Московский Государственный Университет
им. М.В. Ломоносова
Геологический факультет
кафедра сейсмометрии и геоакустики

Использование вейвлетов в малоглубинной геофизике

Москва
31.10.2017

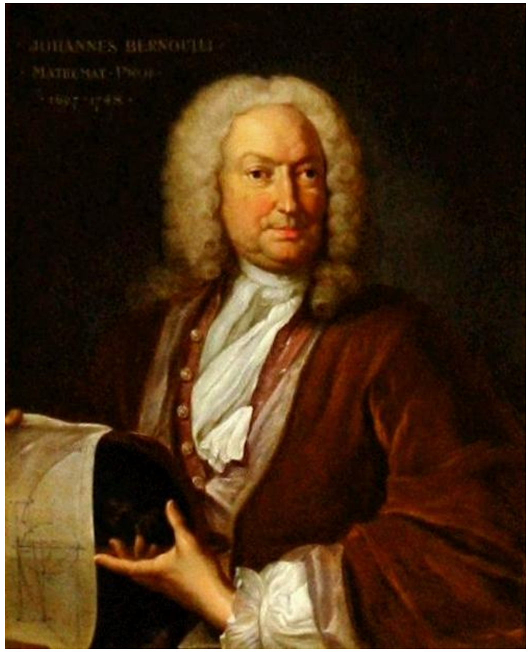
Презентацию подготовил студент 410 группы Шушкевич Н.Ю.

План выступления

- История и предпосылки к созданию вейвлет-преобразования
- Определение вейвлет-преобразования, его разновидности.Теория
- Практические примеры использования вейвлет-преобразования в сейсморазведке
- Выводы
- Список используемых материалов

История и предпосылки к созданию вейвлет-преобразования

- История спектрального анализа начинается с И. Бернулли, Эйлера и Ж. Фурье, который построил теорию разложения функций в тригонометрические ряды.



Иоганн Бернулли (1667 – 1748)

Леонард Эйлер (1707 – 1783)

Жан Батист Жозеф Фурье 1768 – 1830)

История и предпосылки к созданию вейвлет-преобразования

- Преобразование Фурье разлагает произвольный процесс на элементарные гармонические колебания с различными частотами, а все необходимые свойства и формулы выражаются с помощью одной базисной функции exp(jwt) или двух действительных функций sin(wt) и cos(wt).

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{izx} f(x) dx \text{ (прямое)}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-izx} F(z) dz \text{ (обратное)}$$

Определение вейвлет-преобразования, его разновидности. Теория.

- Базисная функция вейвлет – это некоторое "короткое" колебание
- Понятие частоты спектрального анализа здесь заменено масштабом, и, чтобы перекрыть "короткими колебаниями" всю временную ось, введен сдвиг функций во времени.
- Базисные функции – это функции вида:

$\psi(\frac{t-\tau}{s})$, где τ– сдвиг, s - масштаб

- **Семейство вейвлетов как во временной, так и в частотной области, используется для представления функций в виде суперпозиции вейвлетов на разных масштабных уровнях разложения сигналов.**

Определение вейвлет-преобразования, его разновидности. Теория.

Непрерывное вейвлет-преобразование (CWT)

Это преобразование отображает данную вещественную функцию *x(t)*, определенную на временной оси в функцию

$$y(\tau, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^*\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \mathrm{dt}$$

где *Ψ(t)* -дочерний вейвлет

Искомая функция может быть восстановлена с помощью обратного преобразования

$$x(t) = \frac{1}{C_\psi} \iint_{-\infty}^{+\infty} y(\tau, s) \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \mathrm{d}\tau d\frac{s}{s^2}$$

Где $C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\psi(\xi)|^2}{|\xi|} \mathrm{d}\xi$ - постоянная допустимости, а $\psi(\xi)$ - преобразование Фурье от ψ

Для успешности обратного преобразования постоянная допустимости должна удовлетворять критерию допустимости

$$C_\psi < +\infty$$

Определение вейвлет-преобразования, его разновидности. Теория.

Дискретное вейвлет-преобразование (DWT)

В данном преобразовании вейвлеты представлены дискретными сигналами.

Пусть есть сигнал x. Его дискретное вейвлет преобразование можно найти по формуле:

$$y[n] = (x * g)[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)g[n-k]$$

Одновременно сигнал раскладывается с помощью высокочастотного (hight-pass) фильтра h.

