Оглавление

Задача № 1.21 .....…… 3
Задача № 1.22 ……

Задача № 1.21

В окружность, диаметр которой равен √12, вписан правильный треугольник. На его высоте как на стороне построен другой правильный треугольник в который вписана новая окружность. Найдите радиус этой окружности.

Дано:

Окружность $D=\sqrt{12}$

$\triangle$ *ABC- правильный* $\triangle$

CD – высота

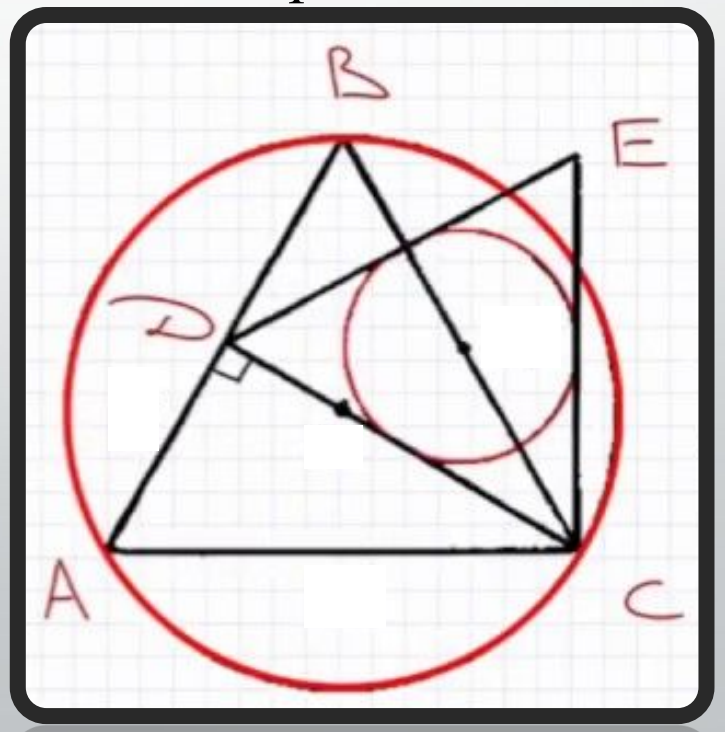
$\triangle$*CDE-правильный* $\triangle$

Окружность вписанная в $\triangle$*CDE*

r-радиус

Найти: r

Чертеж:



Решение:

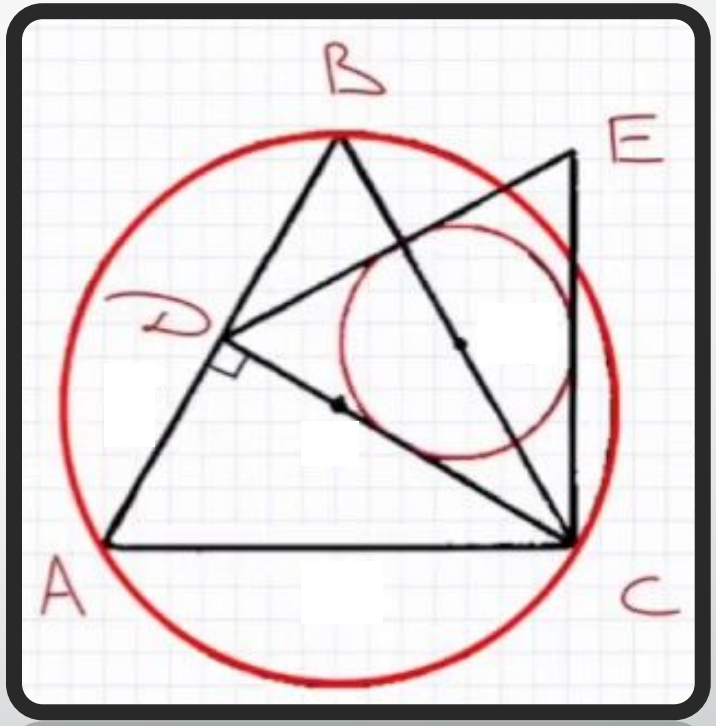
$$R = \frac{\sqrt{12}}{2}$$

$$\triangle ABC: \; AB = R\sqrt{3} = \frac{\sqrt{12}}{2} \cdot \sqrt{3} = 3$$

$$CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \sqrt{3^2 - 1{,}5^2} = \underline{1{,}5\sqrt{3}}$$

Радиус r вписанной окружности :

$$\mathrm{r} = \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{1{,}5\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{6} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$



Ответ: 0,75

Задача № 1.22

В равносторонний треугольник вписана окружность. Этой окружности и сторон треугольника касаются три малые окружности . Найти сторону треугольника, если радиус малой окружности равен r.

