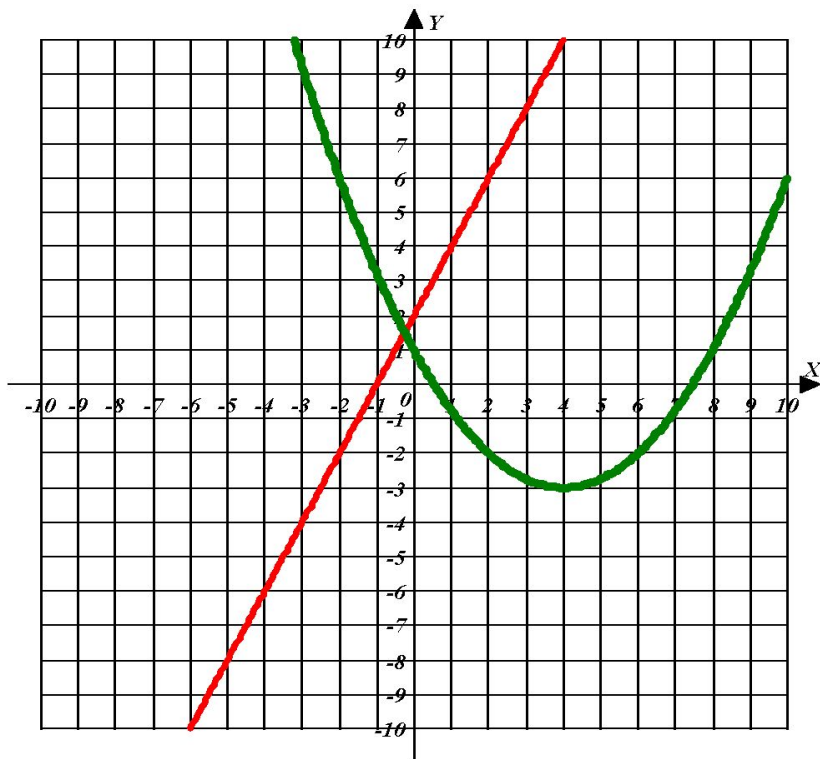


# СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

*Алгебра 9 класс*



Составила учитель  
математики  
МОУ СОШ № 31 г  
Краснодара  
Шеремета И.В.

# СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

---

- свойства функции
  - монотонность
  - наибольшее и наименьшее значения
  - непрерывность
  - четность
  - выпуклость
  - ограниченность

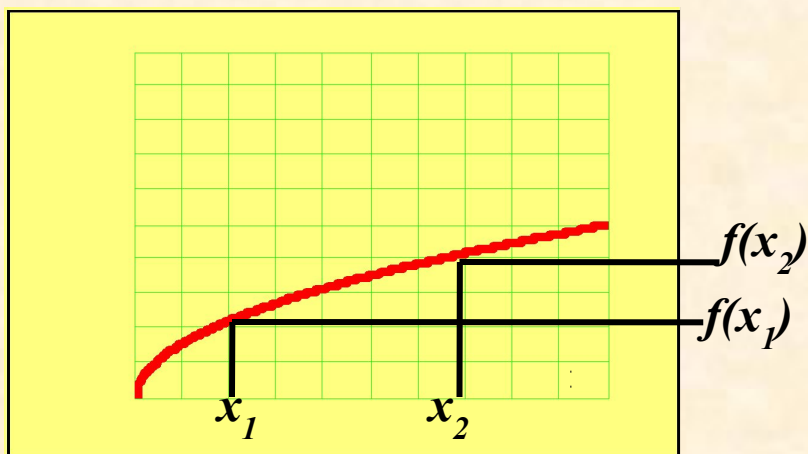


# МОНОТОННОСТЬ

## Возрастающая

Функцию  $y = f(x)$  называют возрастающей на множестве  $X$ , если для любых двух точек  $x_1$  и  $x_2$  множества  $X$ , таких, что  $x_1 < x_2$ , выполняется неравенство

