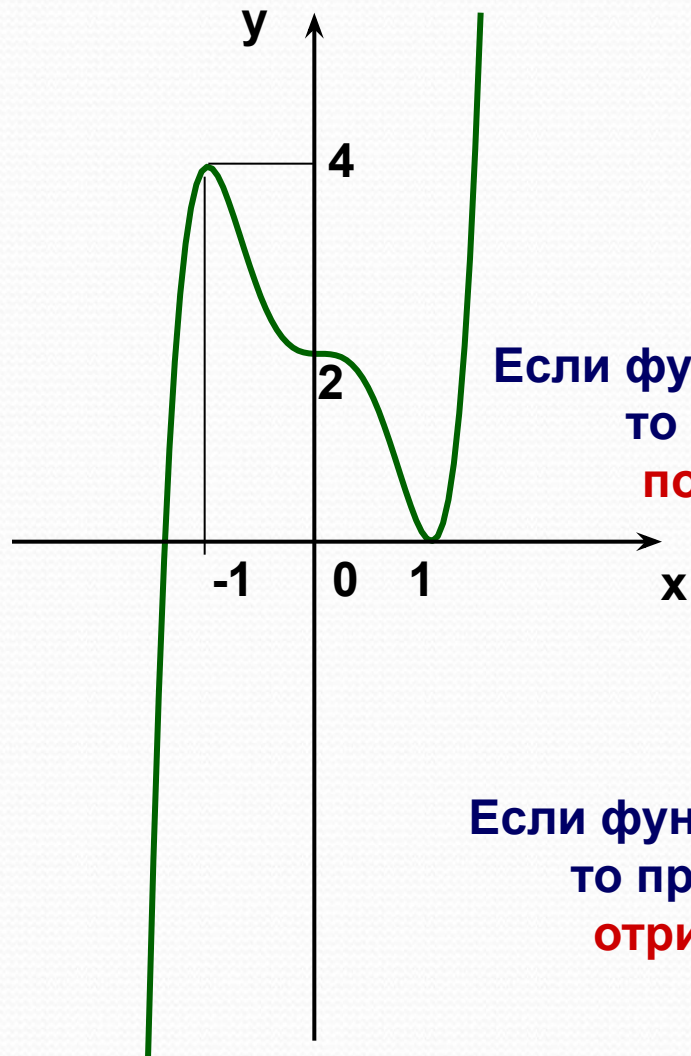




Применение производной к исследованию функций

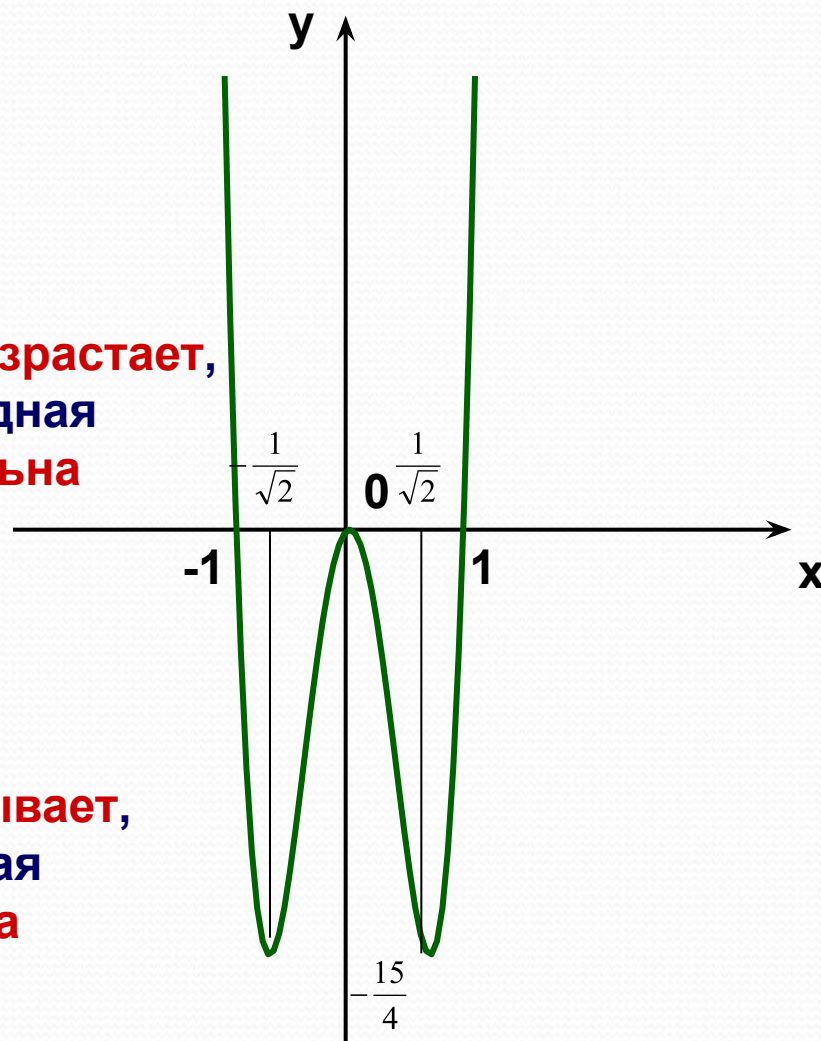
$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 2$$

