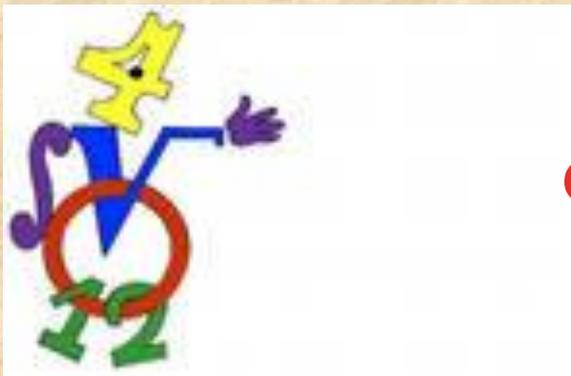


8 класс алгебра



АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ

6. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ (УРОКИ 17 - 18).



Цели:



- ✓ Изучить **правила преобразования рациональных выражений;**
- ✓ Научиться **упрощать выражения;**
- ✓ Научиться **доказывать тождества.**

Рациональное число можно представить

в виде $\frac{P}{Q}$, где P – целое число,
 Q – натуральное число.

Рациональные числа - все целые числа и все дроби, как положительные так и

отрицательные.

Рациональное выражение – алгебраическое выражение составленное из чисел и переменных

с помощью арифметических операций и

возведения в натуральную степень.

Дробное выражение – это алгебраическая дробь.

Целое выражение - выражение

представленное в виде многочлена .

Изучение новой темы

Для преобразования рациональных выражений

принят тот же порядок действий, что и для преобразования числовых выражений.

в скобках, затем действия **второй ступени**

(умножение, деление, возведение в степень),

а затем действия **первой ступени**
Рассмотрим наиболее сложные задания:
(сложение, вычитание).

Рассмотрим пример 1.

Упростить выражение.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} \right) : (c + a) + ca \cdot \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a} \right) = \\ & = \left(\frac{a + c}{c \cdot a} \right) : (c + a) + ca \cdot \left(\frac{a - c}{c \cdot a} \right) = \\ & = \left(\frac{a + c}{c \cdot a} \right) \left(\frac{1}{c + a} \right) + ca \cdot \left(\frac{a - c}{c \cdot a} \right) = \\ & = \frac{\cancel{(a + c)}}{c \cdot a \cdot \cancel{(c + a)}} + \cancel{ca} \cdot \left(\frac{a - c}{\cancel{c \cdot a}} \right) = \frac{1}{c \cdot a} + (a - c). \end{aligned}$$

Рассмотрим пример 2.

Упростить выражение:

$$a) \left(\frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2 + 2ab + b^2} \right) : \left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2 - b^2} \right)$$

Решени

Для упрощения выражения выбираем способ преобразования по действиям.

$$\begin{aligned} 1) \frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2 + 2ab + b^2} &= \frac{a^2}{a+b} - \frac{a^2 \overset{a+b}{\cancel{a}}}{(a+b)^2} = \\ &= \frac{a^2(a+b) - a^3}{(a+b)^2} = \frac{\cancel{a^3} + a^2b - \cancel{a^3}}{(a+b)^2} = \frac{a^2b}{(a+b)^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad & \frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2-b^2} = \frac{\overset{a-b}{a}}{a+b} - \frac{\overset{1}{a^2}}{(a-b)(a+b)} = \\
 & = \frac{a(a-b) - a^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{\cancel{a^2} - ab - \cancel{a^2}}{(a-b)(a+b)} = \frac{-ab}{(a-b)(a+b)}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad & \frac{a^2 b}{(a+b)^2} \div \frac{-ab}{(a-b)(a+b)} = - \frac{\overset{1}{a^2} \cdot \overset{1}{b} \cancel{(a+b)}(a-b)}{(a+b)^{\cancel{2}} \underset{1}{a} \cdot \underset{1}{b}} = \\
 & = - \frac{a(a-b)}{(a+b)} = \frac{a(b-a)}{a+b}.
 \end{aligned}$$

Рассмотрим пример 3.

