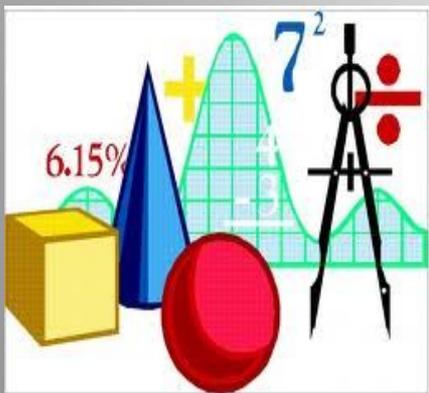
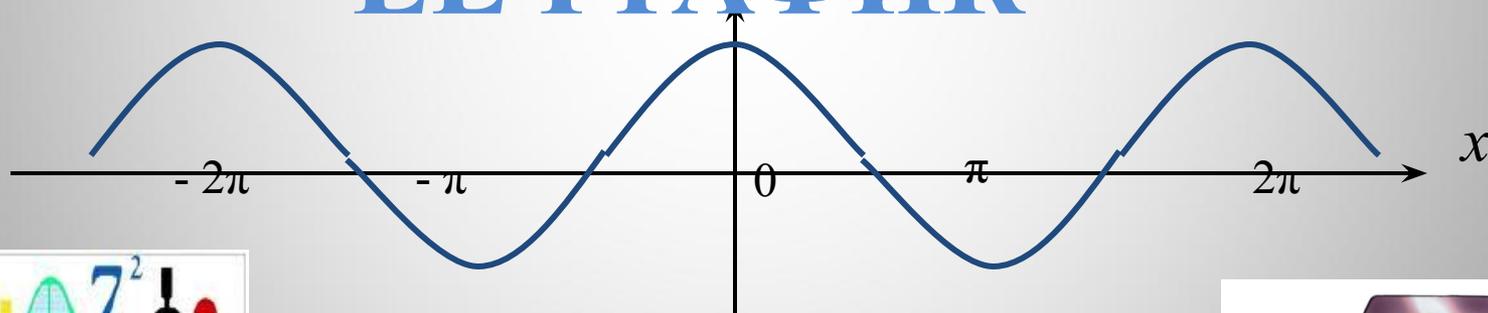


СВОЙСТВА ФУНКЦИИ $y = \sin x$ И ЕЕ ГРАФИК



Автор Попова Л.А.

Свойства функции

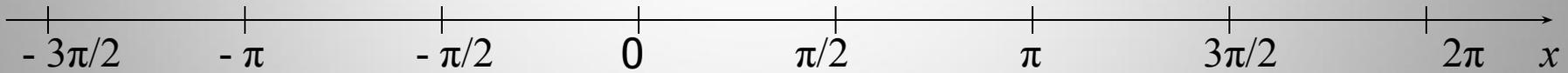
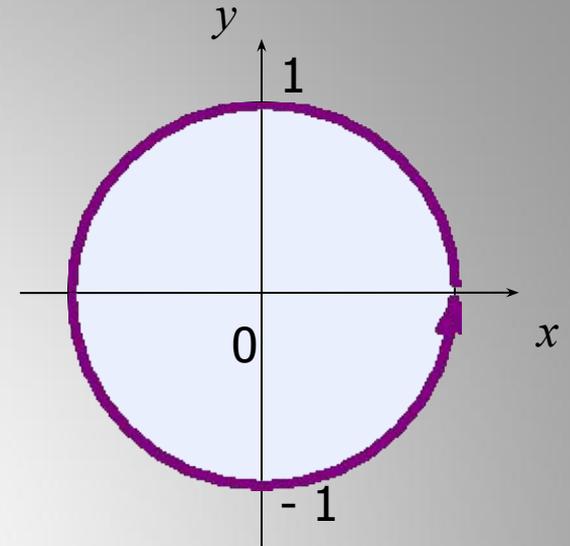
- 1. $D(y)$
- 2. $E(y)$
- 3. Четность функции
- 4. Периодичность функции
- 5. Нули функции
- 6. Наибольшее значение
- 7. Наименьшее значение
- 8. Положительные значения
- 9. Отрицательные значения
- 10. Возрастание функции
- 11. Убывание функции



