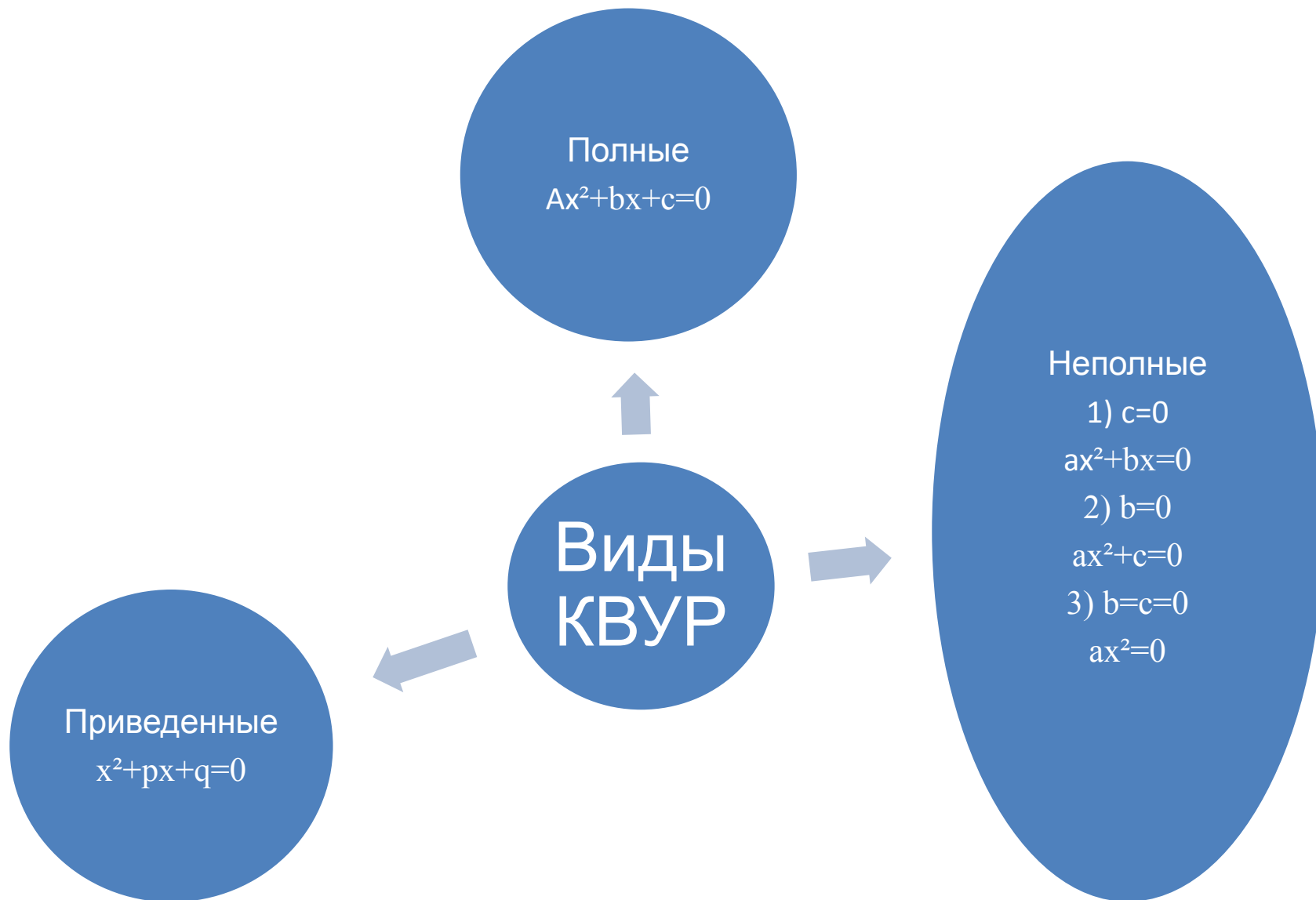


Методы решения квадратных уравнений

Определение

- Квадратные уравнения (КВУР) – уравнения вида $ax^2+bx+c=0$, где x – переменная, a , b и c – любые числа, причем $a \neq 0$.

(В случае, когда $a = 0$, КВУР переходит в класс линейных уравнений, т.к. исключается переменная во второй степени)



Методы решения. Неполные КВУР.

