Лекция

на тему: «Лучистый теплообмен»

Структура лекции

1. Основные понятия и определения

Основные понятия и определения

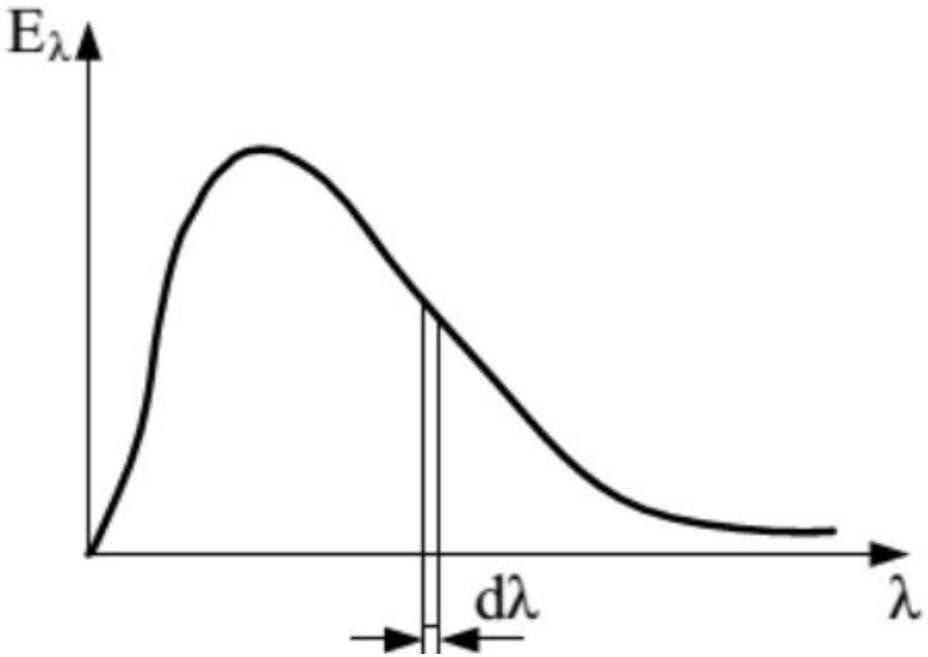
- Тепловое излучение (радиационный теплообмен) - способ переноса теплоты в пространстве, осуществляемый в результате распространения электромагнитных волн, энергия которых при взаимодействии с веществом переходит в тепло.
- Электромагнитные волны - электромагнитные возмущения, исходящие из излучаемого тела и распространяющиеся в вакууме со скоростью света $c = 2{,}9979 \cdot 10^8$ м/с.
- Тепловому излучению соответствует интервал длин волн 0,4 – 25 мкм.

Спектр излучения

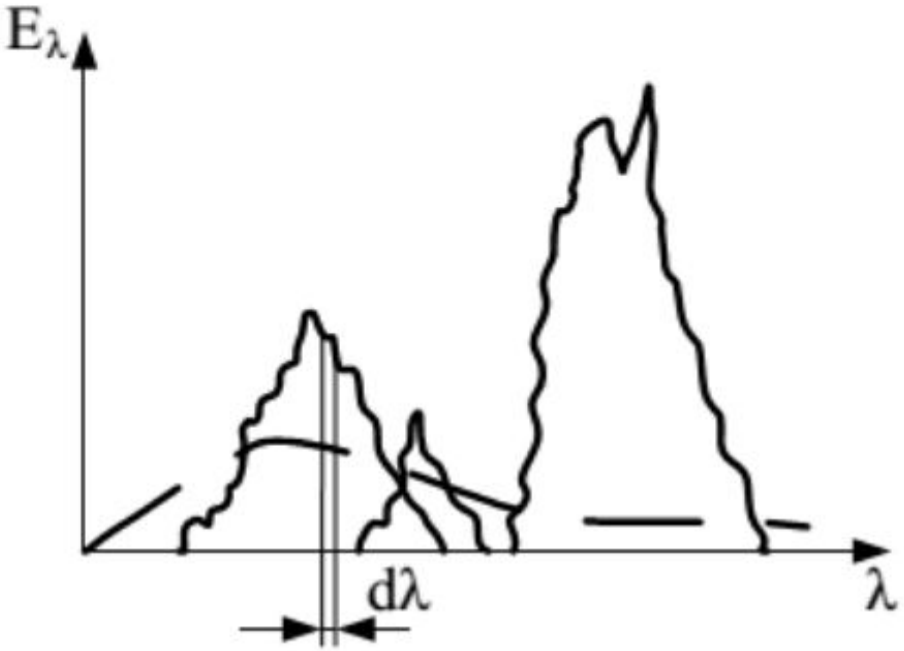
- **Спектром излучения** называют распределение лучистой энергии по длине волны $E_\lambda = f(\lambda)$.

E_λ (Вт/м^3) – спектральная плотность теплового потока собственного излучения (спектральная лучеиспускательная способность тела).

Распределение энергии излучения по спектру



твёрдое тело



газ

Особенности радиационного теплообмена

Теплообмен излучением имеет ряд отличий от кондуктивного и конвективного теплообмена:

1. Тепловое излучение вещества зависит от температуры тела (степени нагретости вещества), поэтому все тела (твердые тела, жидкости и поглощающие лучистую энергию газы) с температурой выше нуля по шкале Кельвина обладают собственным тепловым излучением;
2. Для передачи теплоты излучением не требуется тело-посредник, т.е. лучистая энергия может передаваться и в вакууме;
3. При температурах от 0°С до 100°С лучистая и конвективная (при свободной конвекции) составляющие теплообмена имеют один порядок; в высокотемпературных энергетических (например, парогенераторах) и высокотемпературных теплотехнологических (например, металлургических печах) лучистый теплообмен является доминирующим в суммарном теплопереносе от горячего источника к приемнику тепловой энергии;
4. В расчетах необходимо учитывать особенности поверхностного излучения (твердые тела) и объемного излучения (излучающие и поглощающие газы).

Основные величины

В расчетах радиационного теплообмена приняты следующие обозначения:

$Q_{пад}$ и $E_{пад}$ – поток и плотность потока излучения, падающие на поверхность тела;

$Q_{отр}$ и $E_{отр}$ – поток и плотность потока излучения, отраженные от поверхности тела;

$Q_{погл}$ и $E_{погл}$ – поток и плотность потока излучения, поглощенные телом;

$Q_{проп}$ и $E_{проп}$ – поток и плотность потока излучения, пропускаемые телом;

$Q_{соб}$ (Q) и $E_{соб}$ (E) – поток и плотность потока собственного излучения тела;

$Q_{эф}$ и $E_{эф}$ – поток и плотность потока эффективного излучения тела;

$Q_{рез}$ и $E_{рез}$ – поток и плотность потока результирующего излучения тела.

