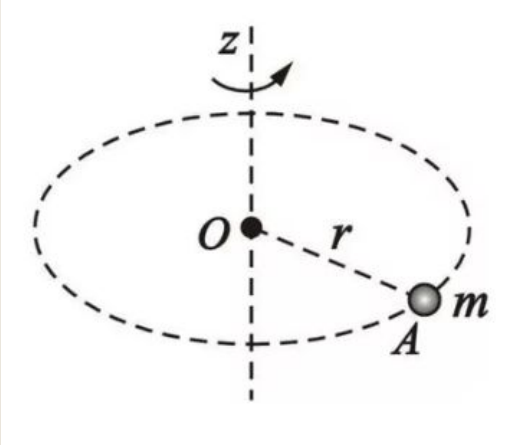
Лекция по теме:

МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА.

18. Момент силы. Момент инерции.

Теперь мы будем рассматривать движение такого тела, при котором существенную роль играют его размеры и форма, и поэтому тело нельзя рассматривать как материальную точку.

- Введем основные величины применительно к простому случаю вращения твердого тела вокруг неподвижной оси. Пусть эта ось совпадает, например, с осью Oz декартовой системы координат. Пусть внешние силы, приложенные к разным точкам тела. лежат в плоскостях, перпендикулярных оси вращения. Будем считать, что при вращении сила терния пренебрежимо мала.



18. Момент силы. Момент инерции.

Разобьем тело на столь малые элементы, чтобы их можно было бы считать материальными точками. Пусть на i-ю материальную точку массой m_i и радиуса-вектора $\vec{r}$, действует внешняя сила $\vec{F}_i$ под углом α_i к направлению радиуса вектора.

Величина, равная векторному произведению радиуса-вектора материальной точки на вектор силы, называется ***моментом силы*** относительно заданной оси вращения:

$$\vec{M}_i = \left[\vec{r}_i \vec{F}_i\right] \qquad (1).$$

[M]=Н.м.

Вектор $\vec{M}_i$ направлен вдоль оси вращения. С помощью правила буравчика определяют, в какую именно сторону вдоль оси он направлен.

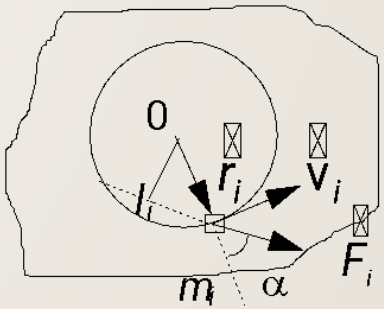


Рис.18.1

Определим модуль вектора момента силы. Из (1) вытекает, что $M_i = F_i r_i \sin\alpha_i$, и, следовательно, при $\alpha_i = 0$ и $\alpha_i = \pi$ $M_i = 0$..

Продолжим линию силы и найдем плечо силы $l = r_i \sin\alpha_i$, тогда модуль момента силы: $M_i = l \cdot F_i$. определяется как произведение силы на плечо.

18. Момент силы. Момент инерции.

Если *внешние силы* приложены к нескольким точкам тела, то результирующий или полный момент относительно оси вращения равен алгебраической сумме моментов каждой из сил относительной той же оси. $M = \sum_{к} M_к$. Например, на рис.18.2. результирующий момент:

$M = M_1 - M_2 + M_3$.

Что касается полного момента всех внутренних сил (сил взаимодействия между всеми парами частиц) относительно оси вращения, то можно показать, принимая третий закон Ньютона, что он равен нулю.

Момент инерции тела относительно оси вращения определяется как сумма моментов инерции материальных точек, составляющих тело.

Момент инерции материальной точки m_i определяется как величина, численно равная произведению массы на квадрат расстояния точки до оси вращения: $I_i = m_i r_i^2$.

Тогда момент инерции тела: $I = \sum m_i r_i^2$.

В общем случае, если тело сплошное, оно представляет собой множество точек с бесконечно малыми массам dm, и момент инерции тела определяется интегралом. Пределы интегрирования определяются размерами и формой тела: $I = \int_0^m r^2 dm$.

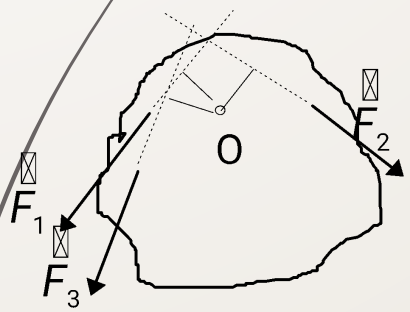


Рис.18.2.

Момент инерции зависит от формы тела, относительно какой оси вращается тело, от распределения массы по объему тела.