I. $ax^2+bx=0$

1) Вынести общий множитель за скобки и разложить на множители:

$$x \cdot (ax+b)=0$$

$$x=0 \text{ или } ax+b=0$$

Методы решения. Неполные КВУР.

Примеры:

1) $2x^2 + 3x = 0$

$$x(2x + 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } 2x + 3 = 0$$

$$2x = -3$$

$$x = -1,5$$

Ответ: -1,5; 0

2) $5u^2 - 4u = 0$

$$u(5u - 4) = 0$$

$$\begin{array}{lll} \boxed{u=0,} & \boxed{u=0,} & \boxed{u=0,} \\ \boxed{5u-4=0;} & \boxed{5u=4;} & \boxed{u=0,8.} \end{array}$$

Ответ: 0; 0,8.

Методы решения. Неполные КВУР.

$$\text{II. } ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = -c$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

$-\frac{c}{a} < 0$
нет решений

$-\frac{c}{a} = 0$
 $x^2 = 0$
 $x = 0$

$-\frac{c}{a} > 0 \rightarrow 2 \text{ корня}$
 $x = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$

Методы решения. Неполные КВУР.

Примеры:

$$1) \quad x^2 + 19 = 0$$

$$x^2 = -19$$

$-19 < 0 \Rightarrow$ нет корней

Ответ: нет корней.

Примеры:

$$2) \quad x^2 - 19 = 0$$

$$x^2 = 19$$

$19 > 0 \Rightarrow$ 2 корня

$$x = \pm \sqrt{\frac{19}{1}}$$

$$x = \pm \sqrt{19}$$

Ответ: $\pm \sqrt{19}$.

Методы решения. Неполные КВУР.

$$\begin{array}{l} \text{III. } ax^2=0 \\ x^2=0 \\ x=0 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{III. } ax^2=0 \\ x^2=0 \\ x=0 \end{array}} \right\} \text{ [смотри здесь.](#)$$

Методы решения.

Выделение полного квадрата.

1) $b=\text{четное}$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\underline{x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 4 - 4 + 3 = 0}$$

$$(x-2)^2 - 1 = 0$$

$$(x-2)^2 = 1$$

$$x-2 = \pm \sqrt{1}$$

$$x-2 = \pm 1$$

$$x=3 \text{ или } x=1$$

Ответ: 1, 3.

1) $b=\text{нечетное}$

$$2x^2 + x + 2 = 0 \quad | :2$$

$$x^2 + \frac{1}{2}x + 1 = 0$$

$$\underline{x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{16} + 1 = 0}$$

$$(x+0,25)^2 + \frac{15}{16} = 0$$

$$(x+0,25)^2 = -\frac{15}{16}$$

$$\frac{15}{16} < 0 \Rightarrow \text{нет корней}$$

Ответ: нет корней.

Методы решения.

Полные КВУР $ax^2+bx+c=0$

Формула полного квадрата:

1) $x^2+8x+16=0$

$$(x+4)^2=0$$

$$x+4=0$$

$$x=-4$$

Ответ: $x=-4$.

2) $a^2-2,6a+1,69=0$

$$(a-1,3)^2=0$$

$$a-1,3=0$$

$$a=1,3$$

Ответ: $a=1,3$.

Методы решения. Полные КВУР. Частные случаи.

Теорема 1:

Если $a+b+c=0$, то

$$x_1=1, x_2 = \frac{c}{a}$$

Примеры:

$$1) \quad \overset{a}{5}x^2 - \overset{b}{8}x + \overset{c}{3} = 0$$

$$5-8+3=0 \Rightarrow$$

Теорема 1

$$x = 1; x = \frac{3}{5}$$

$$\text{Ответ: } x = 1; x = \frac{3}{5}$$

$$2) \quad 3x^2 - 7x + 4 = 0 \Rightarrow$$

$$3-7+4=0 \quad \text{Теорема 1}$$

$$x = 1; x = \frac{4}{3}$$

$$\text{Ответ: } 1; \frac{4}{3}$$

Методы решения.

Полные КВУР. Частные случаи.