Поглощательная, отражательная, пропускная способность тела

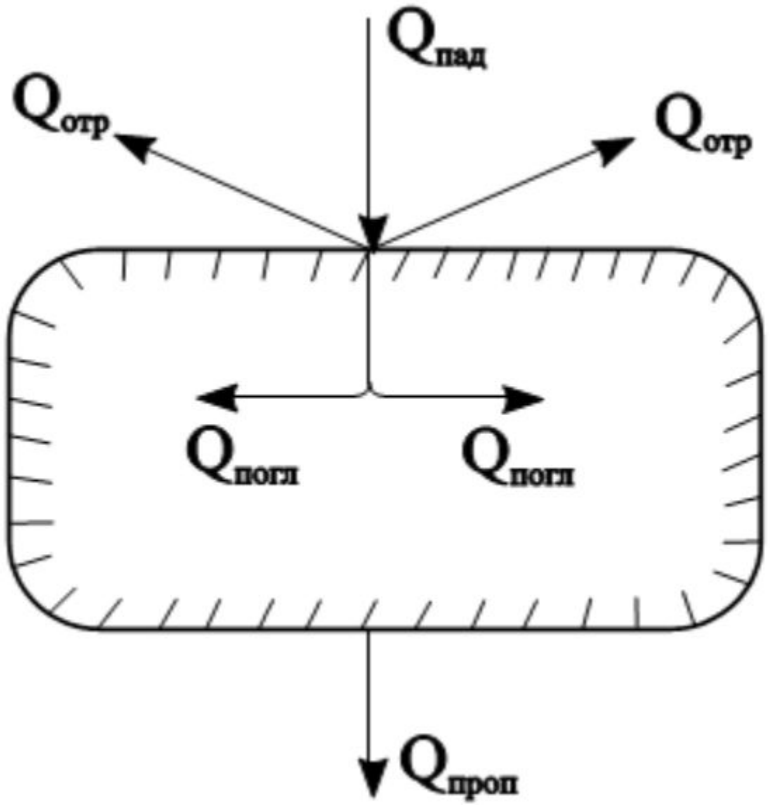


Схема радиационного теплообмена для полупрозрачного тела

- $$Q_{пад} = Q_{погл} + Q_{отр} + Q_{проп} \qquad (1)$$

Разделим левую и правую части равенства (1) на поток падающего излучения $Q_{пад}$, получим:

$$\frac{Q_{пад}}{Q_{пад}} = \frac{Q_{погл}}{Q_{пад}} + \frac{Q_{отр}}{Q_{пад}} + \frac{Q_{проп}}{Q_{пад}} \qquad (2)$$

или

$$1 = A + R + D \qquad (3)$$

где

$A = \frac{Q_{погл}}{Q_{пад}}$ - поглощательная способность тела

$R = \frac{Q_{отр}}{Q_{пад}}$ - отражательная способность тела

$D = \frac{Q_{проп}}{Q_{пад}}$ - пропускательная способность тела

Частные случаи

- Тело, которое поглощает все падающее на него излучение, называют **абсолютно черным телом** (АЧТ). У абсолютно черного тела радиационные способности равны: $A = 1, R = 0, D = 0$.

Тело, которое диффузно отражает все падающее на него излучение, называют **абсолютно белым телом**. У абсолютно белого тела радиационные способности равны: $A = 0, R = 1, D = 0$.

Тело, которое пропускает все падающее на него излучение, называют **абсолютно прозрачным** или **диатермичным**. Для диатермичного тела радиационные способности равны: $A = 0, R = 0, D = 1$.

Теплообмен излучением в прозрачной среде . Диатермическая среда.

- Диатермической называется среда, не поглощающая и не излучающая электромагнитные волны. Примерами диатермических сред являются вакуум, одно- и двухатомные газы при обычных температурах и давлениях.