Если ось вращения перенести на другое расстояние, то момент инерции изменяется и определяется с помощью ***теоремы Штейнера***: момент инерции тела I относительно произвольной оси равен моменту инерции I_0 относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, сложенному с произведением массы тела на квадрат расстояния d между осями: $\boxed{I = I_0 + md^2}$.

19. Определение моментов инерции тел.

1. *Момент инерции тонкостенного цилиндра массы m и радиуса R относительно его оси* (рис.19.1).

Все малые элементы такого цилиндра находятся на одном и том же расстоянии R от его оси, проходящей через центр его масс. $I_c = \int\limits_{(m)} R^2 dm = mR^2$, то есть $\boxed{I_c = mR^2}$.

По этой же формуле вычисляется момент инерции однородного обруча относительно оси, перпендикулярной к плоскости обруча и проходящей через его центр.

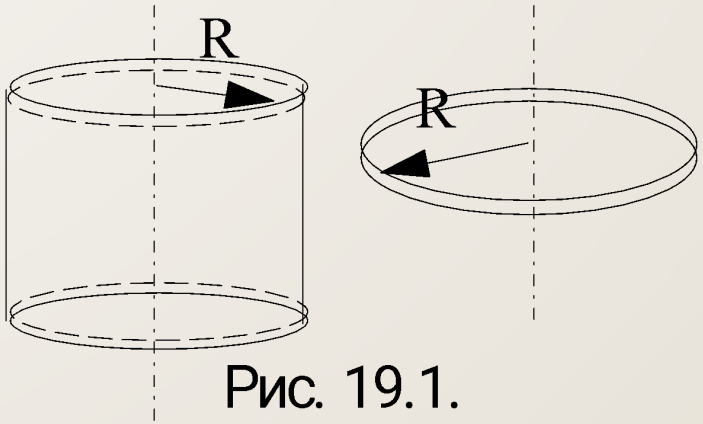


Рис. 19.1.

19. Определение моментов инерции тел.

2. *Момент инерции сплошного однородного кругового цилиндра массы m и радиуса R относительно его оси* (рис.19.2).

Разобьем мысленно цилиндр высотой H на очень большое число соосных тонкостенных цилиндров, выделим один радиуса r. Его момент инерции: $dI_0 = r^2 dm = r^2 2\pi r \rho H dr = r^3 2\pi\rho H dr$,

так как $dm = \rho dV = \rho H dS = 2\pi r \rho H dr$.

$$I_0 = \int_0^R r^3 2\pi\rho H dr = 2\pi\rho H \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2} R^4 \pi\rho H$$

но $m = \rho V = \rho\pi R^2 H$, поэтому: $\boxed{I_0 = mR^2/2}$.

По этой же формуле вычисляется момент инерции однородного диска относительно оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через его центр.

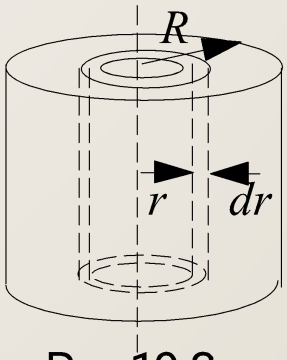


Рис.19.2

19. Определение моментов инерции тел.

3. *Момент инерции стержня относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через центр масс* (рис.19.3.)

Разобьем стержень на малые элементы. Пусть x – расстояние до оси, dx–длина элемента. Момент инерции этого элемента: $dI_0 = x^2 dm = x^2 \rho S dx$

$$I_0 = \int_{(m)} x^2 dm = \int_0^{l/2} x^2 \rho S dx + \int_0^{l/2} x^2 \rho S dx = 2\int_0^{l/2} x^2 \rho S dx = \frac{2}{3}\rho S\left(\frac{l}{2}\right)^3 = \frac{ml^2}{12}$$

так как $m = \rho V = \rho l S$. Итак, $\boxed{I_0 = ml^2/12}$.

Если ось вращения параллельна данной и проходит через один из концов стержня, то для нахождения момента инерции воспользуемся теоремой Штейнера: $I = I_0 + md^2$.

В данном случае $d = l/2$, а $I_0 = ml^2/12$, тогда

$$I = I_0 + md^2 = \frac{ml^2}{12} + \frac{ml^2}{4} = \frac{(3+1)ml^2}{12} = \frac{ml^2}{3}.$$

Следовательно, момент инерции при таком переносе оси вращения увеличился в 4 раза.

Подобные рассуждения приводят к выражению моментов инерции других тел.

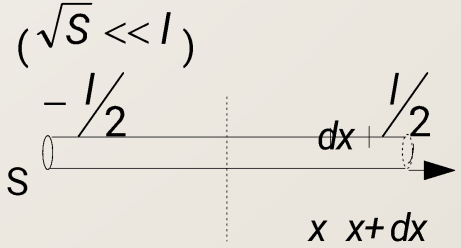


Рис. 19.3.