Теорема 2:

Если $a-b+c=0$, то

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}.$$

Примеры:

1) $5x^2 + 9x + 4 = 0$

$$5 - 9 + 4 = 0 \Rightarrow \text{Теорема 2}$$

$$x_1 = -1; x_2 = -\frac{4}{5}.$$

$$\text{Ответ: } x_1 = -1; x_2 = -\frac{4}{5}.$$

2) $y^2 - 22y - 23 = 0$

$$1 + 22 - 23 = 0 \Rightarrow$$

$$\text{Теорема 2} \quad \frac{-23}{1}$$

$$x_1 = -1; x_2 = -\frac{-23}{1}$$

$$x_2 = 23.$$

$$\text{Ответ: } -1; 23.$$

Методы решения. Приведенные КВУР.

Теорема ВИЕТА:

$$x^2 + px + q = 0 \quad (a=1)$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 * x_2 = q$$

Примеры:

$$1) \quad x^2 - \overset{2+4}{6}x + \overset{2*4}{8} = 0$$

$$x_1 = 2; x_2 = 4 \quad x_1 + x_2 = 6$$

$$x_1 * x_2 = 8$$

Ответ: 2, 4.

$$2) \quad y^2 - 10y - 24 = 0$$

$$y_1 = -4; y_2 = 6 \quad y_1 + y_2 = 10$$

$$y_1 * y_2 = -24$$

Ответ: $y_1 = -4; y_2 = 6$.

Методы решения. «Переброска»

$$1) \overbrace{(2x^2 - 5x - 3) = 0}$$

$$x^2 - 5x - 3 \cdot 2 = 0$$

$x^2 - 5x - 6 = 0$ (решим по
Теореме 2)

Корни запишем в виде:

$$x_1 = \frac{-1}{2}$$

$$x_2 = \frac{6}{2} = 3$$

Ответ: $x_1 = -0,5$; $x_2 = 3$.

$$2) 3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

Решим по Теореме
ВИЕТА.

$$x_1 = \frac{-2}{3}$$

$$x_2 = \frac{5}{3}$$

Ответ: $\frac{-2}{3}$; $\frac{5}{3}$

Решение КВУР по формуле:

Виды решения

Формула 1

Формула 2

Если второй коэффициент(b)-
нечетный,
то дискриминант:

$$D = b^2 - 4ac$$

Формула корней:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Если второй
коэффициент(b)-четный,
то дискриминант :

$$D_1 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$$

Формула корней:

$$x = \frac{\frac{-b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

Решим примеры

$$1) 4x^2 + x - 33 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 23}{8}$$

$$x_1 = \frac{-1 - 23}{8} = \frac{-24}{8} = -3$$

$$x_2 = \frac{-1 + 23}{8} = \frac{22}{8} = 2\frac{3}{4}$$

Ответ: -3; $2\frac{3}{4}$

$$a=4; b=1; c=-33$$

Т.к. b-нечетное, то решаем это уравнение по формуле 1:

$$D = b^2 - 4ac$$

Корни:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2c}$$

$$2) 3x^2 - 13x + 14 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{13 \pm 1}{6}$$

$$x_1 = \frac{13 - 1}{6} = 2$$

$$x_2 = \frac{13 + 1}{6} = \frac{14}{6} = 2\frac{1}{3}$$

Ответ : $2, 2\frac{1}{3}$

$$a=3; b=-13; c=14$$

Т.к. b -нечетное, то решаем по формуле 1:

$$D = b^2 - 4ac$$

Корни:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2c}$$

$$3) \quad 12x^2 + 16x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm 10}{12}$$

$$x_1 = \frac{-8 - 10}{12} = -1,5$$

$$x_2 = \frac{-8 + 10}{12} = \frac{1}{6}$$

Ответ : $-1,5; \frac{1}{6}$

$$a=12; b=16; c=-3$$

Т.к. b -четное, то решаем по формуле 2:

$$D_1 = \left(\frac{b}{2} \right)^2 - ac$$

Корни:

$$x = \frac{\frac{-b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

$$4) \quad 5x^2 + 26x - 24 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{\frac{-b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

$$x_1 = \frac{-13 - 17}{5} = -6$$

$$x_2 = \frac{-13 + 17}{5} = 0,8$$

Ответ : -6;0,8

$$a=5; b=26; c=-24$$

Т.к. b -четное, то решаем по формуле 2:

$$D_1 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$$

Корни:

$$x = \frac{\frac{-b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

- Авторы:

Ученики 8 класса ФМЛ
№ 38 г.Ульяновска

- Криворотова Полина
- Шагаев Анатолий

- Руководитель:

- Учитель математики
Алейникова Т.В.