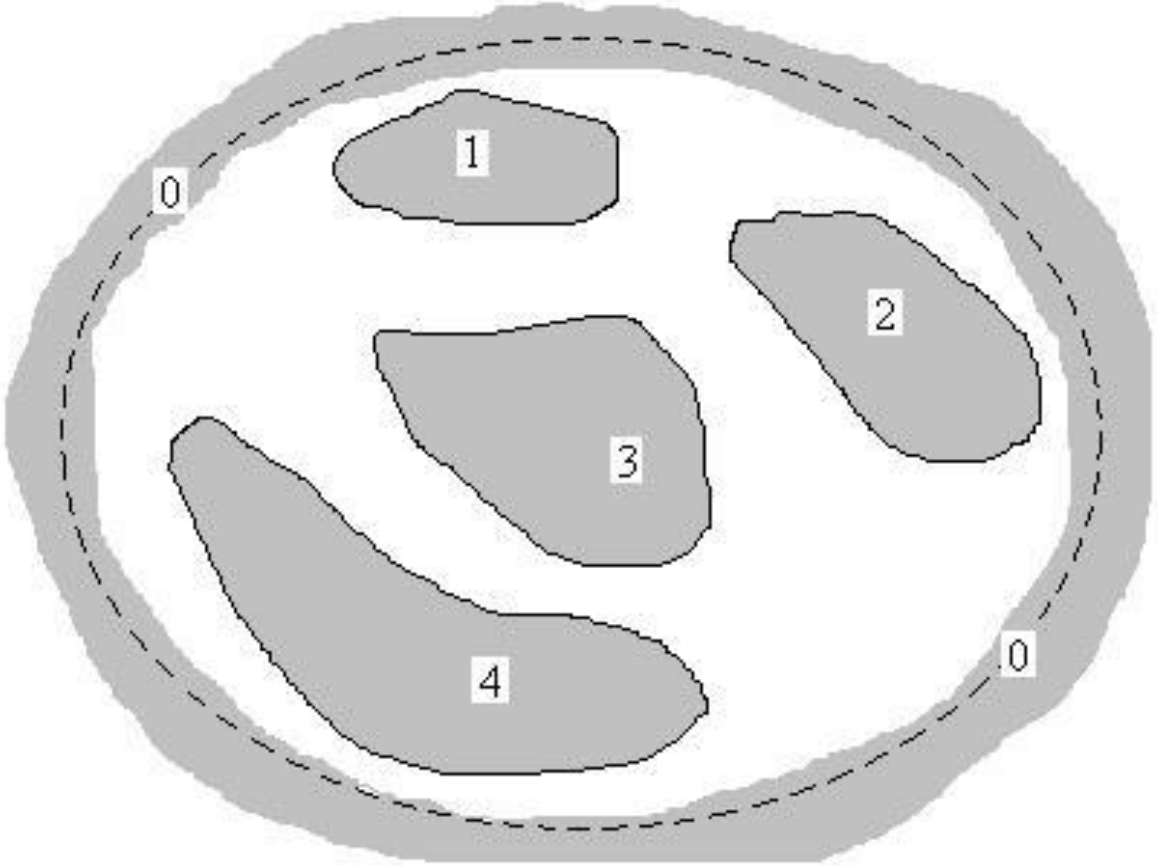
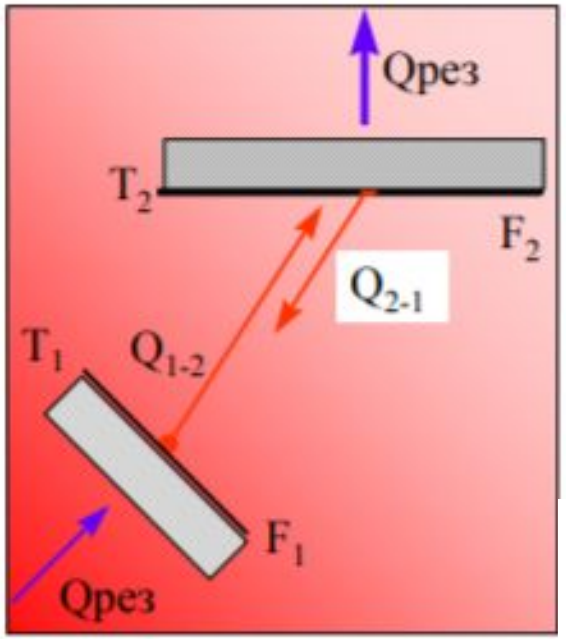


Рис. 1. К общей постановке задачи радиационного теплообмена

Понятие углового коэффициента излучения



$$Q_1 = E_{0,1}F_1, \text{ Вт.} \qquad (22.1)$$

$$\varphi_{12} \equiv \frac{Q_{1\to 2}}{Q_1}. \qquad (22.2)$$

$$Q_{1\to 2} = E_{0,1}F_1\varphi_{12}.$$

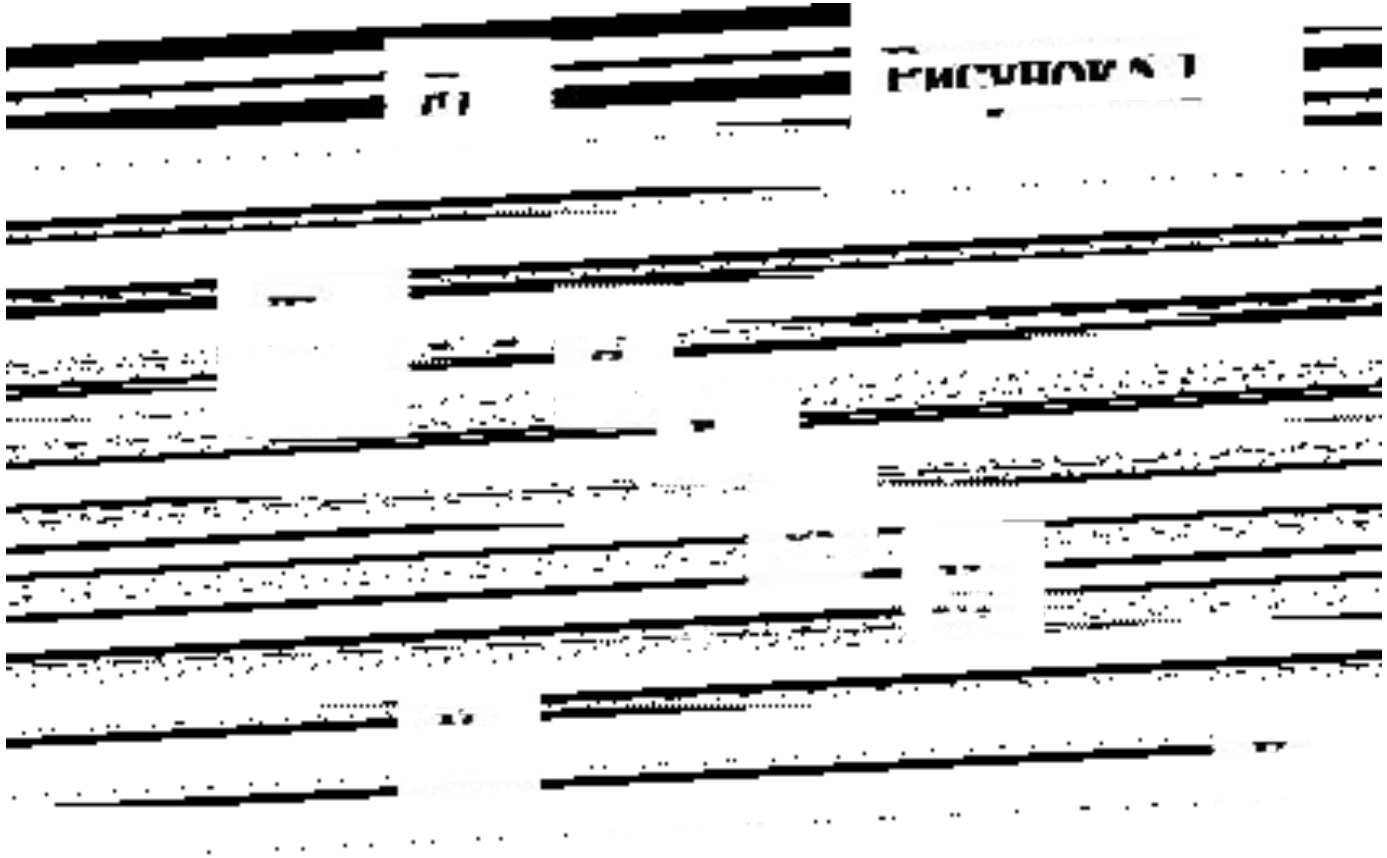
$$Q_{2\to 1} = E_{0,2}F_2\varphi_{21}.$$