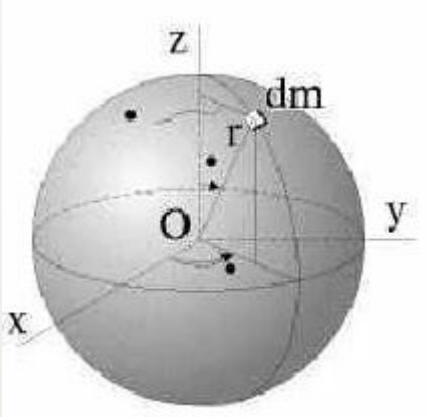
19. Определение моментов инерции тел.

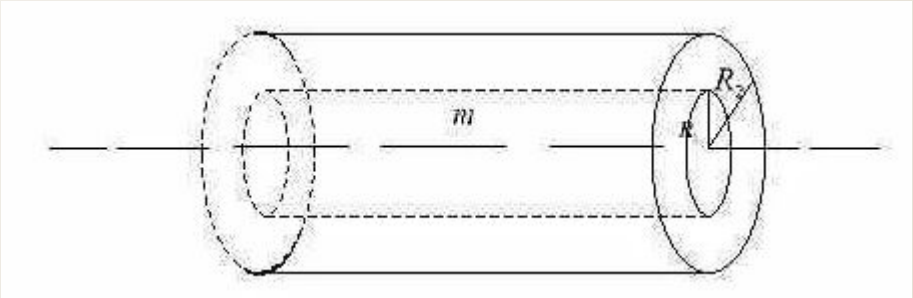
4. *Момент инерции шара* относительно его диаметра: $\boxed{I_0 = 0{,}4mR^2}$

Момент инерции шара относительно оси, параллельной диаметру и проходящее на расстоянии *l* от центра масс: $I = 0{,}4mR^2 + ml^2$

5. *Момент инерции цилиндра с отверстием (колесе, муфта)*:

$$\boxed{I_0 = 0{,}5m(R_1^2 + R_2^2)}.$$





20. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела.

Основной закон динамики вращательного движения твердого тела устанавливает связь между полным моментом внешних сил и угловым ускорением тела.

Рассмотрим вначале материальную точку массой m, движущуюся по окружности радиуса r (рис. 20.1). Пусть на нее действует постоянная сила F, направленная по касательной к окружности. По второму закону Ньютона эта сила вызывает тангенциальное ускорение:

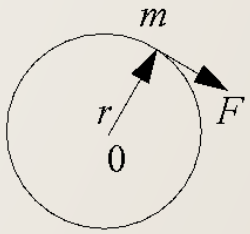


Рис.20.1.

$$a_\tau = F/m \text{ или } F = ma_\tau$$

Используя соотношение $a_\tau = \varepsilon r$, получаем $F = \varepsilon m r$.

Умножим обе части полученного равенства на r:

$$Fr = \varepsilon m r^2 \qquad (1).$$

Левая часть (1) является моментом силы: $M = Fr$. Правая часть (1) представляет собой момент инерции: $I = mr^2$. Таким образом,

$$M = \varepsilon I \text{ или } \varepsilon = M/I$$

Мы получили основное уравнение динамики вращательного движения материальной точки: *угловое ускорение материальной точки при ее вращении вокруг неподвижной оси пропорционально вращающему моменту и обратно пропорционально моменту инерции.*

20. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела.

Так как твердое тело представляет систему жестко связанных друг с другом материальных точек. Все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на оси вращения, поэтому для каждой из них справедливо соотношение: $M_i = \varepsilon_i I_i$

В векторной форме оно примет вид:

$$\vec{M}_i = \vec{\varepsilon}_i I_i$$

Уравнение движения одного элемента (среди совокупности других):

$$I_i \vec{\varepsilon}_i = \vec{M}_i + \vec{M}_i'$$

$\vec{M}_i'$ – моменты внутренних сил, $\vec{M}_i$ – моменты внешних сил. Просуммируем это соотношением по всем элементам:

$$\sum I_i \vec{\varepsilon}_i = \sum \vec{M}_i + \sum \vec{M}_i'$$

Силы взаимодействия между двумя элементами одинаковы и эти силы имеют одинаковое плечо ($\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$), поэтому $\sum \vec{M}_i' = 0$.