$$y = \sin x$$

$D(y)$

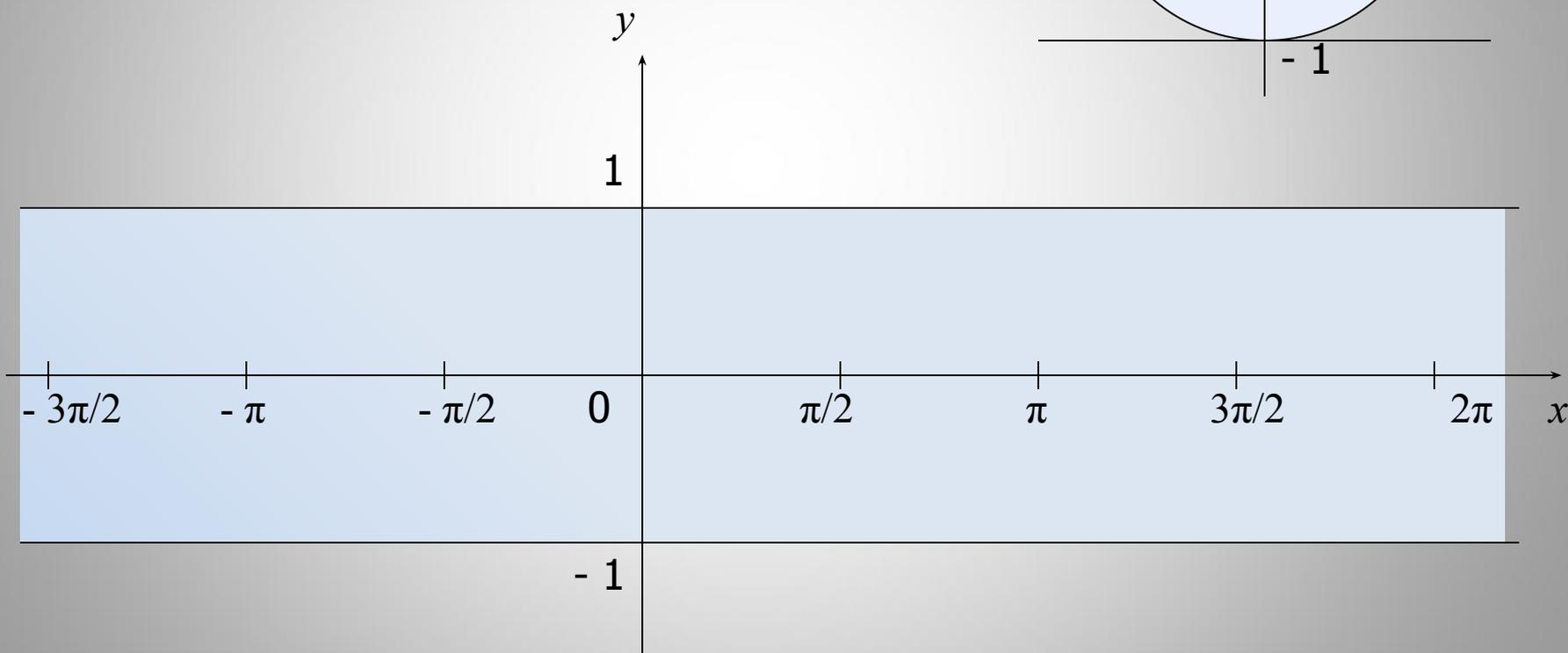
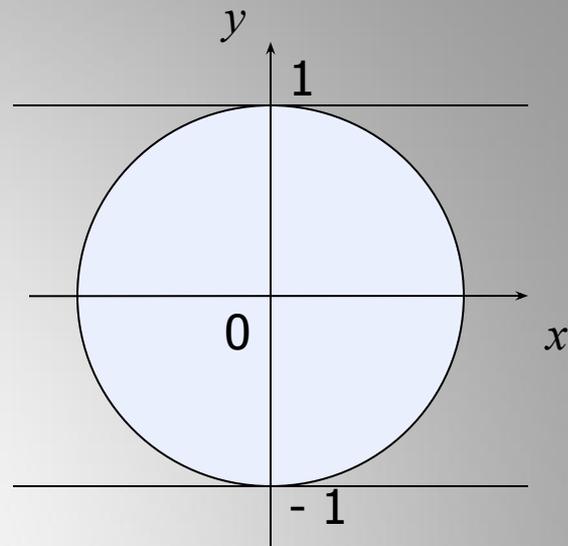
$x \in \mathbb{R}$



