $r$ .



3. а)  $v \leq \sqrt{\mu g r}$ . б)  $r \geq \frac{v^2}{\mu g}$ . в)  $\mu \geq \frac{v^2}{r g}$ .

4. Оцените, с какой скоростью (в километрах в час) автомобиль может совершить поворот на перекрестке, двигаясь по дуге окружности радиусом 10 м. Рассмотрите движение автомобиля по сухому асфальту и по льду. Коэффициенты трения возьмите в справочных данных.

Ответы на это задание объясняют, почему водитель притормаживает перед поворотом, особенно на скользкой дороге.

12. На рисунке 11.4 изображены силы, действующие на автомобиль массой  $m$ , движущийся со скоростью  $v$  и совершающий поворот по радиусу  $r$  на *скользком* участке шоссе, наклонённом под углом  $\alpha$  к горизонту.

- Все ли действующие на автомобиль силы изображены на рисунке 11.4?
- Запишите уравнение второго закона Ньютона в проекциях на показанные на рисунке 11.4 оси координат в виде системы двух уравнений.
- Выведите из этой системы уравнений соотношение между  $v$ ,  $r$  и  $\alpha$ , которое должно выполняться для того, чтобы автомобиль мог совершить поворот.
- Чему равен угол наклона шоссе на повороте радиусом 100 м, если автомобиль, едущий со скоростью 72 км/ч, успешно совершает поворот на скользкой дороге?

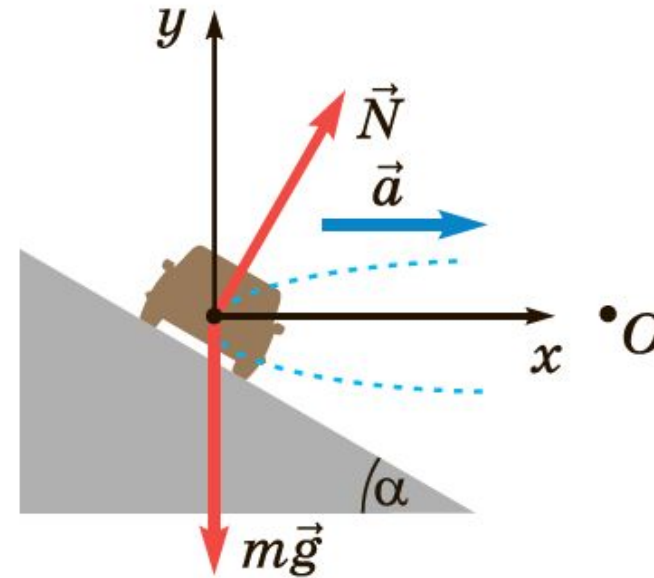


Рис. 11.4

**12. а) На**

автомобиль в данном случае действуют только сила тяжести и сила нормальной реакции, так как в условии сказано, что участок шоссе *скользкий*: это означает, что трением можно пренебречь. Поэтому на рисунке

изображены *все* действующие на автомобиль силы. б) 
$$\begin{cases} O_x: N \sin \alpha = m \frac{v^2}{r}; \\ O_y: N \cos \alpha - mg = 0. \end{cases}$$

в)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{rg}$ . г)  $22^\circ$ .

## Похожие задачи

**13.** Угол наклона велотрека на повороте равен  $42^\circ$ , а радиус поворота равен 22 м (рис. 11.5). На какой скорости велосипедист сможет пройти этот поворот, если покрытие велотрека будет скользким — например, после дождя или во время гололёда?



**13.** 14 м/с.

14. Автомобиль едет по вертикальной стене, имеющей форму цилиндра радиусом 5 м (рис. 11.6). Коэффициент трения между колёсами и стеной равен 0,5. Какова минимально возможная скорость автомобиля? Примите, что автомобиль можно рассматривать как материальную точку.



Сила трения покоя уравновешивает силу тяжести  
Сила трения покоя не связана с силой тяжести.