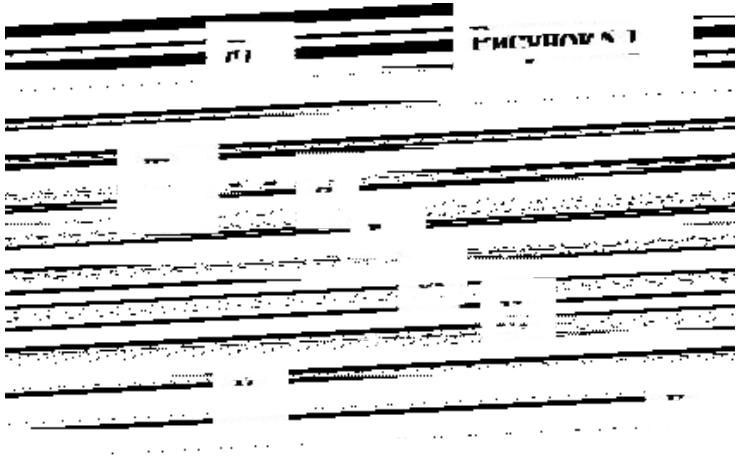
$$Q_{\text{рез}} = Q_{1\to 2} - Q_{2\to 1} = E_{0,1}F_1\varphi_{12} - E_{0,2}F_2\varphi_{21}. \qquad (22.3)$$

$$F_1\varphi_{12} = F_2\varphi_{21}, \qquad (22.4)$$

Методы определения угловых коэффициентов излучения

- Элементарный
- Локальный
- Средний





$$d^2 Q_2^{пад} = B_1^{эф} \cdot \cos\theta_1 \cdot d\omega_1 dF_1 \qquad (5.1)$$

Поскольку для серых поверхностей $B_1^{эф} = q_1^{эф}/\pi$, а $d\omega_1 = dF_2 \cos\theta_2 / r^2$, то

$$d^2 Q_2^{пад} = q_1^{эф} \cdot dF_1 \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dF_2 \qquad (5.2)$$

В правой части выражения 5.1 произведение $q_1^{эф} \cdot dF$ представляет величину эффективного потока энергии излучения, ушедшего с площадки dF_1 в пределах полусферы. Величина

$$d\varphi_{12} = \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dF_2$$

представляет собой долю эффективного потока энергии полусферического излучения площадки dF_1, попавшую на dF_2 и называется элементарным угловым коэффициентом излучения с dF_1 на dF_2. Как видно, в правую часть последнего выражения входят величины, характеризующие только геометрию системы. При изменении взаимного расположения элементарных площадок изменится и величина $d\varphi_{12}$, поскольку изменятся величины углов θ_1 и θ_2 и расстояние r.

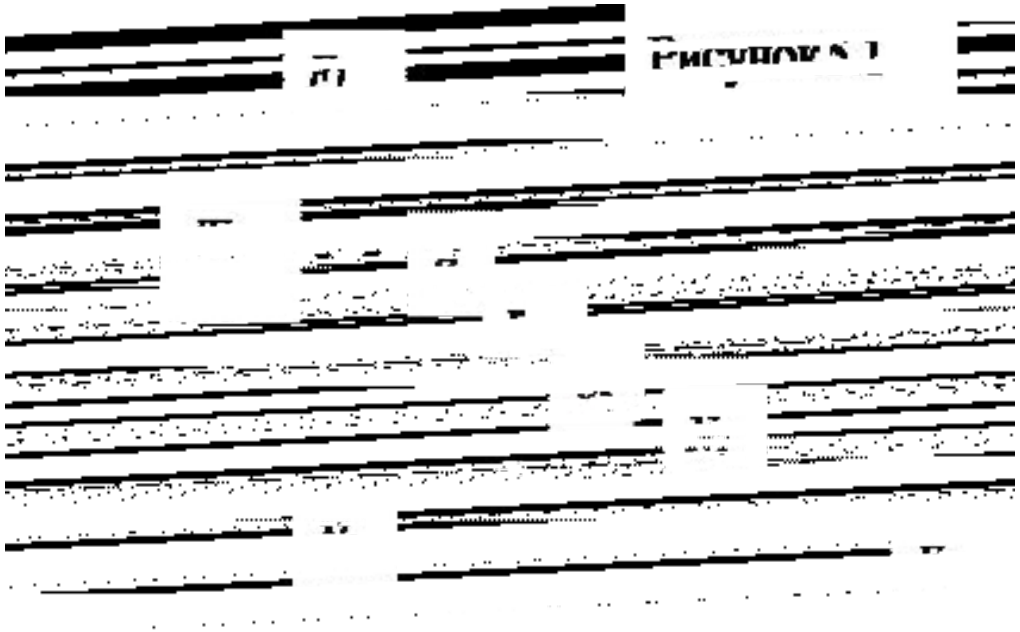
Проводя аналогичные рассуждения для излучения площадки dF_2 на dF_1, можно получить

$$d^2 Q_1^{пад} = q_2^{эф} \cdot dF_1 \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dF_1$$

Тогда величина

$$d\varphi_{21} = \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dF_1$$

представляет собой элементарный угловой коэффициент излучения в площадки dF_2 на dF_1, смысл которого, естественно, аналогичен смыслу $d\varphi_{12}$.



Локальный (местный) угловой коэффициент излучения φ

- Локальный (местный) угловой коэффициент излучения φ^1 - используется при анализе и расчете теплообмена излучением между элементарной площадкой dF_1 или dF_2, принадлежащей поверхности F_1 или F_2 и поверхностью F_2 или F_1.

По определению

$$dQ_2^{\text{пад}} = \int_{F_2} d^2 Q_2^{\text{пад}} = q_1^{\text{эф}} \cdot dF_1 \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dF_2$$

и

$$dQ_1^{\text{пад}} = \int_{F_1} d^2 Q_1^{\text{пад}} = q_2^{\text{эф}} \cdot dF_2 \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dF_1$$

В правых частях последних двух выражений также присутствуют составляющие, которые характеризуют только геометрию системы, а именно

$$\varphi'_{12} = \int_{F_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dF_2$$

и

$$\varphi'_{21} = \int_{F_1} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dF_1$$

Эти величины характеризуют долю эффективного потока энергии излучения, падающую соответственно с dF_1 на всю F_2 и с dF_2 на всю F_1 от всей величины эффективного потока энергии излучения, уходящего в пределах полусферы соответственно с dF_1 на F_2 и с dF_2 на F_1.