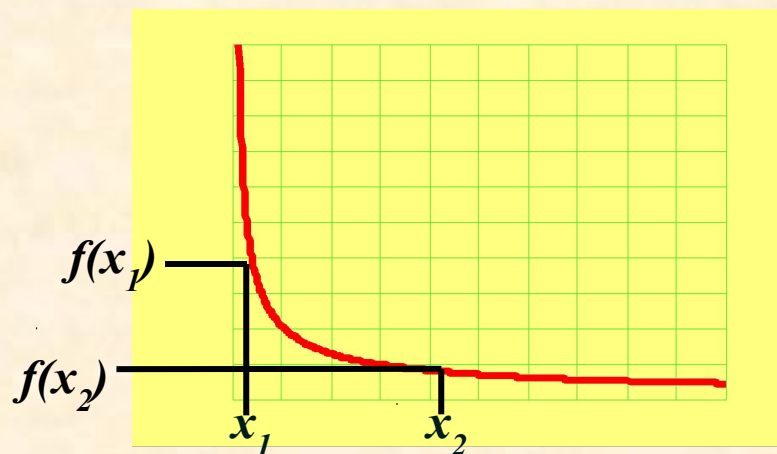
$$f(x_1) < f(x_2).$$



## Убывающая

Функцию  $y = f(x)$  называют убывающей на множестве  $X$ , если для любых двух точек  $x_1$  и  $x_2$  множества  $X$ , таких, что  $x_1 < x_2$ , выполняется неравенство

$$f(x_1) > f(x_2).$$



### НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЯ

Число  $m$  называют наименьшим значением функции  $y = f(x)$  на множестве  $X$ , если:

- 1) в  $X$  существует такая точка  $x_0$ , что  $f(x_0) = m$ .
- 2) для всех  $x$  из  $X$  выполняется неравенство
$$f(x) \geq f(x_0).$$

Число  $M$  называют наибольшим значением функции  $y = f(x)$  на множестве  $X$ , если:

- 1) в  $X$  существует такая точка  $x_0$ , что  $f(x_0) = M$ .
- 2) для всех  $x$  из  $X$  выполняется неравенство
$$f(x) \leq f(x_0).$$



## НЕПРЕРЫВНОСТЬ

*Непрерывность функции на промежутке  $X$  означает, что график функции на промежутке  $X$  сплошной, т.е. не имеет проколов и скачков.*

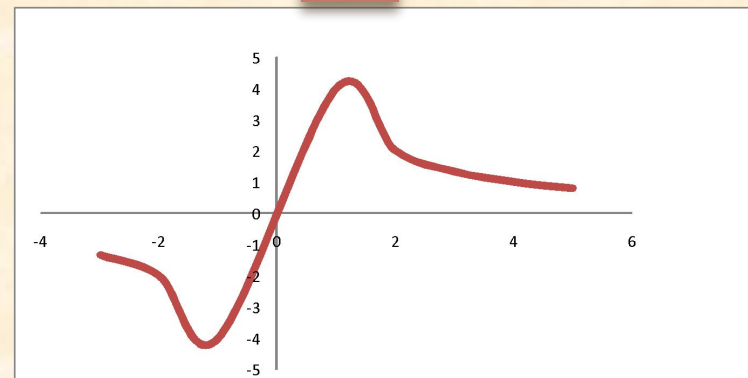
**Задание:** Определите, на каком из рисунков изображен график непрерывной функции.

1



подумай

2



правильно



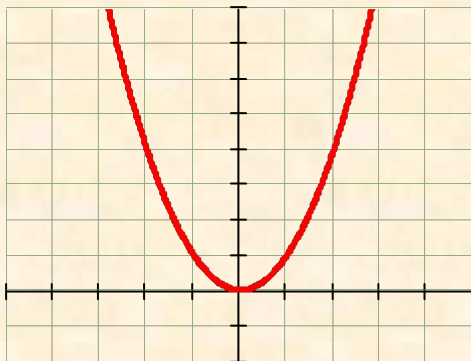
## СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

### ЧЕТНОСТЬ

Говорят, что множество  $X$  *симметрично относительно начала координат*, если множество  $X$  таково, что  $(-x) \in X$  при любом  $x \in X$ .