$$y = \sin x$$

$E(y)$

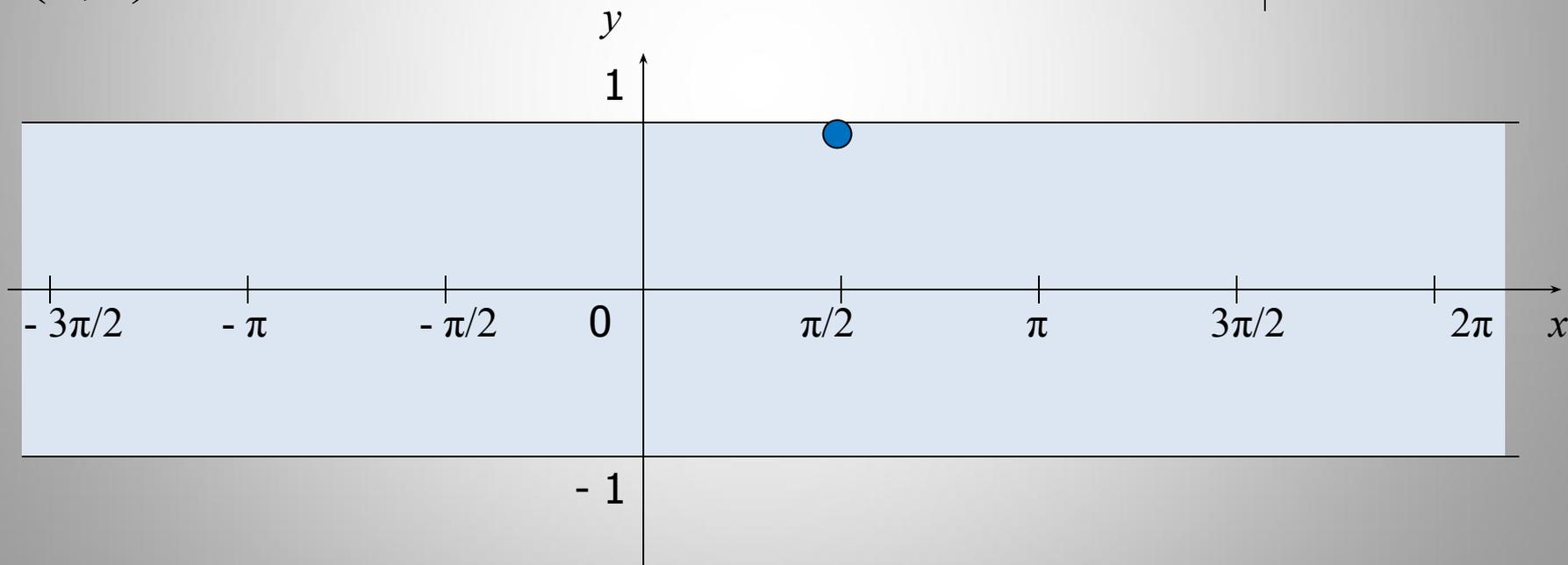
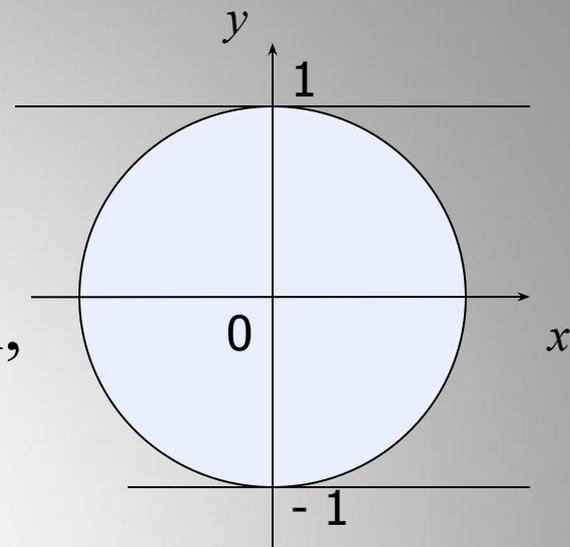
$[-1; 1]$