В результате получаем:

1. Коэффициенты аппроксимации (после НЧ-фильтра)
2. Детализирующие коэффициенты (после ВЧ-фильтра)

Так как половина частотного диапазона сигнала была отфильтрована, то согласно теореме Котельниеова, отсчеты сигналов можно проредить в 2 раза:

$$y_{low}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]g[2n-k]$$

$$y_{hight}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[2n-k]$$

Определение вейвлет-преобразования, его разновидности. Теория.

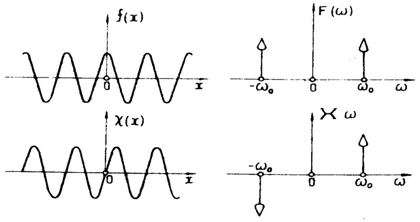
Дискретное вейвлет-преобразование (DWT)

- Приведенное выше разложение вдвое уменьшает разрешение по времени в силу прореживания сигнала. Каждый из получившихся сигналов представляет половину частотной полосы исходного сигнала, так что частотное разрешение удвоилось.
- Выше было приведено формальное определение. Однако, на практике используют менее строгие с математической точки зрения, но более быстрые и легкореализуемые алгоритмы. Примером может служить оператор прореживания.

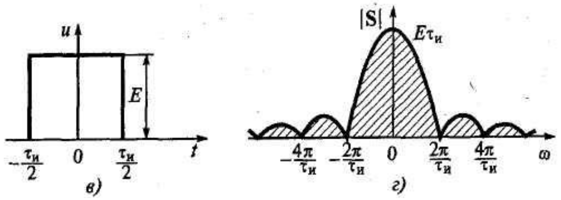
Определение вейвлет-преобразования, его разновидности. Теория.

Принцип вейвлет преобразования

- Гармонические функции локализованы в частотной области и нелокализованы во временной, а Импульсные функции локализованы во временной области и нелокализованы в частотной.

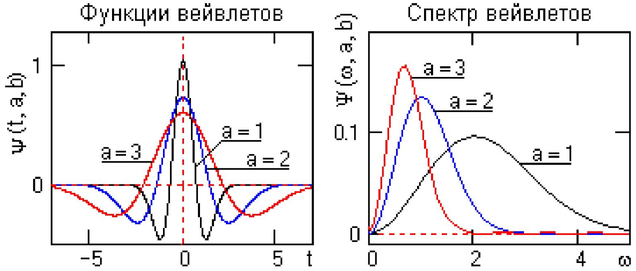


Гармонические функции и их спектр



Импульсная функция и ее спектр

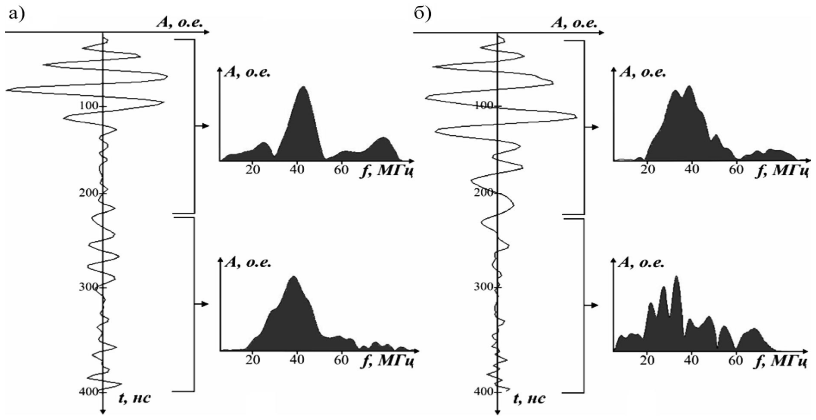
- Вейвлеты по локализации занимают промежуточное положение: они должны быть локализированы как во временной, так и в частотной области. Чем точнее производится локализация временного положения функции, тем шире становится ее спектр и наоборот. Это имеет название – **принцип неопределенн**ости.