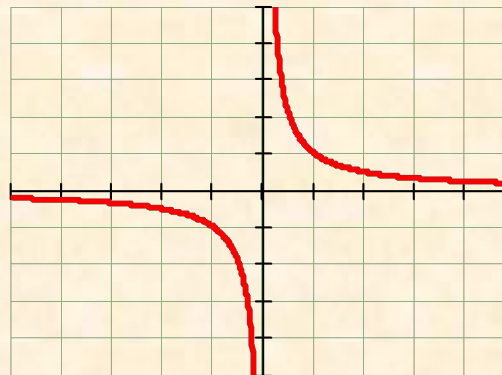
#### Четная функция

Функция  $y = f(x)$  называется четной, если область ее определения есть множество, симметричное относительно начала координат, и если  $f(-x) = f(x)$  при любом  $x \in X$ . Четная функция симметрична относительно *оси ординат*.



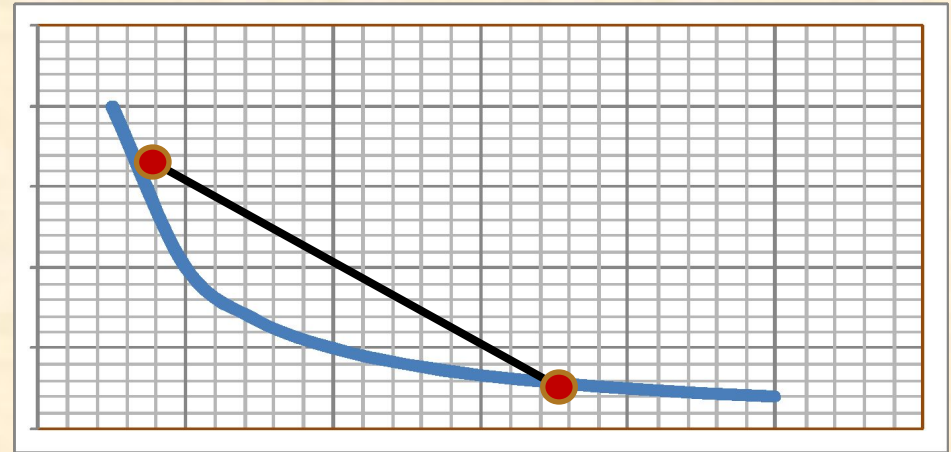
#### Нечетная функция

Функция  $y = f(x)$  называется четной, если область ее определения есть множество, симметричное относительно начала координат, и если  $f(-x) = f(x)$  при любом  $x \in X$ . Нечетная функция симметрична относительно *начала координат*.

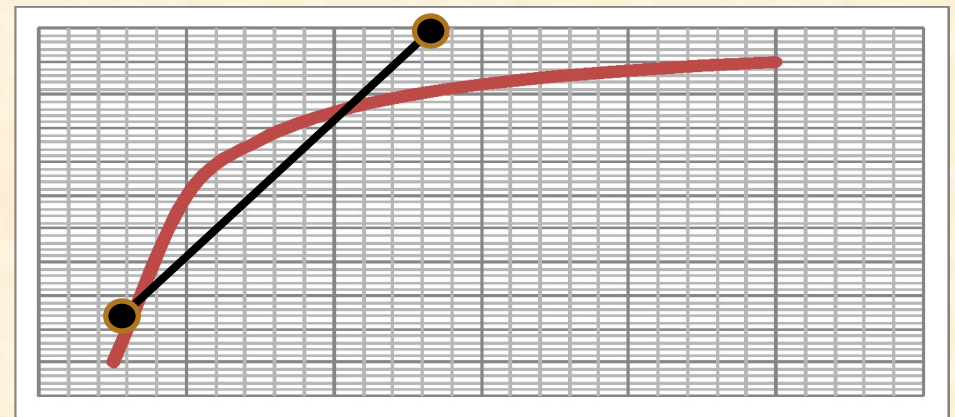


## ВЫПУКЛОСТЬ

□ Функция выпукла вниз на промежутке  $X$ , если, соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит ниже проведенного отрезка.