Средний угловой коэффициент излучения φ

- используется при анализе и расчете теплообмена излучением между поверхностями конечных размеров F_1 и F_2. Он характеризует отношение потока, попавшего, например, на всю поверхность F_2, ко всему потоку, ушедшему со всей поверхности F_1 по всем направлениям в пределах полусферы.

$$Q_2^{пад} = \int_{F_1} dQ_2^{пад} = \int_{F_1} q_1^{эф} \cdot dF_1 \int_{F_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dF_2$$

где величина плотности эффективного потока энергии излучения $q_1^{эф}$ в общем случае переменна в пределах поверхности F_1, т.к. могут меняться как температура, так и степень черноты по этой поверхности в различных ее точках. Однако, если считать поверхность изотермической и изооптической, то, вынося величину $q_1^{эф}$ из под знака интеграла, можно записать интегральное уравнение в виде

$$Q_2^{пад} = q_1^{эф} \int_{F_1} \int_{F_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dF_2 dF_1$$

или

$$Q_2^{пад} = Q_1^{эф} \frac{1}{F_1} \int_{F_1} \int_{F_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dF_2 dF_1 \qquad (5.3)$$

В выражении (5.3) величина

$$\varphi_{12} = \frac{1}{F_1} \int_{F_1} \int_{F_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dF_2 dF_1$$

называется средним угловым коэффициентом излучения с поверхности F_1 на поверхность F_2. Эта величина определяется только геометрическими параметрами системы и характеризует долю энергии, упавшую на поверхность F_2, от всей энергии, ушедшей с поверхности F_1 по всем направлениям в пределах полусферы.

Аналогично, считая также, что $q_2^{эф}$ постоянна в пределах F_2, можно записать

$$Q_1^{пад} = q_2^{эф} \int_{F_1}\int_{F_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dF_2 dF_1$$

или

$$Q_2^{пад} = Q_2^{эф} \frac{1}{F_2} \int_{F_1}\int_{F_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dF_2 dF_1$$

где

$$\varphi_{21} = \frac{1}{F_2} \int_{F_1}\int_{F_2} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} dF_2 dF_1$$

называется средним угловым коэффициентом излучения с поверхности F_2 на поверхность F_1, смысл которого аналогичен смыслу φ_{21} .

$$\varphi_{12} = \frac{Q_2^{\text{пад}}}{Q_1^{\text{пр}}} \quad (5.4)$$

При противоположном направлении переноса энергии можно написать:

$$\varphi_{21} = \frac{Q_1^{\text{пад}}}{Q_2^{\text{пр}}} \quad (5.5)$$

В общем случае для системы из *n* поверхностей справедливы соотношения:

$$\varphi_{ki} = \frac{Q_i^{\text{пад}}}{Q_k^{\text{пр}}} \quad (5.6)$$

$$\varphi_{ik} = \frac{Q_k^{\text{пад}}}{Q_i^{\text{пр}}} \quad (5.7)$$

Основные свойства средних угловых коэффициентов излучения

Свойство взаимности. Это свойство вытекает из определения средних угловых коэффициентов и записывается для пары поверхностей F_i и F_k в следующем виде:

$$F_i \cdot \varphi_{ik} = F_k \cdot \varphi_{ki}$$

Обозначения $\varphi_{12} \cdot F_1 = H_{12}$ и $\varphi_{21} \cdot F_2 = H_{21}$, получим $H_{12} = H_{21} = H_0$

Величина H_0 называется взаимной поверхностью излучения пары тел 1 и 2 или полной поверхностью взаимного обмена между двумя телами.

Свойство невогнутости. Свойство справедливо только для невогнутых, т. е. плоских F_1 и выпуклых F_2поверхностей (рис. 6.1). Эффективный поток, уходящий с поверхностей F_1 и F_2прямым образом, т. е. в отсутствии других поверхностей, от которых он мог бы отразиться, не может попасть на эти же поверхности. Это значит, что $\varphi_{11}=0$ и $\varphi_{22}=0$. Для вогнутой поверхности F_3 часть уходящего с нее потока энергии попадает на эту же поверхность, следовательно, $\varphi_{33} \neq 0$.

Основные свойства средних угловых коэффициентов излучения

- <u>Свойство замыкаемости.</u>

$\varphi_{11}+\varphi_{12}+\varphi_{13}+\varphi_{14}=1$
$\varphi_{22}+\varphi_{21}+\varphi_{23}+\varphi_{24}=1$
$\varphi_{33}+\varphi_{31}+\varphi_{32}+\varphi_{34}=1$
$\varphi_{44}+\varphi_{41}+\varphi_{42}+\varphi_{43}=1$

В общем виде, для системы из *n* поверхностей, свойство замыкаемости можно записать следующим образом:

$$\sum_{k=1}^{n}\varphi_{ik}=1, \quad i=1, 2, 3,\ldots,k,\ldots,n \qquad (6.1)$$

Или

$$\sum_{i=1}^{n}Q_i^{эф}\cdot\varphi_{ik}=Q_k^{пад} \qquad (6.2)$$

Основные свойства средних угловых коэффициентов излучения

- Свойство совмещаемости.

$\varphi_{12} + \varphi_{15} = 1$; $\varphi_{13} + \varphi_{15} = 1$; $\varphi_{14} + \varphi_{15} = 1$; $\varphi_{10} + \varphi_{15} = 1$;
откуда следует, что

$\varphi_{12} = \varphi_{13} = \varphi_{14} = \varphi_{10}$.

Основные свойства средних угловых коэффициентов излучения

- <u>Свойство затеняемости</u> утверждает, что если между двумя поверхностями F_1 и F_2 расположить третье непрозрачное тело с поверхностью F_3, которое полностью препятствует прямому обмену энергией между F_1 и F_2, то $\varphi_{12}=0$; $\varphi_{21}=0$.
- <u>Свойство аддитивности.</u> Если рассматривается теплообмен излучение между поверхностью F_1 и поверхностью F_4, которая является суммой поверхностей F_2 и F_3, т. е. $F_4 = F_2 + F_3$, то

$$\varphi_{14} = \varphi_{12} + \varphi_{13}$$

Расчет средних угловых коэффициентов излучения для простейших геометрических систем

Схема *а*) две плоские близко расположенные бесконечные параллельные поверхности; если пренебречь фактом незамкнутости такой системы, то можно записать очевидные соотношения:

$\varphi_{11}=0$; $\varphi_{12}=1$; $\varphi_{22}=0$; $\varphi_{21}=1$.

