

9 класс

Арифметическая прогрессия

Колобанова Г.И., МОУ «СОШ № 12»,
г. Анжеро - Судженск

Устная работа

1. В последовательности (x_n) :



9; 7; 5; 3; 1; - 1; -3; ...

назовите первый, четвёртый,
шестой и седьмой члены.

Устная работа

2. Последовательность (a_n)
задана формулой $a_n = 2n - 3$.



Найдите a_1 a_2 a_5 a_{15} a_{50} a_k .

Устная работа

3. Назовите пять первых членов последовательности (c_n) , если:

$$c_1 = 4 \qquad c_{n+1} = c_n + 3$$



Выявите закономерность и задайте последовательность рекуррентной формулой

1) 1, 3, 5, 7, 9, ...

$$a_n = a_{n-1} + 2$$

2) 2, 5, 8, 11, 14, ...

$$a_n = a_{n-1} + 3$$

3) 8, 4, 0, - 4, - 8, - 12, ...

$$a_n = a_{n-1} + (- 4)$$

4) 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; ...

$$a_n = a_{n-1} + 0,5$$

$$a_n = a_{n-1} + d$$

Определение арифметической прогрессии

Числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего члена и некоторого числа d , называется ***арифметической прогрессией***.

Таким образом, арифметическая прогрессия – это числовая последовательность (a_n) , заданная рекуррентно соотношениями:

$$a_1 = a, a_n = a_{n-1} + d \\ (n = 2, 3, 4, \dots)$$

Разность арифметической прогрессии

Число d , на которое отличается каждый последующий член арифметической прогрессии, начиная со второго, от предыдущего члена, называется разностью арифметической прогрессии.

$$d = a_n - a_{n-1}$$

$d > 0 \longrightarrow$ прогрессия возрастающая,

$d < 0 \longrightarrow$ прогрессия убывающая

Задание арифметической прогрессии формулой n – ого члена

- Дано: (a_n) – арифметическая прогрессия, a_1 – первый член прогрессии, d – разность.

- $a_2 = a_1 + d$

- $a_3 = a_2 + d$

- $a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$

- $a_5 = a_4 + d = (a_1 + 3d) + d = a_1 + 4d$

- $\dots$

- $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Арифметическая прогрессия

1. Известно, что $a_1 = 1$, $d = 3$.

Задайте эту прогрессию.



1; 4; 7; 11; 15; 19 ; ...

Арифметическая прогрессия

Последовательность (a_n) – арифметическая прогрессия, в которой $a_1 = 4$; $d = 2$. Найдите 50-ый член этой прогрессии.

$$a_{50} = 4 + 49 \cdot 2$$

$$a_{50} = 102$$

Формула суммы членов конечной арифметической прогрессии

- $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$
- $S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1$

Сложив эти два равенства, получим:

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) + \dots + (a_{n-2} + a_3) + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1).$$

В правой части равенства n пар слагаемых, каждая пара равна $a_1 + a_n$. Значит, $2S_n = n(a_1 + a_n)$;

$$S = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

Формула суммы членов конечной арифметической прогрессии

- Иногда полезна видоизменённая формула суммы n членов арифметической прогрессии. Если в формуле для S_n учесть, что $a_n = a_1 + d(n-1)$, то получим:

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Арифметическая прогрессия

- *Задача*

Альпинисты в первый день восхождения поднялись на высоту 1400 м, а затем каждый следующий день поднимались на высоту на 100 м меньше, чем в предыдущий. За сколько дней они покорили высоту 5000 м ?

Решение задачи

За первый день альпинисты поднялись на 1400 м, за второй 1300 м и.т.д.. Математической моделью является конечная арифметическая прогрессия, у которой

$$a_1 = 1400, d = -100, S_n = 5000$$

Подставив данные в формулу найдём n – количество дней

Характеристическое свойство арифметической прогрессии

Пусть дана арифметическая прогрессия

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

Рассмотрим три её члена, следующие друг за другом:

$$a_{n-1}, a_n, a_{n+1}.$$

Известно, что

$$a_n - d = a_{n-1},$$

$$a_n + d = a_{n+1}.$$

Сложив эти равенства, получим:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Это значит, что каждый член арифметической прогрессии (кроме первого и последнего) равен среднему арифметическому предшествующего и последующего членов.

Задачи из вариантов ГИА

- 1) В арифметической прогрессии $a_1 = 3$, $d = -1,5$.
Найдите наименьшее значение n , для которого выполняется неравенство $a_n > -6$.
- 2) Укажите количество положительных членов арифметической прогрессии $84,1; 78,3; \dots$.
- 3) Арифметическая прогрессия задана формулой n -го члена $a_n = 4n + 1$. Найти сумму членов арифметической прогрессии с двадцать пятого по пятидесятый включительно.

Итог урока

- Какая последовательность называется арифметической прогрессией? Приведите примеры.
- Что такое разность прогрессии, как ее вычислить?
- Каким свойством обладает арифметическая прогрессия?

Домашнее задание

- Мордкович А.Г.
- п. 23
- № 23.02(а,б), 23.08(а,б)