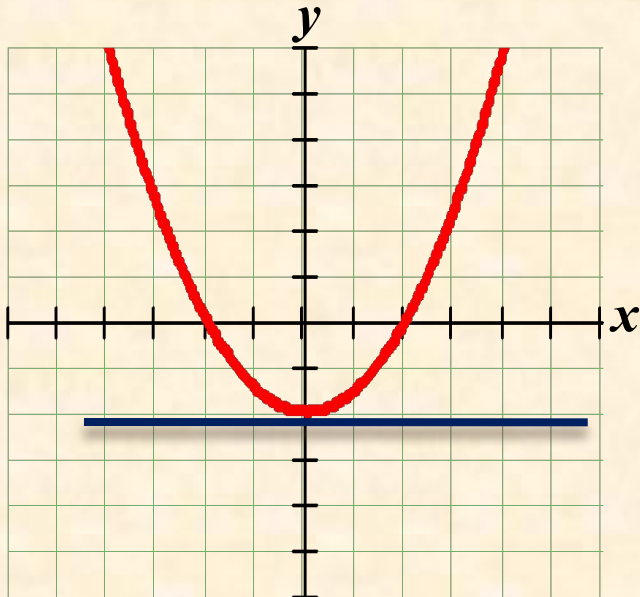


□ Функция выпукла вверх на промежутке  $X$ , если соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит выше проведенного отрезка.

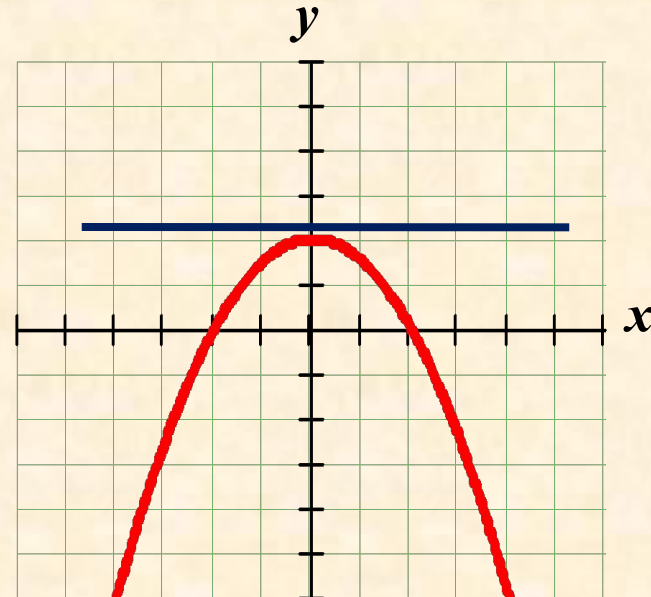


## ОГРАНИЧЕННОСТЬ

Функцию  $y = f(x)$  называют ограниченной снизу на множестве  $X$ , если все значения функции на множестве  $X$  больше некоторого числа.



Функцию  $y = f(x)$  называют ограниченной сверху на множестве  $X$ , если все значения функции на множестве  $X$  меньше некоторого числа.