Дано:

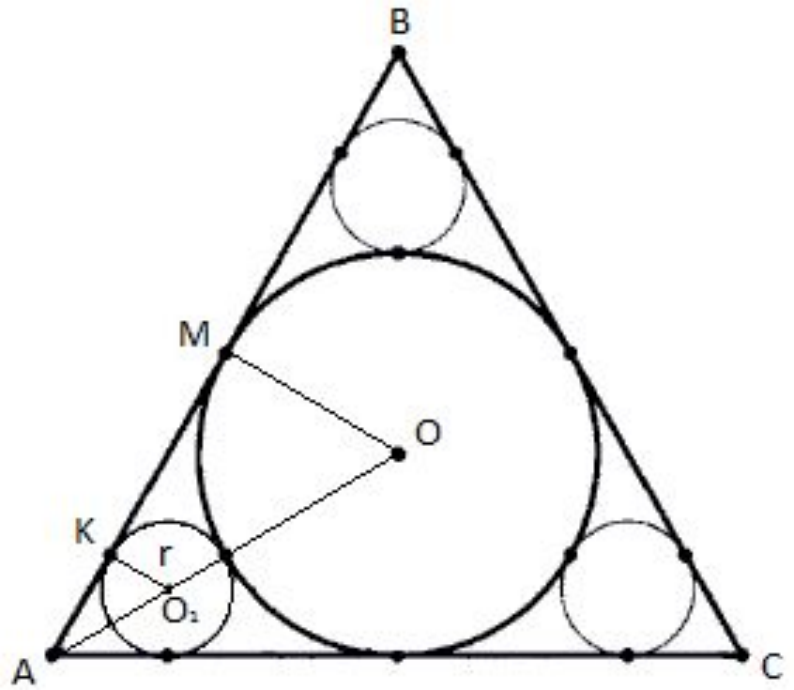
△ ABC-равносторонний △

Окружность R=OM вписана в △ABC

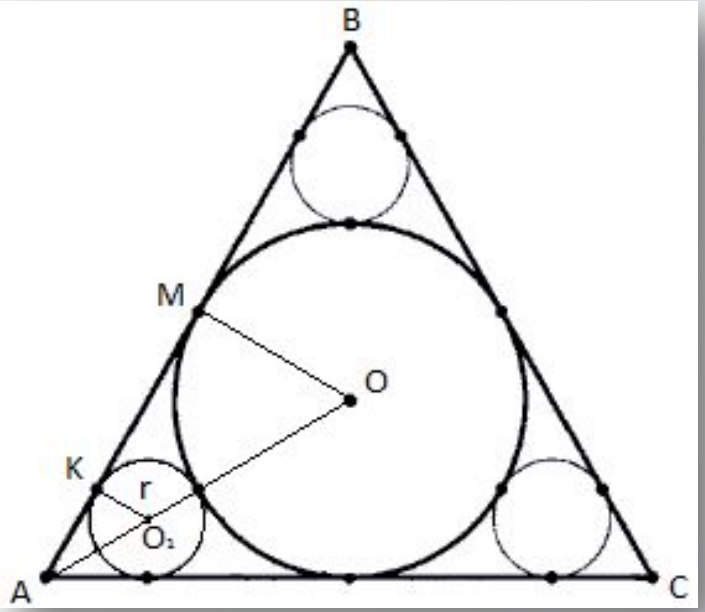
Окружности r=O_1K

Найти: *r-радиус*

Чертёж



Решение:



1) a=AB *сторона* $\triangle ABC$

R=OM радиус вписанной окружности.

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

2) *Проведём*

R=OM в точке касания

r=OK в точке касания

$\sqrt{3}$

3) $\triangle AOM \sim \triangle AO_1K$

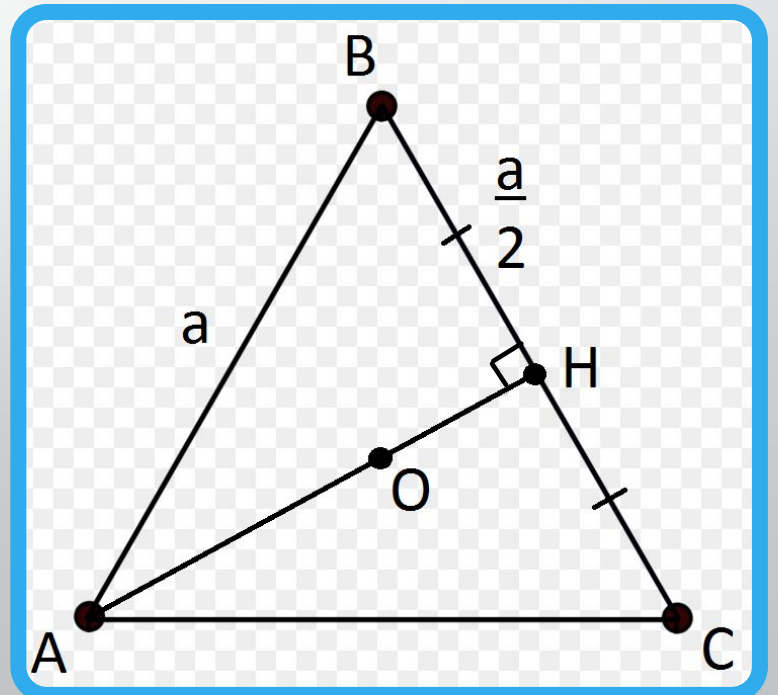
$$\frac{OM}{O_1K} = \frac{AO}{AO_1}$$

$$AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$AH^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