Под влиянием заданного (внешнего) момента силы тело будет вращаться с угловым ускорением ε, постоянным для всех элементов. Тогда:

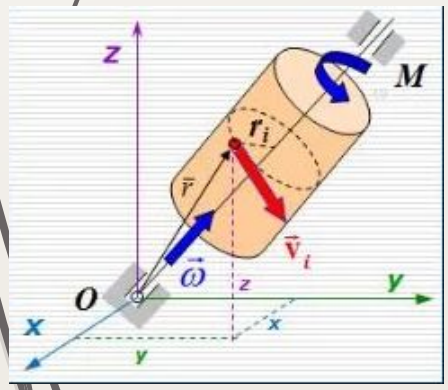
$$\vec{\varepsilon} \sum I_i = \sum \vec{M}_i .$$

Сумма моментов инерции всех частиц определяет момент инерции твердого тела: $I = \sum m_i r_i^2 = \sum I_i$, а полный момент определяется как $\vec{M} = \sum \vec{M}_i$. Тогда получим следующее уравнение: $\boxed{\vec{M} = I\,\vec{\varepsilon}}$.

Это уравнение описывает *основной закон динамики вращательного движения твердого тела:*

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I} ,$$

угловое ускорение твердого тела прямо пропорционально полному моменту внешних сил и обратно пропорционально моменту инерции тела.



21. Кинетическая энергия вращения тела. Работа внешних сил при вращении твердого тела.

Определим кинетическую энергию вращающегося тела. Эта энергия должна быть равна сумме кинетических энергий отдельных материальных точек: $E_K = \sum \frac{m_i v_i^2}{2}$. Учтем, что $v_i = \omega r_i$ и $I = \sum m_i r_i^2$, тогда получим: $E_K = \sum \frac{m_i \omega^2 r_i^2}{2} = \omega^2 \sum \frac{m_i r_i^2}{2} = \omega^2 \frac{I}{2}$, $\boxed{E_K = \frac{I\omega^2}{2}}$.

Если тело катится по поверхности другого тела (например, цилиндр скатывается без трения с наклонной плоскости), то центр масс движется поступательно, а само тело вращается, поэтому энергия движения складывается из энергии поступательного движения и энергии вращения:

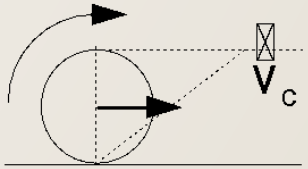


Рис.21.1.

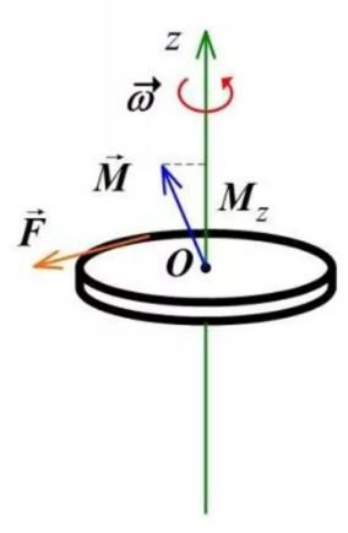
$$E_K = \frac{m v_c^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

где v_c – скорость центра масс тела; I – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, ω – угловая скорость вращения тела.

21. Кинетическая энергия вращения тела. Работа внешних сил при вращении твердого тела.

Из сопоставления кинетической энергии для поступательного и вращательного движений видно, что *мерой инертности* при вращательном движении служит *момент инерции*.

При вращении твердого тела его потенциальная энергия не изменяется, поэтому элементарная работа внешних сил равна приращению кинетической энергии тела: $dA = dE_K$:



$$dA = d\left(\frac{I\omega^2}{2}\right) = I\omega\,\frac{d\omega}{dt}\,dt = I\,\omega\,\varepsilon\,dt\,.$$

Учитывая, что $I\varepsilon = M$, $\omega dt = d\varphi$, имеем:

$$dA = M\,\mathrm{d}\varphi\,.$$

Работа внешних сил при повороте твердого тела на конечный угол равна:

$$A = \int_0^{\varphi_1} M\,\mathrm{d}\varphi\,.$$

Если $M = \mathrm{const}$, то формула для работы: $A = \int_0^{\varphi_1} M\,\mathrm{d}\varphi = M\varphi$, а если $M = 0$, то внешние силы работу не производят.

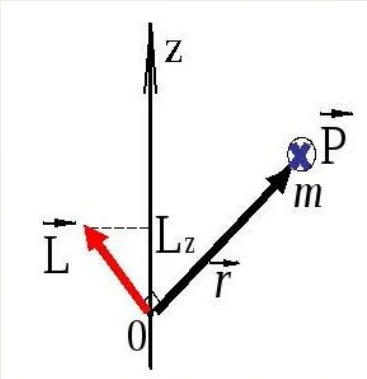
22. Закон сохранения момента импульса.