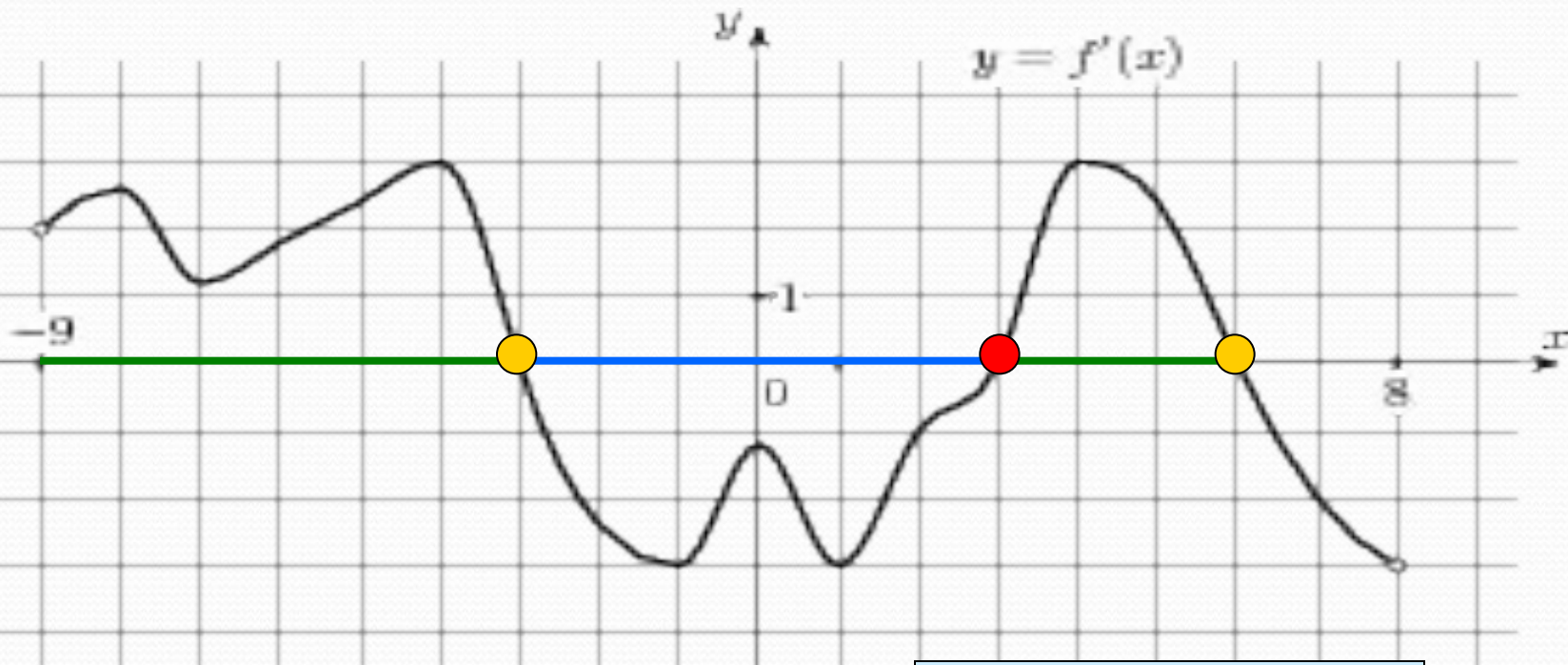
$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2$$



Если функция **возрастает**,
то производная
положительна

Если функция **убывает**,
то производная
отрицательна





Возрастает:

Убывает:

Максимум:

Минимум;

Алгоритм нахождения наибольших и наименьших значений функции

Находим производную функции

Находим критические точки функции

Если критических точек на отрезке нет, значит функция на отрезке монотонна, и наибольшего и наименьшего значения функция достигает на концах отрезка

Если критические точки на отрезке есть, значит нужно вычислить значения функции во всех критических точках и на концах отрезка, и выбрать из полученных чисел наибольшее и наименьшее

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x + 8$$

Решение:

$$f'(x) = -3x^2 + 8x - 5$$

$$-3x^2 + 8x - 5 = 0$$

$$x = 1 ; x = 5/3$$

$$f(-1) = 18$$

$$f(3) = 2$$

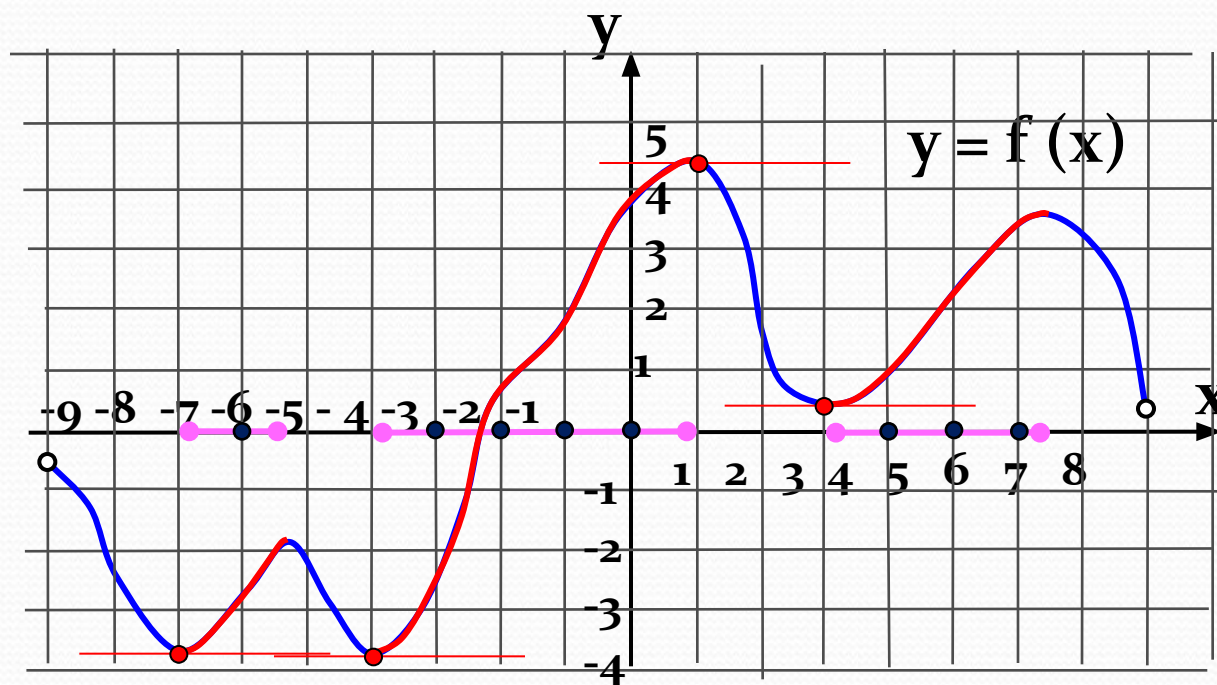
$$f(1) = 6$$

$$f(5/3) = 55/9$$

ответ

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

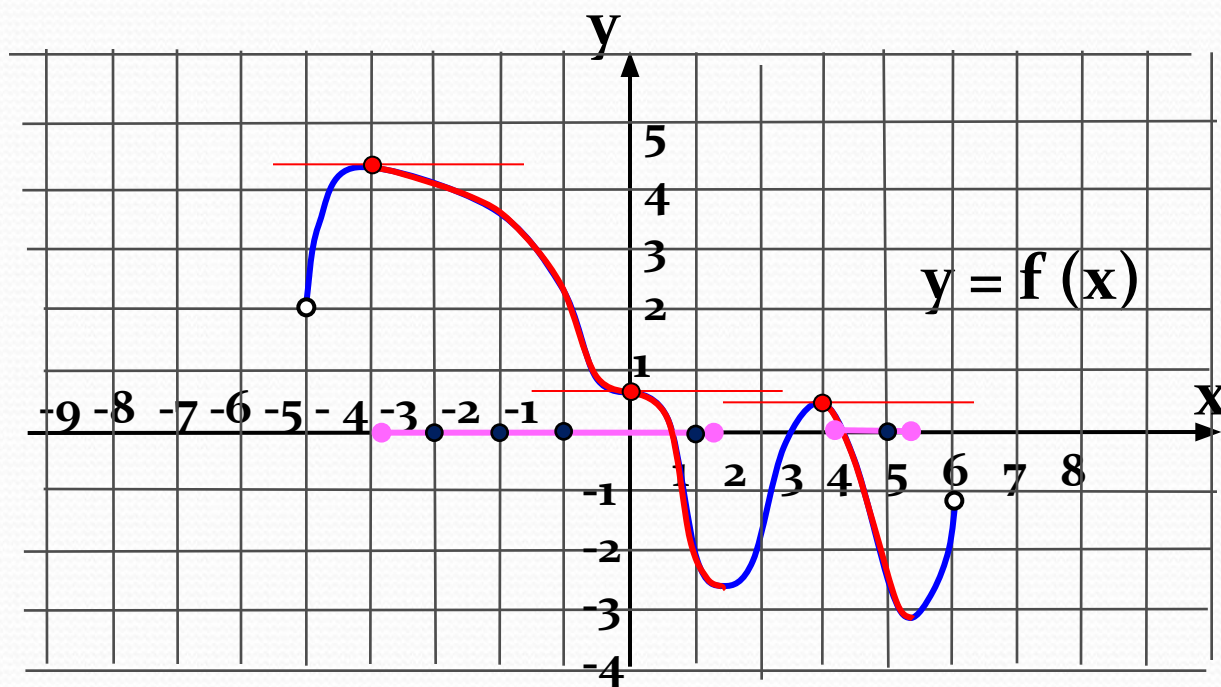
Решение: 1. $f'(x) > 0$, значит, функция возрастает. Найдем эти участки графика.
2. Найдем все целые точки на этих отрезках.



Ответ: 8

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

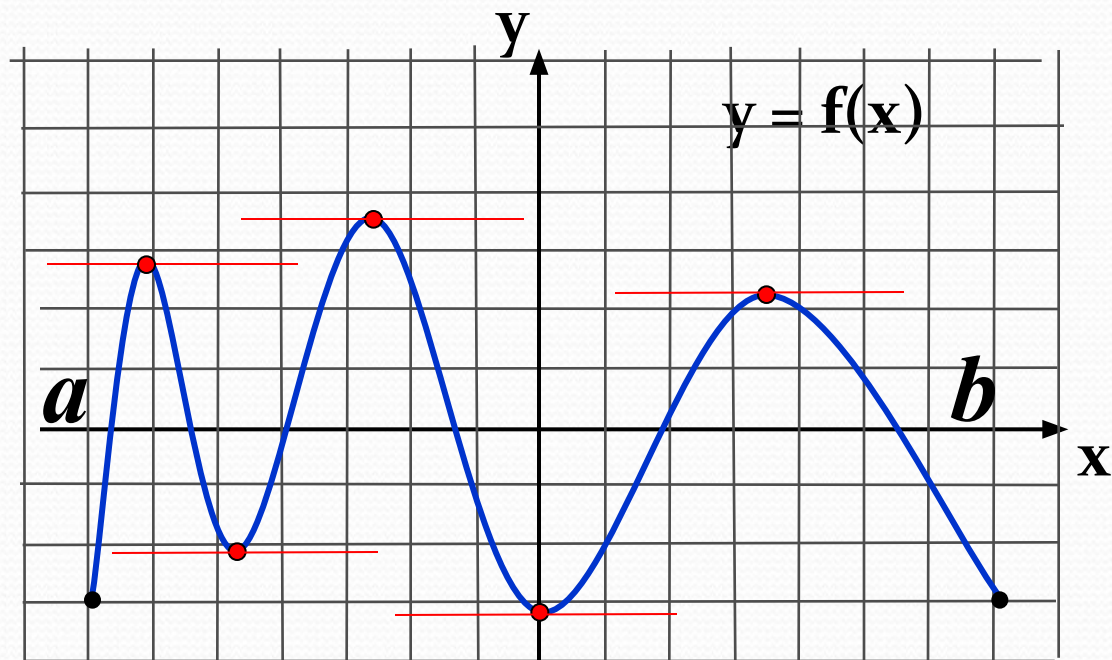
Решение: 1. $f'(x) < 0$, значит, функция убывает. Найдем эти участки графика.
2. Найдем все целые точки на этих отрезках.