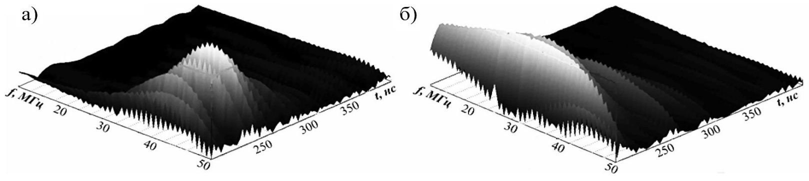
Функции вейвлетов и их спектры

Практические примеры использования вейвлет-преобразования в сейсморазведке

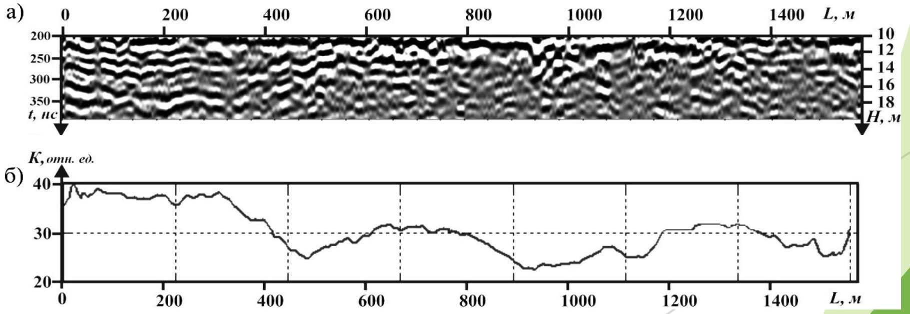
Георадиолокация



Георадиолокационные трассы и результаты оконного преобразования ***Фурье:*** а) породы с ненарушенной слоистой структурой, б) породы с высокой электро- проводимостью



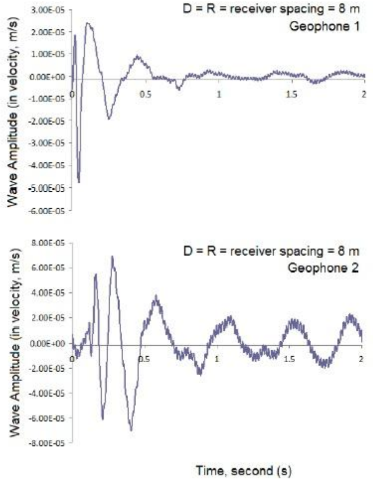
Вейвлет-спектры нижних частей георадиолокационных трасс (200–400 нс), представленных на рисунке слева



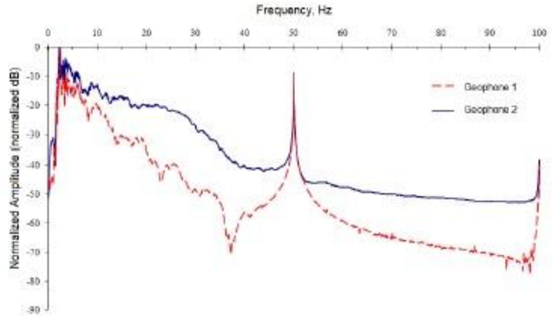
Фрагмент георадиолокационного разреза (а) и его оценка на основе НВП (б)

Практические примеры использования вейвлет-преобразования в сейсморазведке

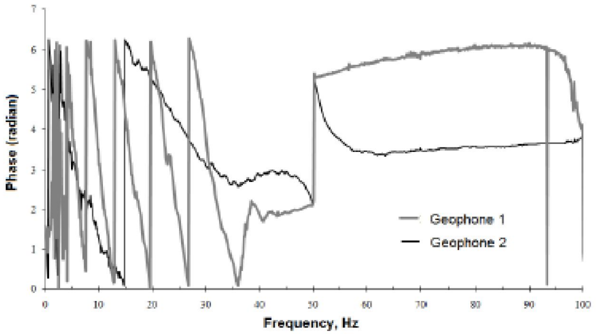
SASW (Spectrum Analysis of Surface Waves)



Сейсмотрассы, полученные на 8 м. расстановки



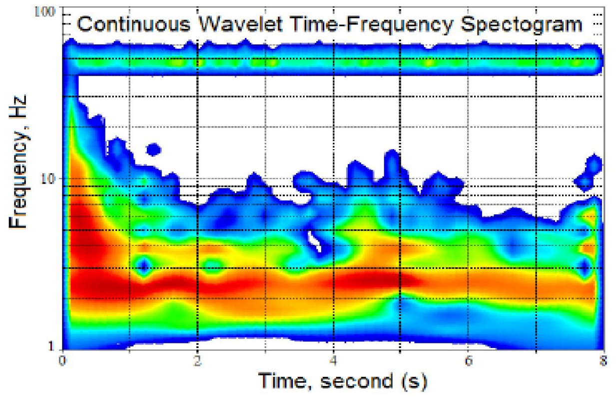
БПФ сигнала, полученного на 8 м. расстановки