Схема *б*) - плоская поверхность F_1 замкнута вогнутой поверхностью F_2. Для такой системы $\varphi_{11}=0$; $\varphi_{12}=1$; $\varphi_{12}\cdot F_1=\varphi_{21}\cdot F_2$, следовательно, $\varphi_{21}=\frac{F_1}{F_2}$; $\varphi_{21}+\varphi_{22}=1$, следовательно, $\varphi_{22}=1-\varphi_{21}=1-\frac{F_1}{F_2}$.

Схема *в*) - выпуклая поверхность F_1 замкнута вогнутой поверхностью F_2. Для такой системы, как и в предыдущем случае, $\varphi_{11}=0$; $\varphi_{12}=1$; $\varphi_{21}=\frac{F_1}{F_2}$; $\varphi_{22}=1-\frac{F_1}{F_2}$.

Схема *г*) - системы из двух вогнутых поверхностей F_1 и F_2. В этом случае для определения четырех средних угловых коэффициентов φ_{11}, φ_{12}, φ_{21}, φ_{22} необходимо для замыкания системы уравнений иметь дополнительные уравнения. С этой целью введем новую мнимую плоскую поверхность F_3, которая разделяет поверхности F_1 и F_2. В результате получим две замкнутые геометрические системы F_1-F_3 и F_2-F_3, для которых можно записать следующие угловые коэффициенты излучения: φ_{11}, φ_{13}, φ_{31}, φ_{22}, φ_{23}, φ_{32}, φ_{33}, φ_{12}, φ_{21}.

$\varphi_{11} + \varphi_{12} = 1$

$\varphi_{22} + \varphi_{21} = 1$

$\varphi_{12} \cdot F_1 = \varphi_{21} \cdot F_2$

$\varphi_{31} \cdot F_3 = \varphi_{13} \cdot F_1$

$\varphi_{11} + \varphi_{13} = 1$

т.к. $\varphi_{31} = 1$, то $\varphi_{13} = \frac{F_3}{F_1}$, поскольку $\varphi_{11} + \varphi_{13} = 1$, то $\varphi_{11} + \frac{F_3}{F_1} = 1$, то $\varphi_{11} = 1 - \frac{F_3}{F_1}$.

Из соотношения $\varphi_{11} + \varphi_{12} = 1$ следует, что $\varphi_{11} = 1 - 1 + \frac{F_3}{F_1} = \frac{F_3}{F_1}$.

Т.к. $\varphi_{12} \cdot F_1 = \varphi_{21} \cdot F_2$, то $\varphi_{12} = \frac{\varphi_{12} \cdot F_1}{F_2} = \frac{F_3 \cdot F_1}{F_1 \cdot F_2} = \frac{F_3}{F_2}$.

Из свойства $\varphi_{22} + \varphi_{21} = 1$ следует $\varphi_{22} = 1 - \varphi_{21} = 1 - \frac{F_3}{F_2}$.

В этой схеме следует обратить внимание на тот факт, что по свойству взаимности $\varphi_{31} \cdot F_3 = \varphi_{13} \cdot F_1$ и тогда $\varphi_{13} = \frac{F_3}{F_1} = \varphi_{12}$. Это действительно так, поскольку энергия, падающая с F_1 на F_2 проходит полностью через поверхность F_3.

Постановка задач расчета теплообмена излучением

Основные допущения, принимаемые при постановке задач

Зональный метод решения задач теплообмена излучением в системах с лучепрозрачной средой

$$Q_k^{пад} = \sum_{i=1}^{N} Q_i^{эф} \cdot \varphi_{ik} \quad (8.1)$$

В соответствии с определением результирующего потока для поверхности F_k можно записать:

$$Q_k^{рез} = Q_k^{пад} - Q_k^{эф} \quad (8.2)$$

или

$$Q_k^{рез} = \sum_{i=1}^{N} Q_i^{эф} \cdot \varphi_{ik} - Q_k^{эф} \quad (8.3)$$

Уравнение (8.3) является основным расчетным уравнением зонального метода расчета теплообмена излучением в системах с лучепрозрачной средой. Видно, что это уравнение является алгебраическим линейным уравнением, поскольку неизвестная величина $Q_k^{рез}$ стоит в первой степени.

Величины $Q_i^{эф}$ и $Q_k^{эф}$ являются известными, их можно представить в виде:

$Q_i^{эф} = Q_i^{соб} + Q_i^{отр}$ и $Q_k^{эф} = Q_k^{соб} + Q_k^{отр}$, где

$$Q_i^{соб} = \varepsilon_i \cdot C_0 \cdot \left(\frac{T_i}{100}\right)^4 \cdot F_i$$

$$Q_k^{соб} = \varepsilon_k \cdot C_0 \cdot \left(\frac{T_k}{100}\right)^4 \cdot F_k$$

$$Q_i^{отр} = (1 - \varepsilon_i) \cdot Q_i^{пад}$$

$$Q_k^{отр} = (1 - \varepsilon_k) \cdot Q_k^{пад}$$

При расчетах для того, чтобы не использовать величины $Q^{эф}$, куда входят $Q^{пад}$, используют ранее полученную зависимость:

$$Q^{эф} = \frac{1-A}{A} \cdot Q^{рез} + \frac{Q^{соб}}{A} \quad (8.4)$$

Считая поверхность каждой зоны серой, выражение (8.4) можно переписать в виде:

$$Q^{эф} = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \cdot Q^{рез} + Q^{0}, \quad (8.5)$$

где $Q^{0} = \frac{Q^{соб}}{A} = \frac{Q^{соб}}{\varepsilon}$ – поток энергии излучения а. ч. т., имеющего температуру этой же зоны

$$Q^{0} = c_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4 \cdot F$$

Составление системы зональных уравнений

Уравнения (2.16) и (2.18) являются рекуррентными уравнениями, т. е. такими, в которых изменяются только индексы при переходе от одной зоны к другой. Для примера, напишем систему зональных уравнений для системы из трех зон (n=3).