$$\frac{R}{r}=\frac{AO}{AO-R-r} \Rightarrow \frac{a\sqrt{3}}{6\cdot r}=\frac{a\sqrt{3}}{3\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}-\frac{a\sqrt{3}}{6}-r\right)}$$

$$6\cdot r=a\sqrt{3}-\frac{a\sqrt{3}}{2}-3r$$

$$9\cdot r=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{2}=9\cdot r$$

$$a\sqrt{3}=18\cdot r$$

$$a=\frac{18\cdot r\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{18\cdot r\cdot\sqrt{3}}{3}=6\cdot r\cdot\sqrt{3}$$

Ответ: $6\cdot r\cdot\sqrt{3}$

Задача №1.23

Стороны треугольника равны 13, 14 и 15 см. Найти отношение площадей описанного и вписанного в треугольник кругов.

Дано:

$\triangle ABC$

$a=AB=13$ см

$b=BC=14$ см

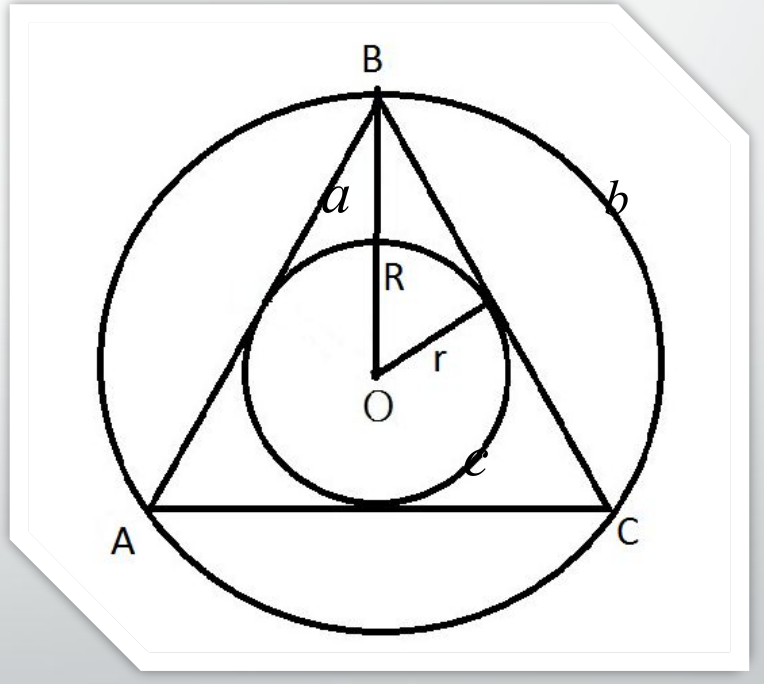
$c=AC=15$ см

r- радиус вписанной окружности

R- радиус описанной окружности

Найти: $\frac{S_{окр.}\ R}{S_{окр.}\ r}$

Чертёж:



Решение:

1) $r=\frac{S}{p}$ -площадь△ - полупериметр

$R=\frac{abc}{4S}$

2) $S_{\triangle}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ -формула Герона

$S_{\triangle}=\sqrt{21\cdot 8\cdot 7\cdot 6}=\sqrt{7\cdot 3\cdot 2\cdot 4\cdot 7\cdot 2\cdot 3}=\sqrt{7^2\cdot 2^2\cdot 3^2\cdot 4}=7\cdot 2\cdot 3\cdot 2=84$

$p=\frac{13+14+15}{2}=\frac{42}{2}=21$

3) $r=\frac{S}{p}=\frac{84}{21}=4$

$R=\frac{abc}{4S}=\frac{13\cdot 14\cdot 15}{4\cdot 84}=\frac{65}{8}$

4) $\frac{S_R}{S_r}=\frac{\pi R^2}{\pi\cdot r^2}=\left(\frac{65}{8\cdot 4}\right)^2=\left(\frac{65}{32}\right)^2$

Ответ: $\left(\frac{65}{32}\right)^2$

Задача № 1.52

Около круга радиуса 3 описан равнобедренный треугольник с острым углом 30° при основании. Определить стороны треугольника.