Ответ: 5

Непрерывная функция $y = f(x)$ задана на отрезке $[a; b]$

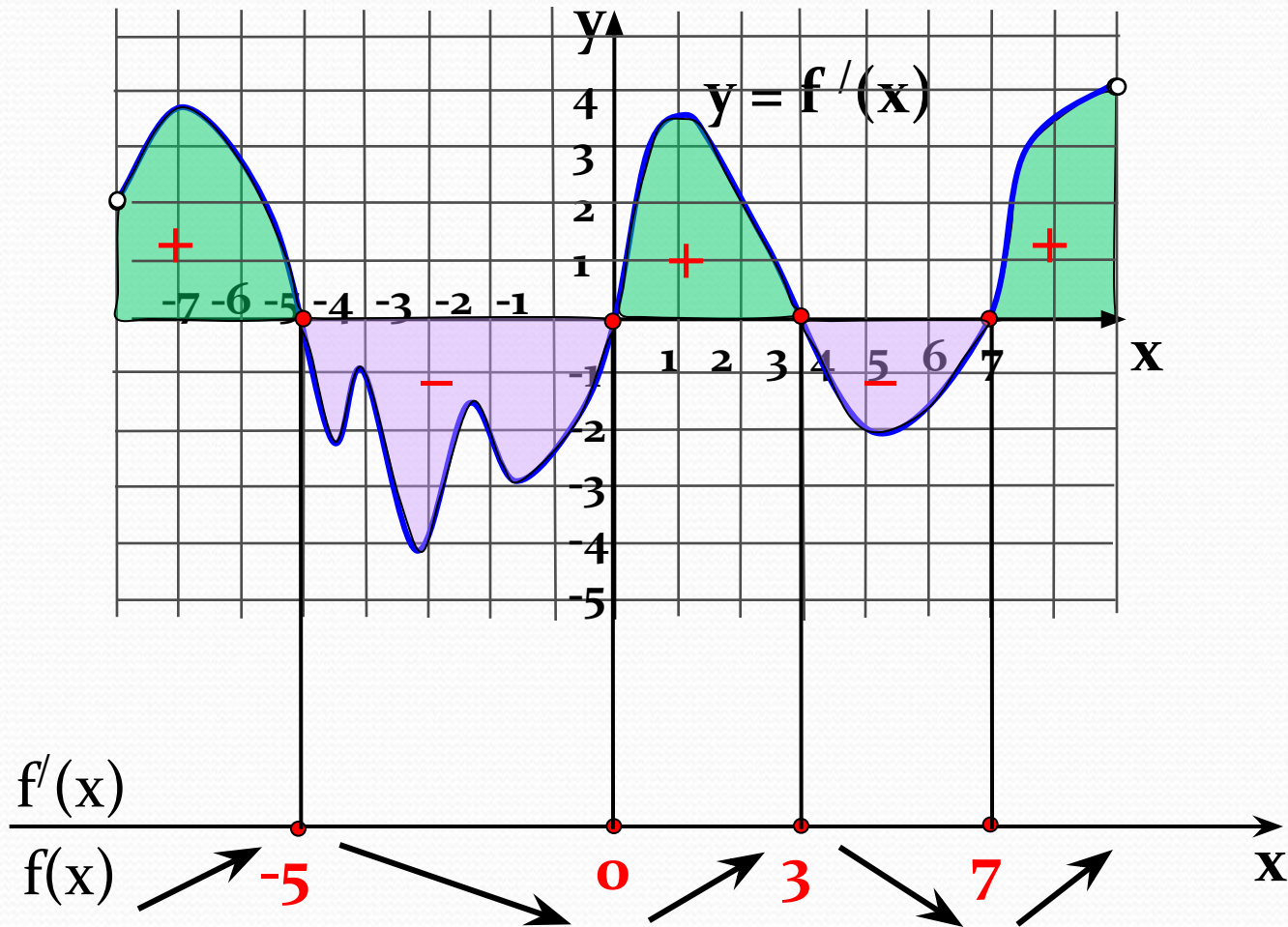
На рисунке изображен ее график. В ответе укажите количество точек графика этой функции, в которых касательная параллельна оси Ox .