$$y = \sin x$$

Четность функции

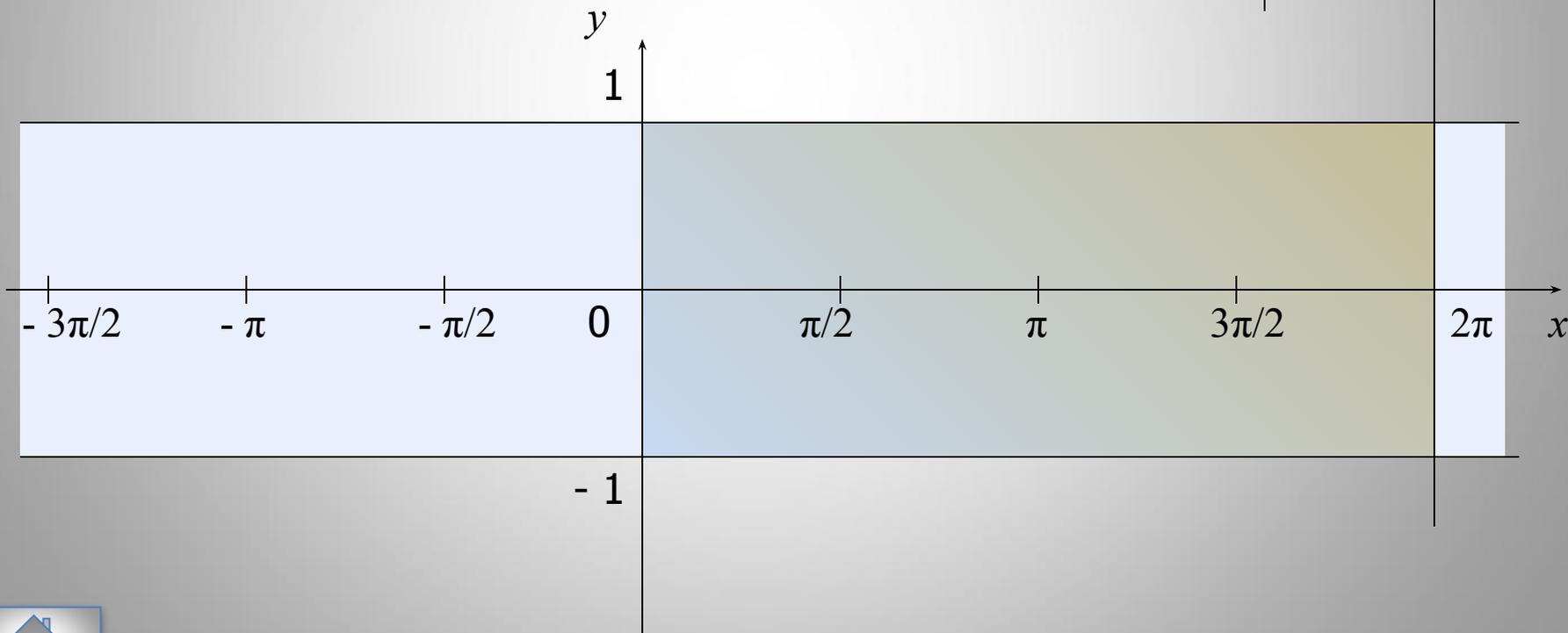
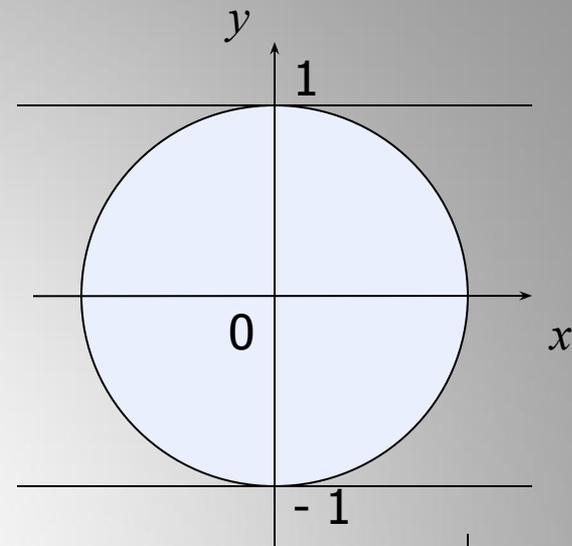
Функция **нечетна**, т.к. $\sin(-x) = -\sin x$,
график симметричен относительно
(0;0)