Момент импульса или *момент количества движения* относительно оси вращения для *i*-й материальной точки, имеющей линейную скорость $\vec{v}_i$ определяется как: $\vec{L}_i = \left[\vec{r}_i \cdot m_i \vec{v}_i\right]$.

Этот вектор является также направленным вдоль оси вращения и также в сторону, определяемую правилом буравчика. Так как $\vec{r}_i \perp \vec{v}_i$, то модуль вектора $\vec{L}_i$ равен $L_i = r_i m_i v_i$. Величина полного момента импульса твердого тела равна арифметической сумме моментов импульса всех его точек, так как при вращении тела все его точки вращаются в одном и том же направлении: $\vec{L} = \vec{\omega} \sum m_i r_i^2 = \vec{\omega} I$.

$[L]$=кг.м^2/с.

Момент импульса определяется формулой $\vec{L} = I\vec{\omega}$ и является вектором, совпадающим по направлению с вектором угловой скорости.



22. Закон сохранения момента импульса.

Будем считать, что момент инерции I остается все время постоянным, а угловая скорость изменяется со временем, так что $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$.

Продифференцируем $\vec{L} = I\vec{\omega}$ по времени:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt}, \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt}.$$

Сопоставляя полученное выражение с основным законом динамики вращательного движения, можно его записать в виде: $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$.

В замкнутой системе момент внешних сил $\vec{M} = 0$ и $\Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, откуда:

$$\boxed{\vec{L} = \text{const}},$$

где $\vec{L}$ – векторная сумма моментов тел, входящих в эту систему.

22. Закон сохранения момента импульса.

Данное выражение представляет собой закон сохранения момента импульса: *сумма моментов импульса всех тел замкнутой системы сохраняется, то есть не изменяется с течением времени:* $I\vec{\omega} = \text{const}$.

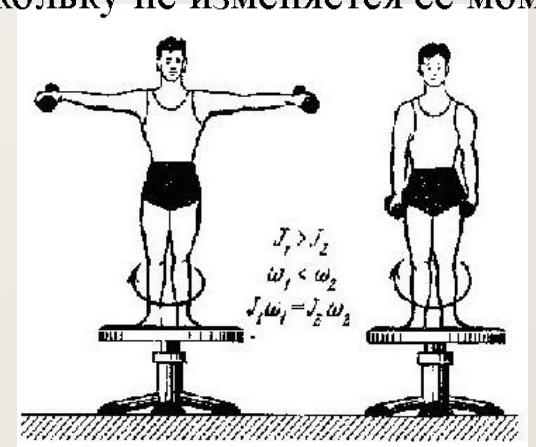
Если в процессе вращения тела его момент инерции изменяется, то при этом должна изменяться и угловая скорость тела, причем согласно закону сохранения момента импульса

$$I_1\vec{\omega}_1 = I_2\vec{\omega}_2 = \text{const}.$$

Этот закон справедлив не только для одного тела, но и для замкнутой системы тел:

$$I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2 + \ldots + I_n\vec{\omega}_n = \text{const}.$$

Закон сохранения момента импульса проявляется как в технике (например, в устройстве вертолета – для изменения ориентации), так и в природе (вращение Земли вокруг своей оси происходит с постоянной угловой скоростью, поскольку не изменяется ее момент инерции).



23. Условия равновесия твердого тела. Виды равновесия.

Состоянием механического равновесия тела (или системы) называется такое состояние, из которого она может быть выведена только в результате внешнего силового воздействия. В состоянии равновесия тело находится в покое, так что его кинетическая энергия равна нулю.

Выясним условия равновесия твердого тела. Тело может находится в состоянии покоя в том случае, если нет причин, приводящих к возникновению поступательного движения или вращения. Для этого необходимо и достаточно выполнение двух условий:

1) сумма внешних сил, приложенных к телу, должна быть равна нулю: $\sum \vec{F}_{внеш} = 0$

2) результирующий момент внешних сил относительно любой оси должен быть равен нулю: $\sum \vec{M}_{внеш} = 0$.

Равновесие тела в некотором положении называется *устойчивым*, если при любых малых отклонениях тела от этого положения возникают силы или моменты сил, стремящиеся возвратить тело в исходное состояние.

23. Условия равновесия твердого тела. Виды равновесия.

Примеры устойчивого равновесия приведены на рисунках 23.1–23.3.

- а) Тело, подвешенное на нити, находится в устойчивом равновесии под действием силы тяжести и силы натяжения нити. При малом отклонении шарика, например, вправо, возникает неуравновешенная сила, возвращающая шарик в исходное состояние.
- б) Тело, которое может скользить по гладкому горизонтальному столу и прикреплено к недеформированной пружине, находится в устойчивом равновесии под действием силы тяжести и силы реакции стола. При малом смещении возникает сила упругости, направленная к начальному положению тела.
- в) Маленький шарик в нижней точке вогнутой сферической поверхности также находится в устойчивом равновесии.)