## **АЛГОРИТМ ОПИСАНИЯ СВОЙСТВ ФУНКЦИЙ**

**□ Область определения**

**□ Область значений**

**□ Четность**

**□ Монотонность**

**□ Непрерывность**

**□ Ограниченность**

**□ Наибольшее и наименьшее значения**

**□ Нули функции**

**□ Выпуклость**



## СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

### ОПИШИТЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ:

$y = kx + m$  – линейная функция

$y = kx^2$  – квадратичная функция

$y = k/x$  – обратная пропорциональность

$y = \sqrt{x}$

$y = |x|$

$y = ax^2 + bx + c$  – квадратичная функция

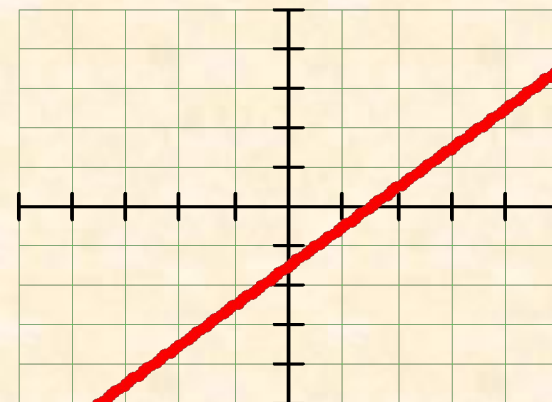


## СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

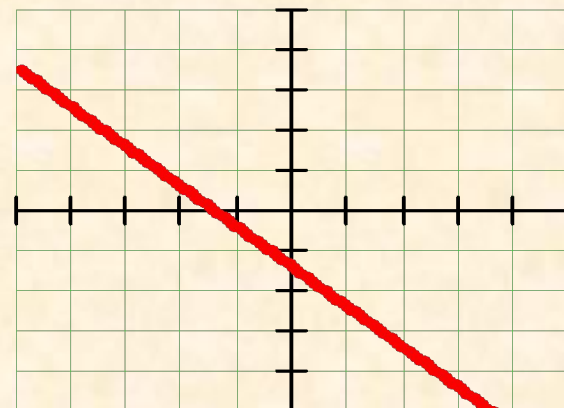
### СВОЙСТВА ФУНКЦИИ $y = kx + m$ ( $k \neq 0$ )

1.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$ ;
2.  $E(f) = (-\infty; +\infty)$ ;
3. ни четная, ни нечетная;
4. возрастает при  $k > 0$ ,  
убывает при  $k < 0$ ;
5. непрерывная
6. не ограничена ни снизу, ни сверху;
7. нет ни наибольшего, ни наименьшего значений;
8.  $y = 0$ , при
9. о выпуклости  $x = -\frac{m}{k}$  не имеет смысла.

$k > 0$



$k < 0$

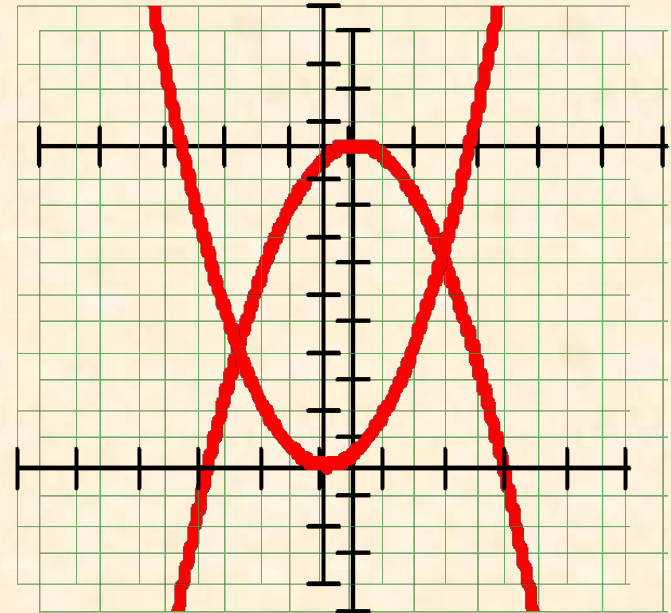


## СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

### СВОЙСТВА ФУНКЦИИ $y = kx^2$

при  $k \neq 0$

- 1.  $D(f) = (-\infty, +\infty)$ ;
- 2.  $E(f) = [0, +\infty)$ ;
- 3. четная;
- 4. убывает на луче  $(-\infty, 0]$ ,  
возрастает на луче  $[0, +\infty)$ ;
- 5. непрерывна;
- 6. неограничена снизу, ограничена сверху;
- 7.  $y_{\text{наиб}}$  не существует,  $y_{\text{наим}}$  существует;
- 8.  $y = 0$  при  $x = 0$
- 9. выпукла вверх.