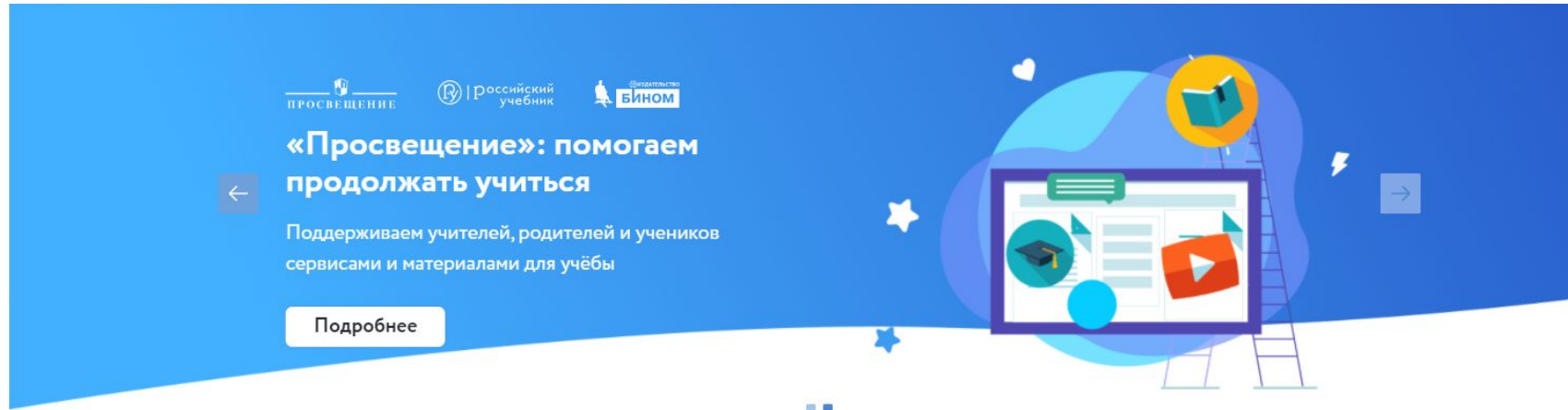
$$\begin{cases} N = \frac{mv^2}{r} \\ F_{\text{тр. пок}} = mg \Rightarrow mg \leq \mu \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v \geq \sqrt{\frac{rg}{\mu}} \\ F_{\text{тр. пок}} \leq \mu N \end{cases}$$

14. 10 м/с.

# Сайт [Ibz.ru](http://Ibz.ru)







[levgenden@gmail.com](mailto:levgenden@gmail.com)

**До новых  
встреч!**



 <https://uchitel.club/>

Учителям   Школьникам   Родителям

 <p><b>Вебинары</b> Методические вебинары по актуальным темам</p>	 <p><b>Конференции</b> Конференции с авторами, специалистами-практиками, экспертами</p>	 <p><b>Рабочие программы</b> Методическое сопровождение урока: программы, разработки, наглядные материалы</p>
 <p><b>Повышение квалификации</b> Курсы повышения квалификации с выдачей сертификата</p>	 <p><b>Горячая линия поддержки</b> Методическая поддержка 24/7</p>	 <p><b>Домашние задания</b> Интерактивные рабочие тетради с автоматической проверкой</p>

- ▶ Портал, на котором собраны материалы в помощь учителям и родителям для организации обучения
- ▶ Консультации при выполнении домашних заданий в видеоформате
- ▶ Обмен лучшими практиками, их апробация и распространение в сотрудничестве с органами управления образованием

# СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

## Хотите купить?

- Оптовые закупки: отдел по работе с государственными заказами тел.: +7 (495) 789-30-40, доб. 41-44, e-mail: [GTrofimova@prosv.ru](mailto:GTrofimova@prosv.ru),
- Розница: самостоятельно заказать в нашем интернет-магазине [shop.prosv.ru](http://shop.prosv.ru)



**Группа компаний «Просвещение»**

Адрес: 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, подъезд 8, бизнес-центр «Новослободский»

Горячая линия: [vopros@prosv.ru](mailto:vopros@prosv.ru)