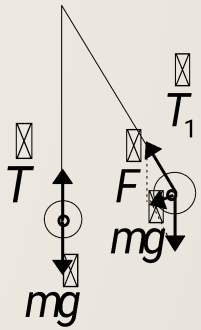


Рис.23.1.

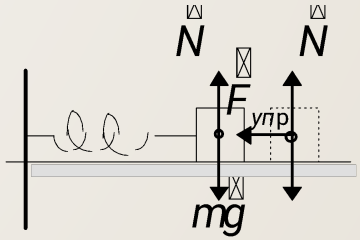


Рис.23.2.

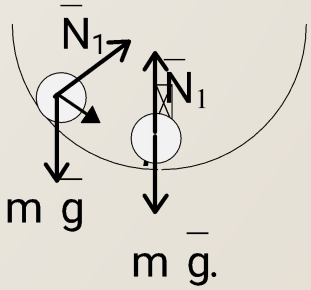


Рис.23.3.

23. Условия равновесия твердого тела. Виды равновесия.

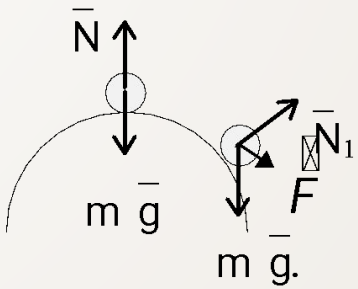


Рис.23.4.

Равновесие называется *неустойчивым*, если хотя бы при некоторых малых тела от этого положения возникают силы или моменты сил, стремящиеся еще больше отклонить тело от начального положения.

Маленький шарик находится в равновесии в верхней точке сферической опорной поверхности (рис.23.4.). При малом отклонении шарика возникает неуравновешенная сила, удаляющая шарик от первоначального положения.

Равновесие тела в некотором положении называется *безразличным*, если при любых малых отклонениях тела от этого положения, не возникает сил или моментов сил, стремящихся возвратить в начальное положение или еще более удалить тело от первоначального положения.

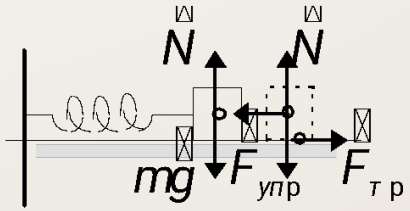


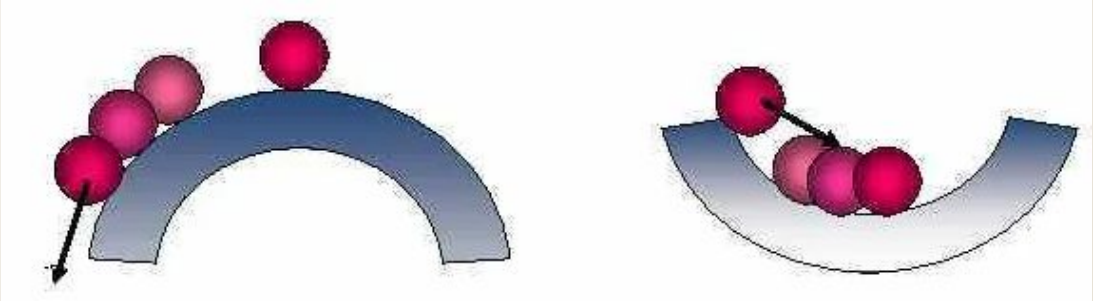
Рис.23.5.

Пример: равновесие бруска будет безразличным (рис.23.5), если при малых смещениях бруска вправо или влево от этого положения сила упругости пружины не будет достигать предельной силы трения покоя ($\vec{F}_{упр} < \vec{F}_{тр.пок.}$).

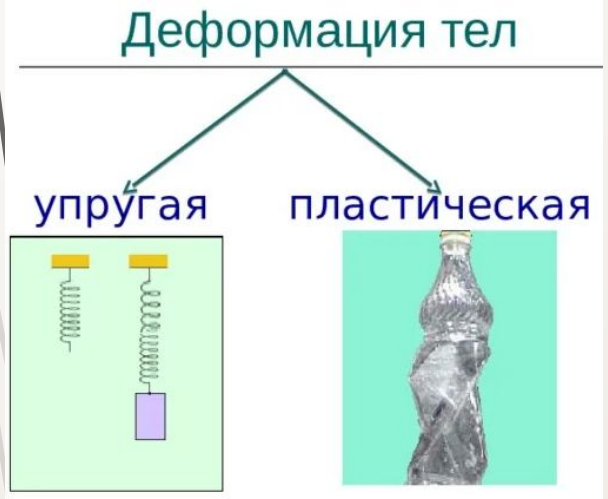
23. Условия равновесия твердого тела. Виды равновесия.