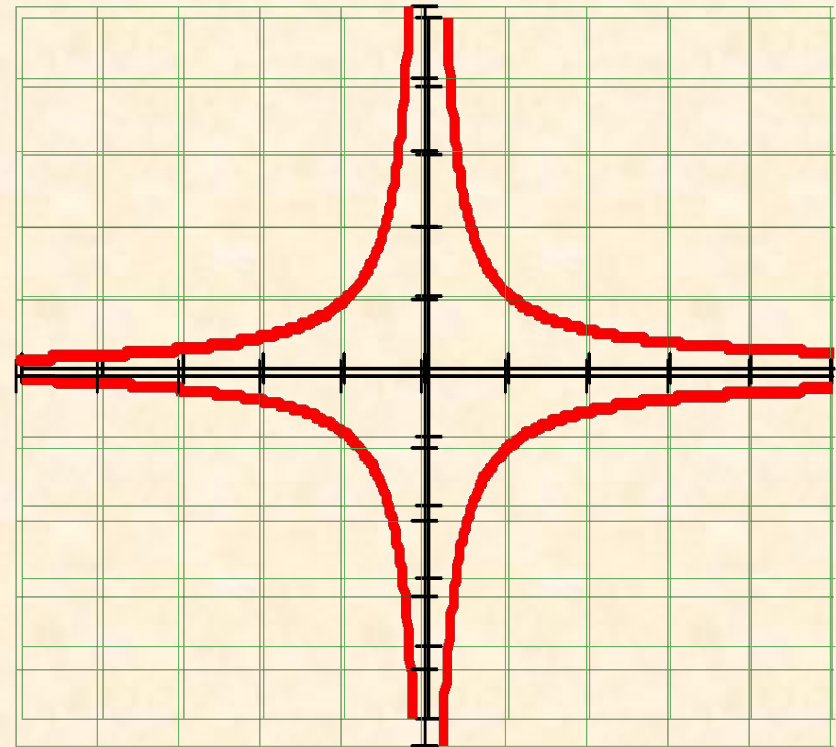


# СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

при  $k > 0$

$$y = \frac{k}{x}$$

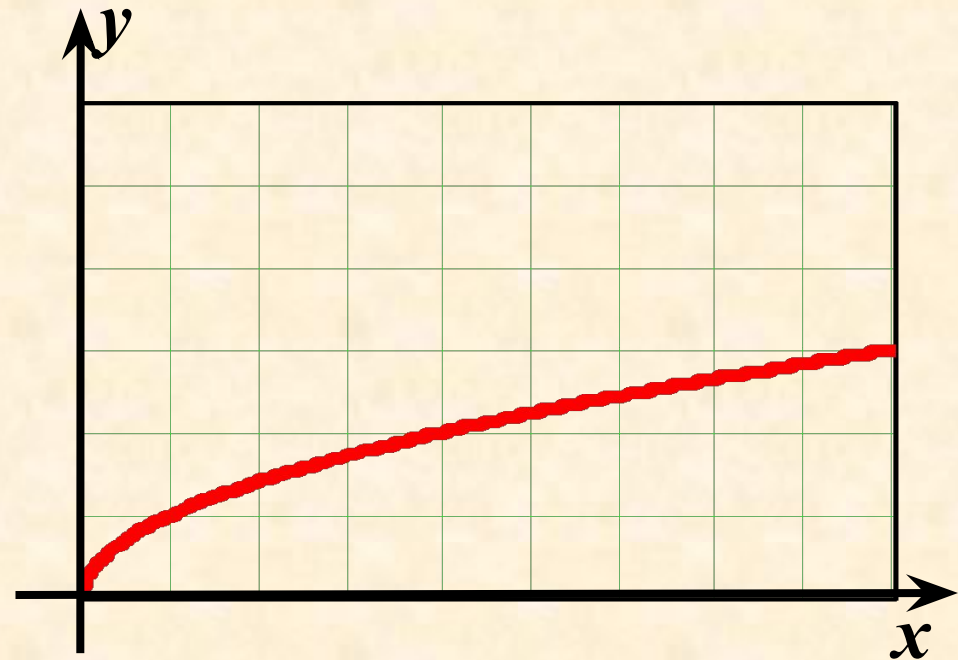
1.  $D(f) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ;
2.  $E(f) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ;
3. четная
4. убывает на луче  $(-\infty, 0)$  и на луче  $(0, +\infty)$ ;
5. нет ни наименьшего, ни наибольшего значений;
6. непрерывна на луче  $(-\infty, 0)$  и на луче  $(0, +\infty)$ ;
7. выпукла вверх при  $x \approx 0$  и выпукла вниз при  $x \approx 0$ ;
8. ограничена ни сверху при  $x \approx 0$ , ограничена снизу при  $x \approx 0$ ;
9. с осями координат не пересекается.