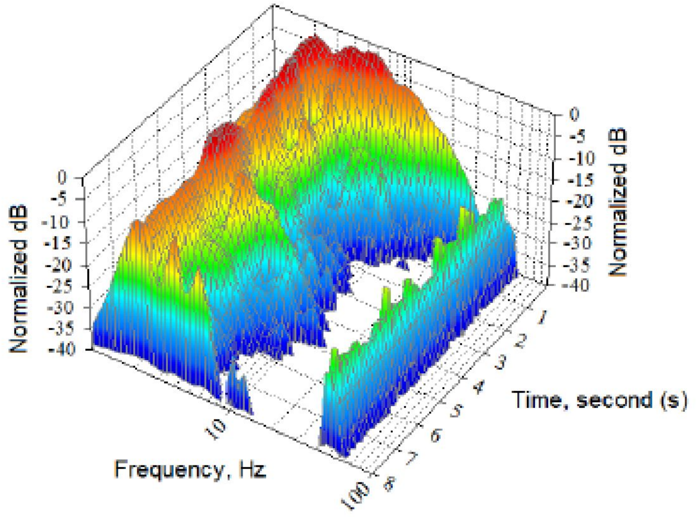
Зависимость фазы от частоты для приемников на 8 м. расстановки.

Практические примеры использования вейвлет-преобразования в сейсморазведке

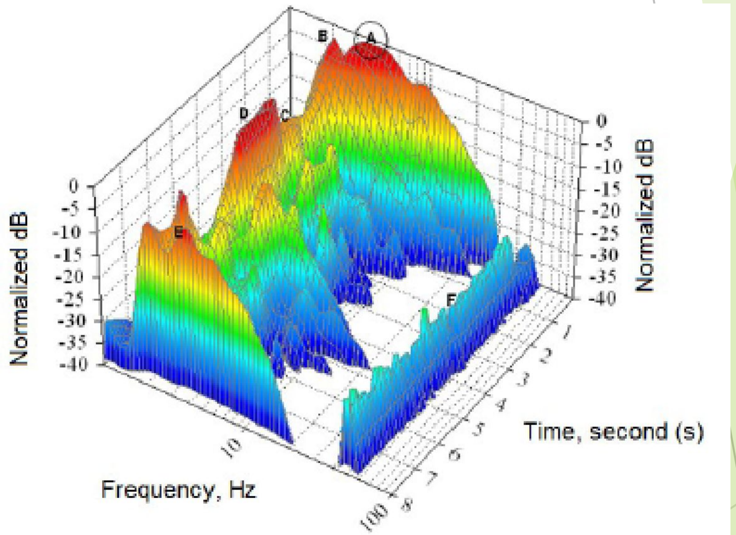
SASW (Spectrum Analysis of Surface Waves)



Временно-частотная спектрограмма непрерывного вейвлет-преобразования



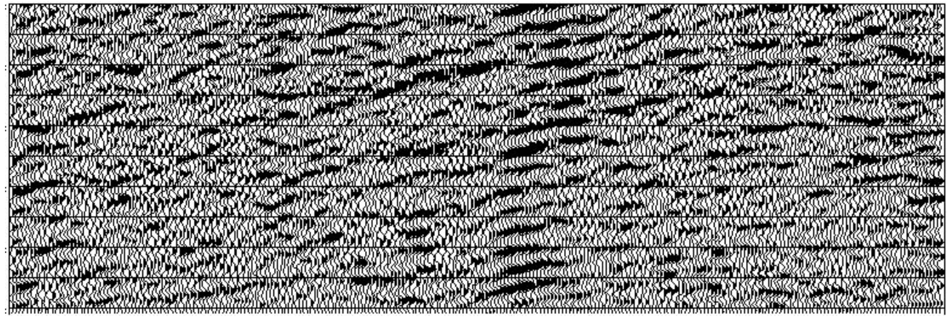
Спектрограмма сигнала с 1 приемника после применения CWT