Закон сохранения механической энергии позволяет указать условия равновесия консервативных систем.

- Пусть равновесие тела обусловлено действием только потенциальных сил (тяготения, упругости, электростатических). Тогда положению устойчивого равновесия соответствует минимальное значение потенциальной энергии по сравнению с ее значениями в ближайших соседних положениях. Это так называемый *принцип минимума потенциальной энергии)*. При любых малых отклонениях тела от положения устойчивого равновесия потенциальная энергия возрастает. В состоянии неустойчивого равновесия потенциальная энергия системы имеет максимум.



24. Упругие свойства твердых тел.



До сих пор при рассмотрении твердых тел мы пользовались моделью абсолютно твердого тела. Однако в природе абсолютно твердых тел не существует, так как все реальные тела под действием сил изменяют свою форму и размеры, то есть *деформируются*.

Деформацией твердого тела называется изменение его размеров и объема (и, соответственно, формы).

Деформация тела приводит к смещению его частиц из первоначальных положений равновесия в узлах кристаллической решетки в новые. Силы взаимодействия между частицами этому смещению препятствуют. В деформированном теле возникают внутренние упругие силы, уравновешивающие внешние силы, вызывающие деформацию.

Деформация называется ***упругой***, если после прекращения действия внешних сил тело принимает первоначальные размеры и форму.

Деформации, которые сохраняются в теле после прекращения действия внешних сил, называются ***пластическими*** (или *остаточными*).

Физическая величина, численно равная упругой силе $F_{упр}$, приходящейся на единицу площади S сечения тела, называется *напряжением*

$$\sigma = F_{упр} / S.$$

Если сила $F_{упр}$ направлена по нормали к поверхности, то напряжение называется ***нормальным***, если же по касательной к поверхности – ***тангенциальным***.

Мерой деформации служит его *относительная деформация*, равная отношению абсолютной деформации Δx к первоначальному значению величины x, характеризующих форму или размеры тела: $\boxed{\varepsilon = \Delta x / x}$.

24. Упругие свойства твердых тел.

Закон Гука: *напряжение упруго деформированного тела прямо пропорционально его относительной деформации*:

$$\sigma = K_x \frac{\Delta x}{x} \text{ или } F_x = -k\Delta x.$$

Здесь K_x – модуль упругости, численно равный напряжению, которое возникает при относительной деформации, равной единице. Величина $\alpha_x = 1/K_x$ называется *коэффициентом упругости*. $k = \frac{K_x S}{l}$.

Деформация твердых тел подчиняется закону Гука до известного предела, называемого *пределом пропорциональности* $\sigma_п$ (рис.24.1) При больших напряжениях, превышающих так называемый предел упругости $\sigma_у$, начинают возникать остаточные деформации, когда после прекращения действия силы тело не принимает исходные размеры и форму. Напряжение, при котором появляется заметная остаточная деформация, называется пределом текучести $\sigma_т$. При дальнейшем растяжении (за точку D) происходит разрушение тела. Максимальное напряжение, возникающее в теле до разрушения, называется пределом прочности $\sigma_р$.

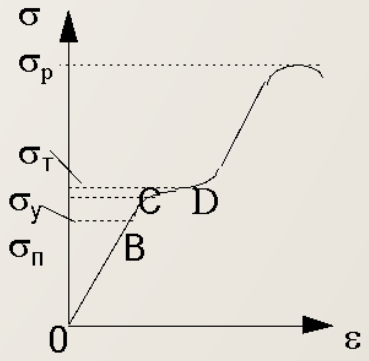


Рис.24.1.

Помимо упругих сил существуют силы, имеющие иную природу, чем упругие, но удовлетворяющие соотношению: $F_x = -k\Delta x$ (или чаще $F_x = -kx$), где F_x –проекция силы на направление, вдоль которого происходит абсолютная линейная деформация Δx (или x), а $k=const$. Подобные силы называются квазиупругими.

25. Виды упругих деформаций. Потенциальная энергия упруго деформированного тела.

Простейшей деформацией является *продольное (одностороннее) растяжение (сжатие) – увеличение (уменьшение) длины тела под действием внешней растягивающей (сжимающей) силы F.* Деформация прекращается при условии $F=F_{упр}$, где $F_{упр}$ – упругая сила. Относительная деформация: $\varepsilon = \Delta l / l$, где Δl –изменение длины под действием силы F, l –первоначальная длина тела. По закону Гука нормальное напряжение в теле:

$$\sigma = \frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l},$$

где K_x=E называется модулем Юнга. Модуль Юнга равен такому нормальному напряжению, при котором линейный размер тела изменяется в два раза (если бы столь большие упругие деформации были бы возможны): $\Delta l = l$.