Ответ: 5

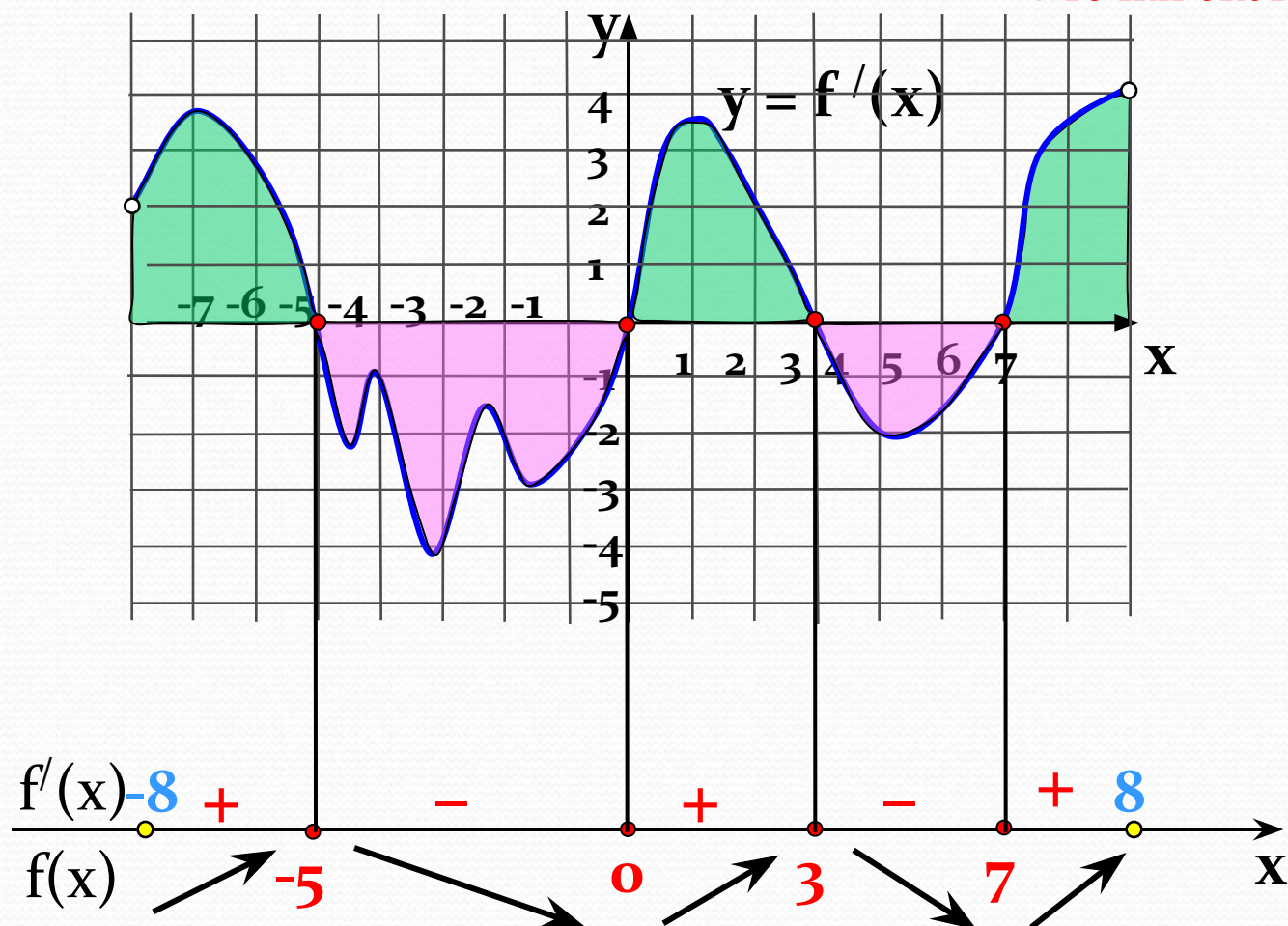
На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-8; 8)$.

Найдем точки, в которых $f'(x)=0$ (это нули функции).



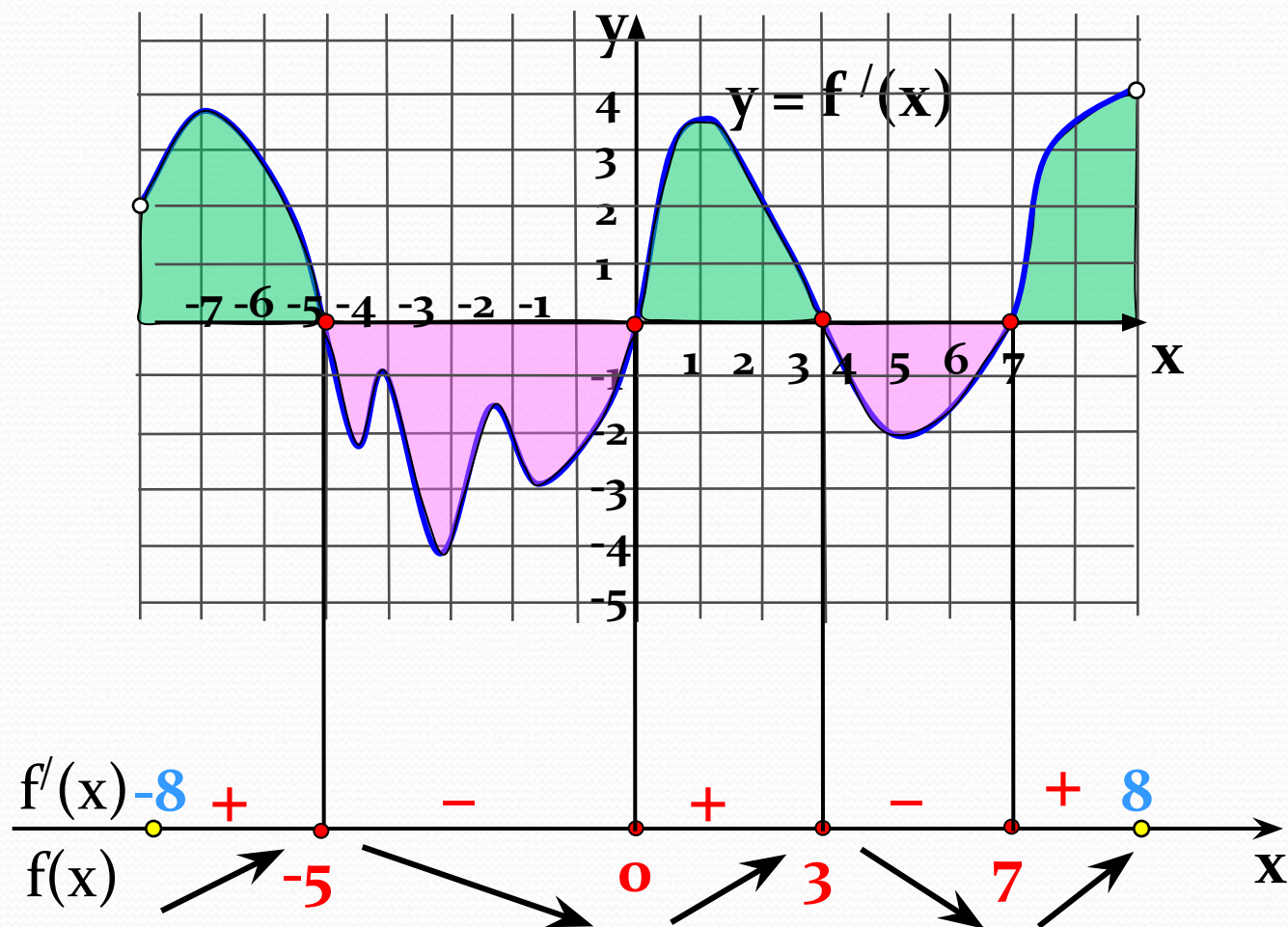
Исследуйте функцию $y = f(x)$ на экстремум и укажите количество ее точек минимума.