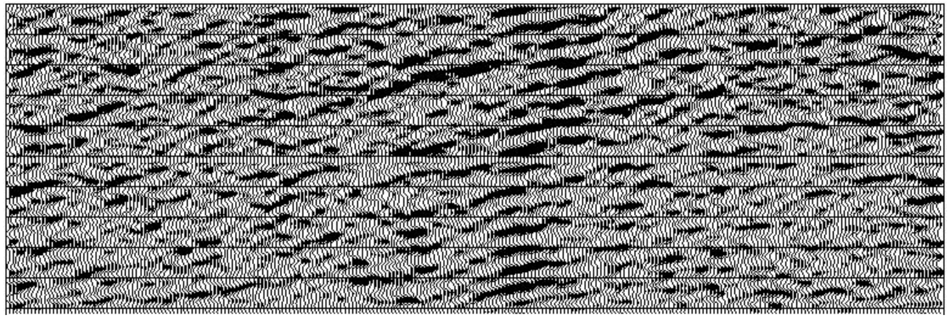
Спектрограмма сигнала с 1 приемника после применения CWT

Практические примеры использования вейвлет-преобразования в сейсморазведке

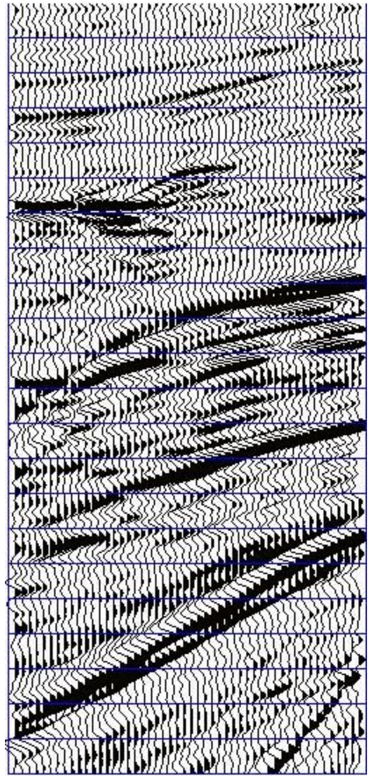
- **Два случая применения вейвлет-преобразования при обработке сейсмических данных**



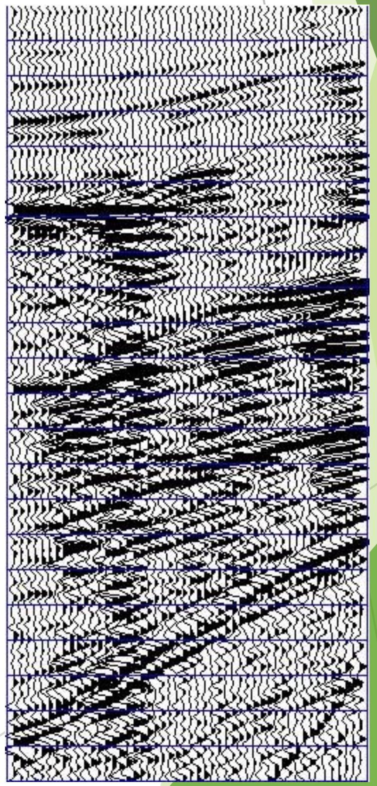
До применения преобразования



После применения преобразования



До применения преобразования



После применения преобразования

Вопросы к зачету:

- 1) Когда появился вейвлет-анализ, в связи с чем и когда он получил широкое распространение?
- 2) Что такое масштаб и что такое сдвиг в вейвлет-преобразовании?
- 3) Что называется принципом неопределенности в вейвлет-анализе? (с точки зрения локализации)

Список используемых материалов

- Успехи и перспективы приенения вейвлетных преобразований для анализа нестационарных нелинейных данных в современной геофизике., А.Е. Филатова, А.Е.Артемьев и др. 2010 г.
- Вейвлет-критерий для анализа данных георадиолокационного мерзлого массива., К.О. Соколов 2014 г.
- Серия лекций А.В. Давыдова «Вейвлетные преобразования сигналов» 2004 г.
- Characterizing seismic time series using the descrete wavelet transform, H.J. Grubb., A.T. Walden 2013
- Research of WSASW Application for Soil Dynamic Properties in Soft Soil Investigation at Kelang, Malaysia

Спасибо за внимание!!!