## ФУНКЦИЯ

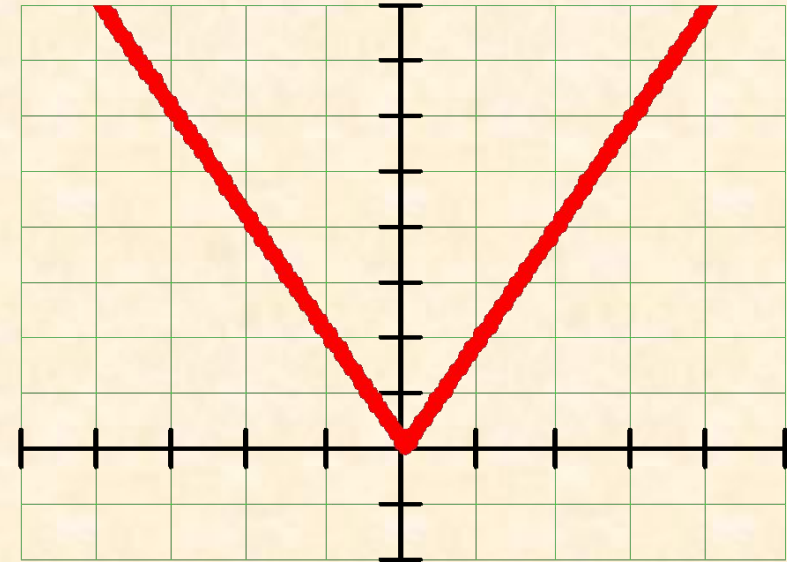
$$y = \sqrt{x}$$

1.  $D(f) = [0, +\infty)$ ;
2.  $E(f) = [0, +\infty)$ ;
3. ни четная, ни нечетная;
4. возрастает на всей области определения;
5. непрерывна;
6. ограничена снизу;
7.  $y_{\text{наим}} = 0$ ,  $y_{\text{наиб}} = \text{не существует}$ ;
8.  $y = 0$  при  $x = 0$ ;
9. выпукла вверх.



## ФУНКЦИЯ $y = |x|$

1.  $D(f) = (-\infty, +\infty)$ ;
2.  $E(f) = [0, +\infty)$ ;
3. четная;
4. убывает на луче  $(-\infty, 0]$ , возрастает на луче  $[0, +\infty)$ ;
5. непрерывна;
6. ограничена снизу, не ограничена сверху;
7.  $y_{\text{наим}} = 0$ ,  $y_{\text{наиб}} = \text{не существует}$ ;
8.  $y = 0$  при  $x = 0$ ;
9. можно считать выпуклой вниз.



## СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

# ФУНКЦИЯ $y = ax^2 + bx + c$

при  $a \neq 0$

1.  $D(f) = (-\infty, +\infty)$ ;

2.  $E(f) = [-\infty, +\infty)$

3. убывает на луче  $\left[-\frac{b}{2a}; -\infty\right)$

возрастает на луче  $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right]$ ;

4. ограничена снизу;  
ограничена сверху;

5.  $y_{\text{наим}} = y_0$  не существует;  
 $y_{\text{наиб}} = y_0$  не существует;

6. непрерывна;  
непрерывна;

7. выпукла вниз;  
выпукла вверх.