$$y = \sin x$$

Периодичность функции

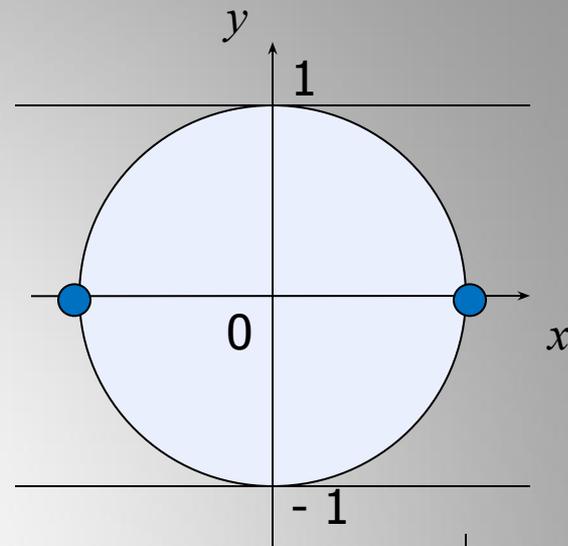
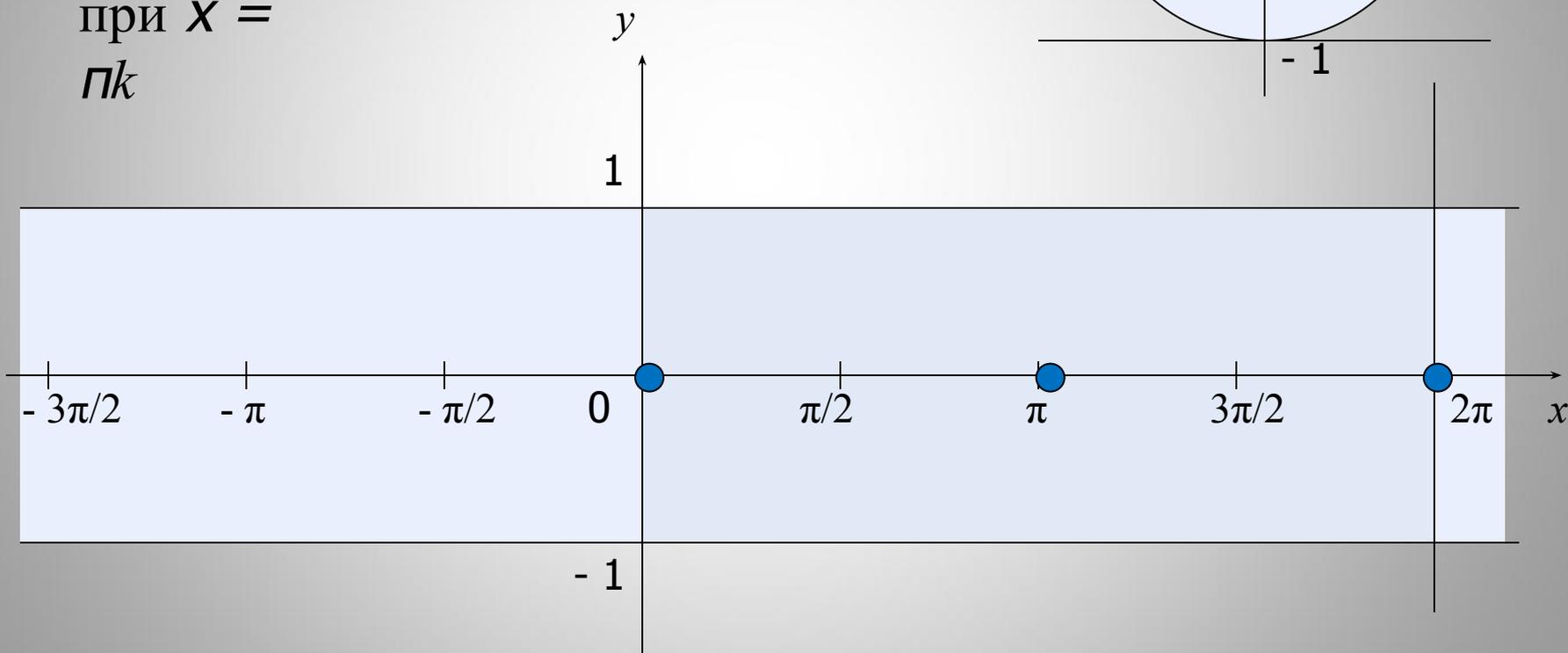
Период функции $T=2\pi$,
 $\sin(x+2\pi)=\sin x$