Вычислим потенциальную энергию упруго растянутого (сжатого) стержня, которая равна работе, совершаемой внешними силами при деформации $E_п = A = \int_0^{\Delta l} F dx$. Согласно закону Гука: $F = kx = \frac{ESx}{l}$.

Поэтому

$$E_п = \int_0^{\Delta l} F dx = \int_0^{\Delta l} kx dx = \left.\frac{kx^2}{2}\right|_0^{\Delta l} = \frac{k\Delta l^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{ES}{l}(\Delta l)^2,$$

то есть *потенциальная энергия упруго растянутого стержня пропорциональна квадрату деформации* $(\Delta l)^2$. После некоторых преобразований, учтя, что $\varepsilon = \Delta l / l$ и $Sl = V$, получим:

$$E_п = \frac{1}{2}E\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 Sl = \frac{1}{2}E\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 V = \frac{1}{2}E\varepsilon^2 V.$$

25. Виды упругих деформаций. Потенциальная энергия упруго деформированного тела.

Существует еще несколько видов упругой деформации: сдвиг, кручение, изгиб. В теории упругости доказывается. что кручение, изгиб могут быть сведены к деформациям: растяжения или сжатия и сдвига.

Сдвигом *называется деформация тела, при которой его плоские слои, параллельные некоторой плоскости сдвига, не искривляясь и не изменяясь в размерах, смещаются параллельно друг другу* (рис.25.1).

Сдвиг происходит под действием касательной силы F, приложенной к грани BC, параллельной плоскости сдвига. Нижняя грань AD закреплена неподвижно. Если действие силы будет равномерно распределено по всей поверхности грани, то в любом сечении, параллельном этим граням, возникнет тангенциальное напряжение τ: $\boxed{\tau = F / S}$, где S – площадь поверхности верхней грани. Если тело мысленно разбить на элементарные параллельные слои, то каждый слой окажется сдвинутым относительно соседних слоев. Относительная деформация сдвига определяется из формулы: $\boxed{\gamma \approx tg\gamma = \frac{CC'}{CD}}$,

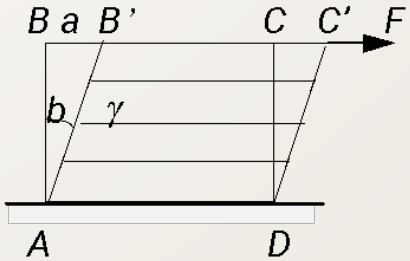


Рис.25.1.

где CC'=Δ*x*– абсолютный сдвиг параллельных слоев относительно друг друга, γ *– угол сдвига,* или *относительный сдвиг,* выраженный в радианах. По закону Гука для сдвига касательное («скалывающее») напряжение пропорционально углу сдвига: $\boxed{\tau = G\gamma}$, где G *– модуль сдвига.* Модуль сдвига равен касательному напряжению, которое возникло бы в образце при относительном сдвиге равном единице. Он зависит от материала тела, его температуры, термообработки и некоторых других факторов. [G]=Па.

25. Виды упругих деформаций. Потенциальная энергия упруго деформированного тела.

Кручение. Рассмотрим упругий цилиндрический стержень, один конец которого жестко закреплен (рис.25.2.). На нижнюю грань подействуем силой, направленной по касательной к краю нижнего торца стержня. В результате произойдет закручивание стержня. Пусть φ – угол закручивания – угол, на который поворачивается радиус-вектор основания, l_0 – первоначальная длина стержня.

Относительной деформацией кручения называется величина, численно равная отношению угла закручивания к первоначальной длине тела: $\boxed{\varepsilon_\varphi = \varphi / l_0}$.

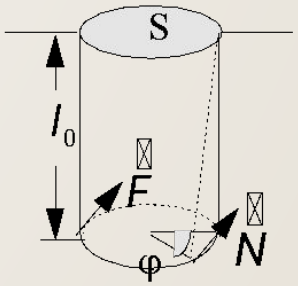


Рис.25.2.

Из соотношения для напряжения ($\sigma = \dfrac{dF_{упр}}{dS}$) получим $F = \sigma S$. По закону Гука напряжение σ прямо пропорционально относительной деформации ε_φ: $\boxed{\sigma = \alpha_\varphi \varepsilon_\varphi = \alpha_\varphi \varphi / l_0}$, где коэффициент α_φ называется модулем кручения. При известных значениях α_φ, размеров тела (S и l_0) и угла закручивания φ можно определить величину F:

$$F = (\alpha_\varphi S / l_0)\varphi .$$

Спасибо за внимание!