4 точки экстремума



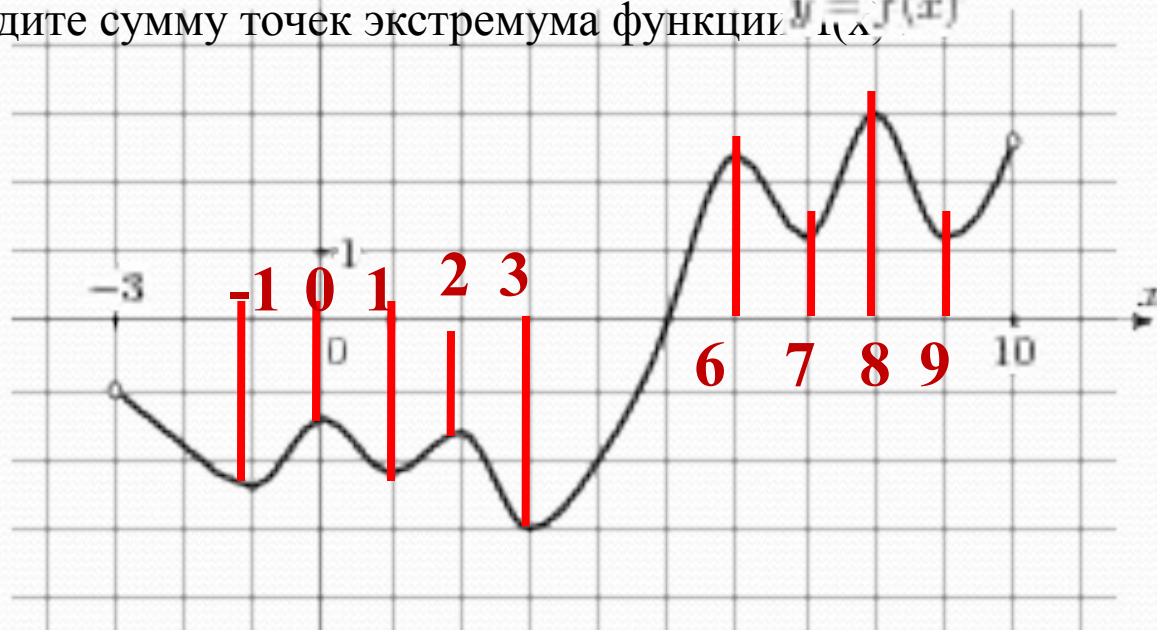
Ответ: 2

Найдите количество точек экстремума функции $y = f(x)$
на отрезке $[-3; 7]$



Ответ: 3

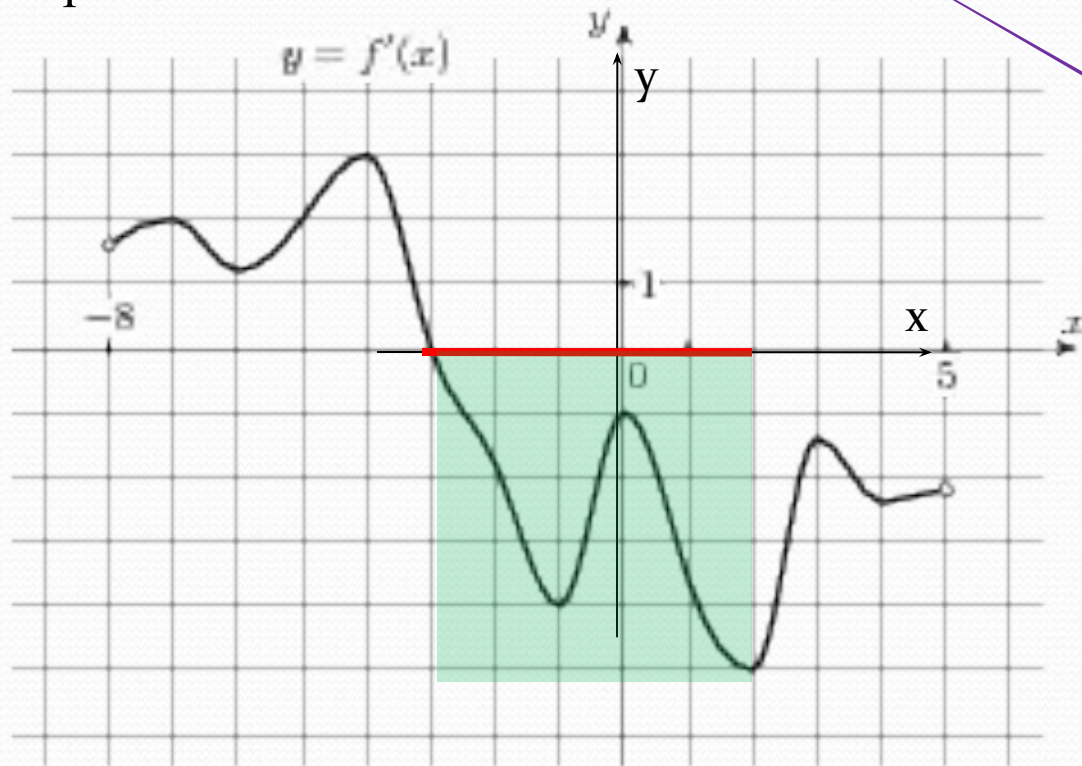
На рисунке изображен график функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3;10)$. Найдите сумму точек экстремума функции $y=f(x)$.