Зона 1 (k=1), i=1, 2, 3.

$$Q_1^{\text{пз}} = \left(\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}\cdot Q_1^{\text{пз}} + Q_1^{\text{д}}\right)\cdot \varphi_{11} + \left(\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\cdot Q_2^{\text{пз}} + Q_2^{\text{д}}\right)\cdot \varphi_{21} + \left(\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3}\cdot Q_3^{\text{пз}} + Q_3^{\text{д}}\right)\cdot \varphi_{31} - \left(\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}\cdot Q_1^{\text{пз}} + Q_1^{\text{д}}\right) \quad (8.7)$$

Зона 2 (k=2), i=1, 2, 3.

$$Q_2^{\text{пз}} = \left(\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}\cdot Q_1^{\text{пз}} + Q_1^{\text{д}}\right)\cdot \varphi_{12} + \left(\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\cdot Q_2^{\text{пз}} + Q_2^{\text{д}}\right)\cdot \varphi_{22} + \left(\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3}\cdot Q_3^{\text{пз}} + Q_3^{\text{д}}\right)\cdot \varphi_{32} - \left(\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\cdot Q_2^{\text{пз}} + Q_2^{\text{д}}\right) \quad (8.8)$$

Зона 3 (k=3), i=1, 2, 3.

$$Q_3^{\text{пз}} = \left(\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}\cdot Q_1^{\text{пз}} + Q_1^{\text{д}}\right)\cdot \varphi_{13} + \left(\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\cdot Q_2^{\text{пз}} + Q_2^{\text{д}}\right)\cdot \varphi_{23} + \left(\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3}\cdot Q_3^{\text{пз}} + Q_3^{\text{д}}\right)\cdot \varphi_{33} - \left(\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3}\cdot Q_3^{\text{пз}} + Q_3^{\text{д}}\right) \quad (8.9)$$

Второй способ расчета потока энергии результирующего излучения

Возможен и другой способ записи зональных уравнений. Ранее было показано, что

$$Q_k^{рез} = Q_k^{погл} - Q_k^{соб} .$$

Так как по определению

$$Q_k^{погл} = A_k \cdot Q_k^{пад} = A_k \cdot \sum_{i=1}^{N} Q_i^{эф} \cdot \varphi_{ik} ,$$

то

$$Q_k^{рез} = A_k \cdot \sum_{i=1}^{N} Q_i^{эф} \cdot \varphi_{ik} - Q_k^{соб} \qquad (8.10)$$

или

$$Q_k^{рез} = A_k \cdot \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i} \cdot Q_i^{рез} + Q_i^{\circ} \right) \cdot \varphi_{ik} - Q_k^{соб} . \qquad (8.11)$$

Методы определения угловых коэффициентов излучения

- **Аналитический метод.** Основан на непосредственном интегрировании математического выражения для элементарного углового коэффициента излучения

$$d\varphi_{1,2} = \frac{\cos\psi_1 \cos\psi_2}{\pi r^2} dF_2 .$$

Величины, входящие в это выражение, равны

$r^2=h^2+1+R^2+2R\cos\alpha;$

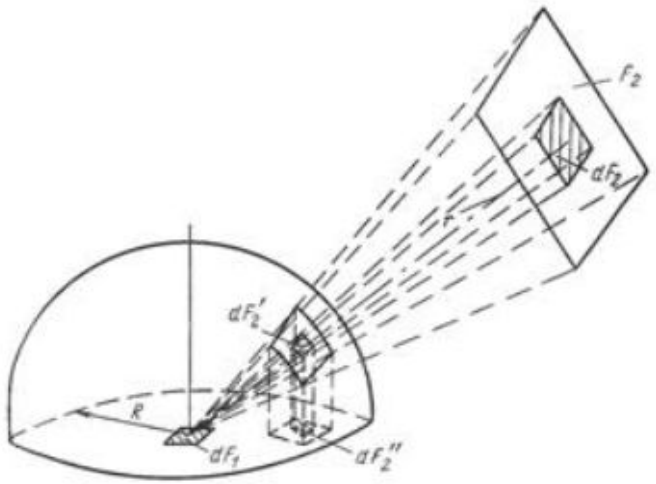
$$\cos\psi_1 = \frac{1+R\cos\alpha}{r}; \quad \cos\psi_2 = \frac{h}{r}; \quad dF_2=RdRd\alpha .$$

Подставляя эти значения в выражение для элементарного углового коэффициента, получаем:

$$d\varphi_{1,2} = \frac{h}{\pi} \frac{1+R\cos\alpha}{\left(h^2+1+R^2+2R\cos\alpha\right)^2} R\,dR\,d\alpha .$$

Таким образом, аналитический метод связан с операциями по непосредственному интегрированию зависимости, которая является математическим описанием углового коэффициента.

Графоаналитический метод (метод проекций). В этом методе операции интегрирования заменяются графическим проектированием. На полусфере контур лучей, падающих с площадки dF_1 на поверхность второго тела, вырежет площадку dF_2', проекция которой выразится площадкой dF_2''.



К графоаналитическому методу определения угловых коэффициентов

Тогда местный угловой коэффициент излучения $\varphi_{1,2}$ равен частному от отделения площадки dF_2'' на площадь круга радиусом R. Элементарный угловой коэффициент излучения

$$d\varphi_{1,2} = \frac{d\omega_1}{\pi}\cos\psi_1,$$

Произведение $d\omega_1 \cos\psi_1$ является проекцией элементарного угла $d\omega_1$, на плоскость, в которой находится площадка dF_1.

Проинтегрировав это выражение, получим значение местного углового коэффициента $\varphi_{1,2}$.

Метод поточной алгебры. В этом методе интегрирование заменяется простыми алгебраическими операциями. В основе метода лежат геометрические свойства лучистых потоков.

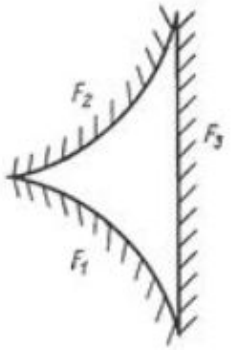


Схема замкнутой системы из трех выпуклых (плоских) тел поверхностями F_1, F_2, F_3.