Дано:

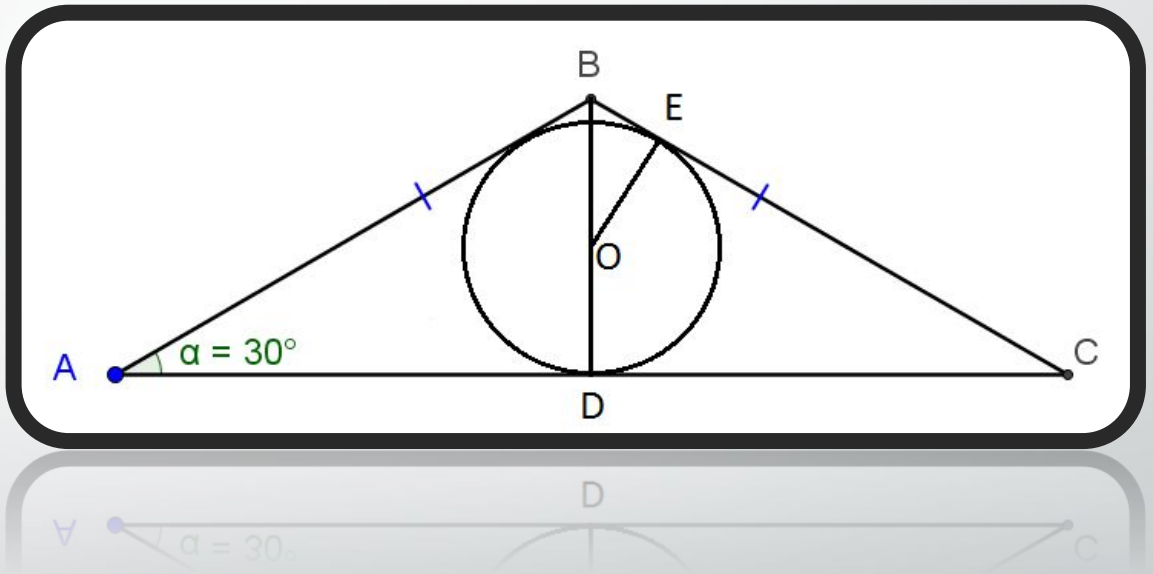
△ *ABC- равнобедренный*

∠A= ∠C=30°

r =3 радиус вписанной окружности

Найти: стороны треугольника ABC

AB_1,BC_1,AC



Решение:

1) $r = OE \perp BC$

$\angle ABC = 180° - (30°+30°) = 120°$

BD- высота, медиана, биссектриса.

$\triangle BOE$: $\angle OBE = 60°$

$\angle OEB = 90°$

$\angle BOE = 30° \Rightarrow BE = \frac{1}{2} BO$ *(катет лежащий против $\angle 30°$)*

2) *Из* $\triangle BEO$: $BO^2 = OE^2 + BE^2$

$$BO^2 = 3^2 + \left(\frac{BO}{2}\right)^2$$

$$BO^2 - \frac{BO^2}{4} = 9$$

$$\frac{3}{4} BO^2 = 9 \qquad BO^2 = 9 \cdot \frac{4}{3} \qquad BO = \sqrt{\frac{36}{3}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

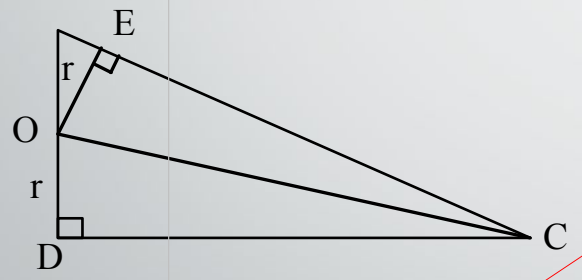
Из $\triangle ADB$: $AB = 2\,BD$ (*катет лежащий против* $\angle 30°$)

$$BD = BO + OD = 2\sqrt{3} + 3 \Rightarrow AB = 2\left(2\sqrt{3} + 3\right) = 4\sqrt{3} + 6$$

$$\Rightarrow AB = BC = 4\sqrt{3} + 6$$

4) $AC = 2DC = \boxed{2EC} = \boxed{2(BC - BE)} = 2\left(4\sqrt{3} + 6 - \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3}\right) = 2\left(3\sqrt{3} + 6\right) = 6\sqrt{3} + 12$

$\triangle OEC = \triangle ODC$



$$\left\{\begin{array}{l} OE = OD = r \\ OC - \text{общая} \\ EC = DC \end{array}\right\}$$ *по* III *признаку равенства треугольников*

$$2(BC - BE) = \frac{1}{2} BO = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

5)AC= $6\sqrt{3} + 12$

Ответ: $\underline{4\sqrt{3} + 6}$; $\underline{4\sqrt{3} + 6}$; $\underline{6\sqrt{3} + 12}$