$$-1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 6 + 7 + 8 + 9 = 35$$

Ответ: 35

На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8;5)$. В какой точке отрезка $[-3;2]$ принимает наибольшее значение?



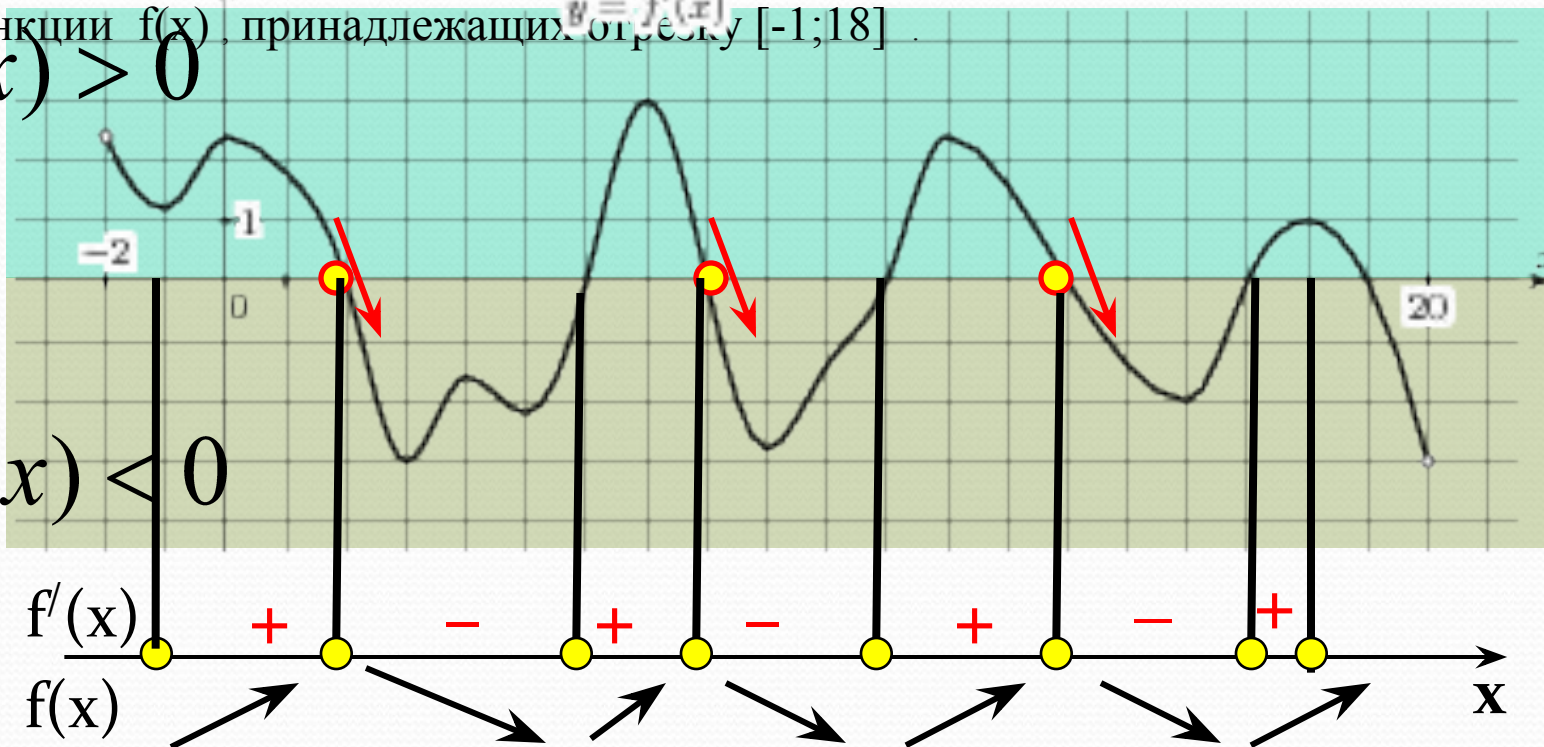
$$f'(x) < 0 \Rightarrow f(x) \text{ убывает}$$

Ответ: -3

На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2;20)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-1;18]$.