Найдем средние значения взаимных поверхностей и угловых коэффициентов излучения для тел с поверхностями F_1 и F_2. Согласно свойству замыкаемости

$$\overline{H}_{1,1} + \overline{H}_{1,2} + \overline{H}_{1,3} = F_1 ,$$

$$\overline{H}_{2,1} + \overline{H}_{2,2} + \overline{H}_{2,3} = F_2 ,$$

$$\overline{H}_{3,1} + \overline{H}_{3,2} + \overline{H}_{3,3} = F_3 .$$

Так как, самооблучения не происходит $\overline{H}_{1,1} = \overline{H}_{2,2} = \overline{H}_{3,3} = 0$.

Следовательно, $\overline{H}_{1,2} + \overline{H}_{1,3} + \overline{H}_{2,3} = \frac{1}{2}\left(F_1 + F_2 + F_3\right)$.

Вычтем последовательно из последнего уравнения, уравнения системы, получим

$$\overline{H}_{2,3} = \frac{F_2 + F_3 - F_1}{2}; \quad \overline{H}_{1,3} = \frac{F_1 + F_3 - F_2}{2}; \quad \overline{H}_{1,2} = \frac{F_1 + F_2 - F_3}{2}.$$

С учетом $\overline{H}_{2,3} = F_2 \overline{\varphi_{2,3}}$, имеем $\overline{\varphi_{2,3}} = \frac{F_2 + F_3 - F_1}{2F_2}$.

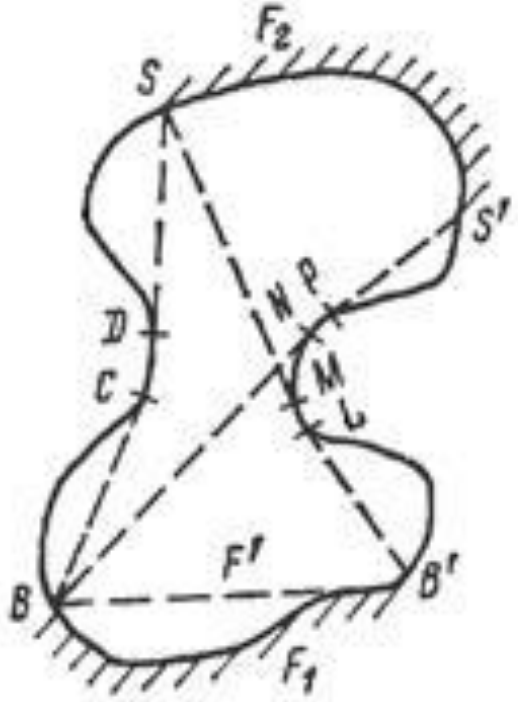
По свойству взаимности $\overline{H}_{2,3} = \overline{H}_{3,2}$; $\overline{\varphi_{2,3}} F_2 = \overline{\varphi_{3,2}} F_3$, следовательно

$$\overline{\varphi_{3,2}} = \frac{F_3 + F_2 - F_1}{2F_3}.$$

Из $\overline{H}_{1,3} = F_1 \overline{\varphi_{1,3}}$ имеем $\overline{\varphi_{1,3}} = \frac{F_1 + F_3 - F_2}{2F_1}$. Аналогично

$$\overline{\varphi_{3,1}} = \frac{F_3 + F_1 - F_2}{2F_3}.$$

«натянутые нити»



Применение метода поточной алгебры к замкнутой системе сложных тел

Рассмотрим систему пластин одинаковой ширины с относительно большими продольными размерами. Задана ширина *a* и расстояние междупластинами *h*. Требуется определить $H_{1,2}$ и $\overline{\varphi_{1,2}}$.
Введем условные поверхности с контурами AC и BD. Получаем замкнутую систему, состоящую из четырех тел. Свойство замкнутости выразится

$$\overline{\varphi_{1,2}} + \overline{\varphi_{1,AC}} + \overline{\varphi_{1,BD}} = 1; \ \overline{\varphi_{1,1}} = 0 ,$$

откуда искомое значение

$$\overline{\varphi_{1,2}} = 1 - \overline{\varphi_{1,AC}} - \overline{\varphi_{1,BD}} .$$

Согласно

$$\overline{\varphi_{1,AC}} = \frac{F_1 + AC - BC}{2F_1} ; \ \overline{\varphi_{1,BD}} = \frac{F_1 + BD - AD}{2F_1} ,$$

где *AB=a; AC=BD=h; AD=BC=* $\sqrt{a^2 + h^2}$.

После подстановки этих величин найдем искомое значение среднего углового коэффициента и взаимной поверхности излучения

$$\overline{\varphi_{1,2}} = \frac{2\sqrt{a^2 + h^2}}{2a} - \frac{2h}{a} = \sqrt{1 + \left(\frac{h}{a}\right)^2} - \frac{h}{a} \; ;$$

$$\overline{H}_{1,2} = \sqrt{a^2 + h^2} - h \; .$$

Используя метод натянутых нитей можно сразу получить

$$\overline{H}_{1,2} = \frac{AD + BC}{2} - \frac{AC + BD}{2} = \sqrt{a^2 + h^2} - h \; .$$

Метод светового моделирования.В опытном исследовании углового коэффициента излучения лучистые потоки заменяются световыми, так как оба вида относятся к электромагнитному излучению. Однако световое моделирование обладает рядом преимуществ. В нем устраняются трудности, связанные с измерением лучистых потоков, особенно в области высоких температур.

Метод электрического моделирования.Метод электрического моделирования использовался выше применительно к процессам теплопроводности. Существует также аналогия между переносом энергии излучением заряда в электрической цепи. Результирующий лучистый поток

$$\Delta Q_{1,2} = c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \Delta H_{1,2} = \frac{\Delta T}{R_T} .$$

С другой стороны

$$I = \frac{\Delta u}{R_э} .$$

Формальное сходство уравнений позволяет измерить потоки излучения и провести опытное исследование угловых коэффициентов излучения.

Список используемой литературы:

1. Теплопередача: Учебник для вузов/ В.П. Исаченко, В.А. Осипова, А.С. Сукомел.- 4-е изд., перераб. И доп.- М.: Энергоиздат, 1981.- 416 с., ил.
2. А.П. Солодов «Электронный курс» 1-13 с.
3. https://poznayka.org/s31251t1.html
4. https://studopedia.ru/22_23795_uglovie-koeffitsienti-izlucheniya-i-ih-fizicheskiy-smisl.html
5. ISSN 181433296. Вісник Донбаської національної академії будівництва і архітектури, випуск 201433(107)