Упростить выражение:

$$б) \frac{z-2}{4z^2+16z+16} : \left(\frac{z}{2z-4} - \frac{z^2+4}{2z^2-8} - \frac{2}{z^2+2z} \right) =$$

Решени

Для упрощения выражения выбираем способ преобразования

цепочкой

$$= \frac{z-2}{4z^2+16z+16} : \left(\frac{z}{2(z-2)} - \frac{z^2+4}{2(z^2-4)} - \frac{2}{z(z+2)} \right) =$$

$$= \frac{z-2}{4(z^2+4z+4)} : \left(\frac{z}{2(z-2)} - \frac{z^2+4}{2(z^2-4)} - \frac{2}{z(z+2)} \right) =$$

$$= \frac{z-2}{4(z+2)^2} : \left(\frac{\overbrace{z(z+2)}^{\text{red}}}{2(z-2)} - \frac{\overbrace{z^2+z}^{\text{red}}}{\underbrace{2(z^2-4)}_{\text{orange}}} - \frac{\overbrace{2(z-2)}^{\text{red}}}{\underbrace{z(z+2)}_{\text{orange}}} \right) =$$

$$= \frac{z-2}{4(z+2)^2} : \left(\frac{z^2(z+2) - z(z^2+4) - 4(z-2)}{2z(z^2-4)} \right) =$$

$$= \frac{z-2}{4(z+2)^2} : \left(\frac{\cancel{z^3} + 2z^2 - \cancel{z^3} - \underline{4z} - \underline{4z} + 8}{2z(z^2-4)} \right) =$$

$$= \frac{z-2}{4(z+2)^2} : \left(\frac{2z^2 - 8z + 8}{2z(z^2-4)} \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{z-2}{4(z+2)^2} \div \left(\frac{2(z^2-4z+4)}{2z(z^2-4)} \right) = \\
&= \frac{z-2}{4(z+2)^2} \div \left(\frac{\cancel{2}(z-2)^2}{\cancel{2}z(z^2-4)} \right) = \\
&= \frac{z-2}{4(z+2)^2} \cdot \left(\frac{z(z^2-4)}{(z-2)^2} \right) = \\
&= \frac{\cancel{(z-2)}^1 \cancel{(z-2)}^1 \cancel{(z+2)}^1 z}{4(z+2)^2 \cancel{(z-2)}^2} = \frac{z}{4(z+2)}.
\end{aligned}$$

Доказать тождество – это значит установить, что при всех допустимых значениях переменной его левая и правая части тождественно равные выражения.

Способы доказательства

- 1) Преобразовывают левую часть и получают в итоге правую часть;
- 2) Преобразовывают правую часть и получают в итоге левую часть;
- 3) По отдельности преобразовывают правую, а затем левую часть и в итоге получают равные выражения;

Какой способ выбрать – зависит от конкретного вида тождества, которое

- 4) Составляют разность левой и правой части и предлагают доказать.

Рассмотрим пример 4.

Доказать тождество.

$$\left(\frac{y^2 - 10y + 25}{y^2 - 25}\right)^3 : \left(\frac{y - 5}{2y + 10}\right)^3 = 8.$$

Решени

Для доказательства тождества выбираем первый способ:

преобразуем левую часть:

$$\left(\frac{y^2 - 10y + 25}{y^2 - 25}\right)^3 : \left(\frac{y - 5}{2y + 10}\right)^3 =$$

$$= \left(\frac{(y - 5)^2}{(y - 5)(y + 5)}\right)^3 \cdot \left(\frac{2y + 10}{y - 5}\right)^3 =$$

$$= \left(\frac{(y - 5)^{\cancel{2}}}{(\cancel{y - 5})(y + 5)}\right)^3 \cdot \left(\frac{2(y + 5)}{y - 5}\right)^3 =$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{(y-5)}{(y+5)} \right)^3 \cdot \left(\frac{2(y+5)}{y-5} \right)^3 = \\
&= \frac{(y-5)^3}{(y+5)^3} \cdot \frac{8(y+5)^3}{(y-5)^3} = \\
&= \frac{\cancel{8(y-5)^3} \cancel{(y+5)^3}}{\cancel{(y+5)^3} \cancel{(y-5)^3}} = 8.
\end{aligned}$$

И так, 8 =

Тождество справедливо лишь для допустимых значений переменной y .

Ответить на вопросы:

1. **Какие числа называются рациональными?**
2. **Какое выражение называется **дробным**?**
3. **Какое выражение называется **рациональным**?**
4. **Что значит **доказать тождество**?**
5. **Какие **способы доказательства тождества** можно назвать?**