$$f'(x) > 0$$

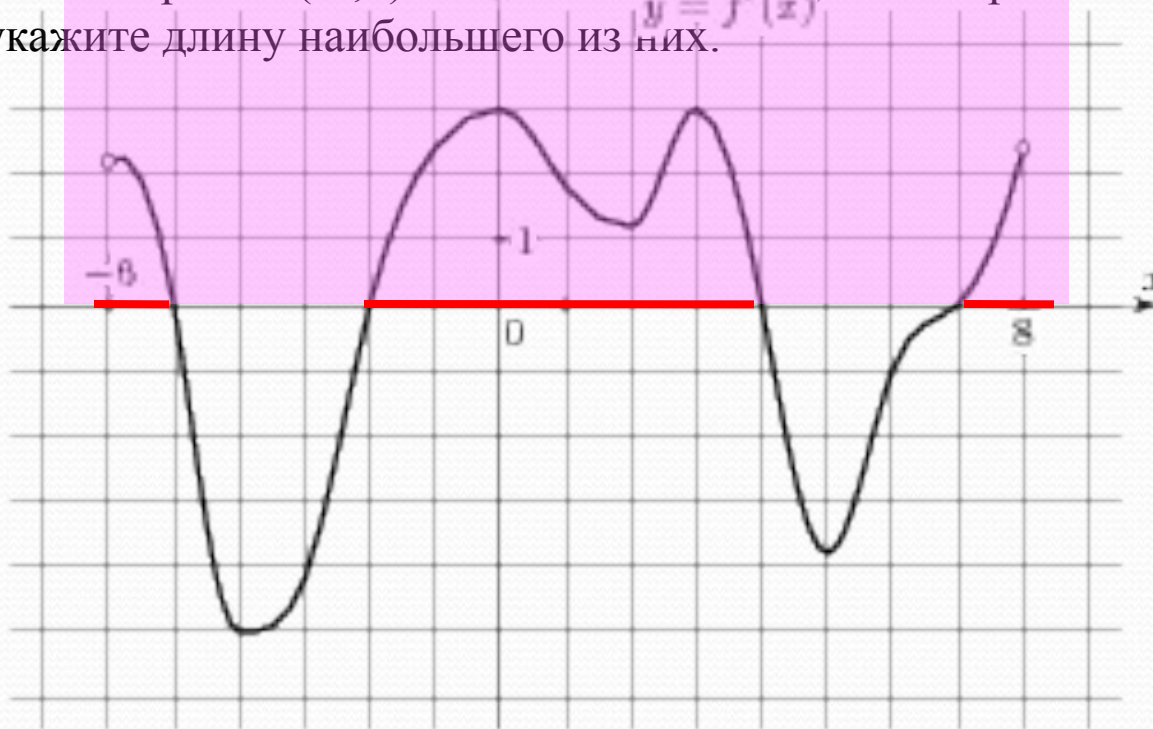
$$f'(x) < 0$$



Точка максимума – точка перехода от $f'(x) > 0$ к $f'(x) < 0$

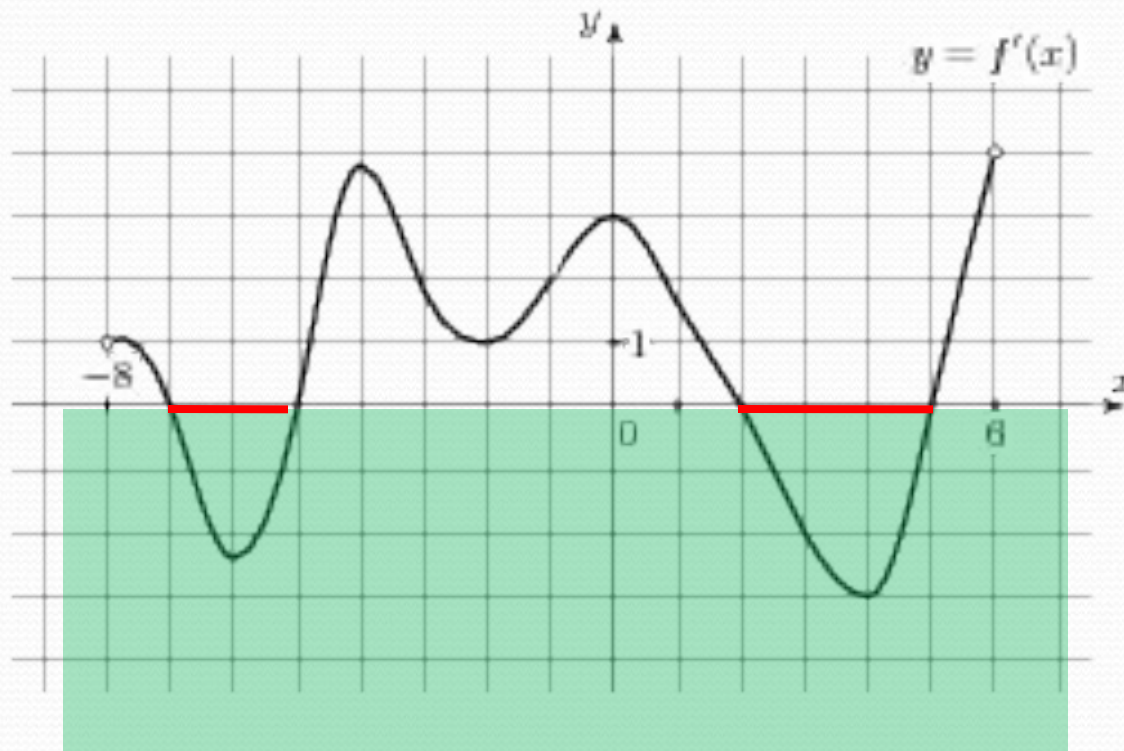
Ответ: 3

На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;8)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: 6

На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8;6)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: 3