$$y = \sin x$$

Нули функции $\sin x = 0$

при $x = \pi k$

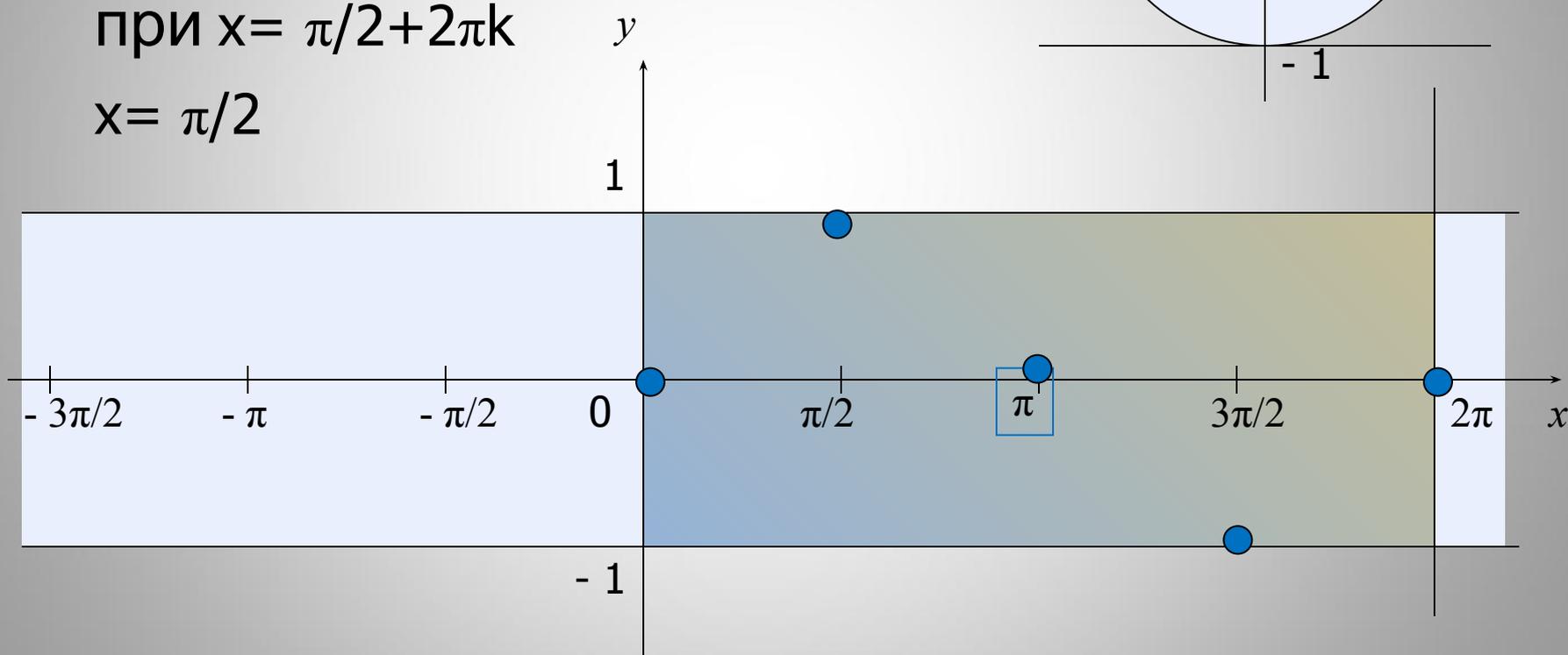


$$y = \sin x$$

Наибольшее значение $\sin x = 1$

при $x = \pi/2 + 2\pi k$

$x = \pi/2$

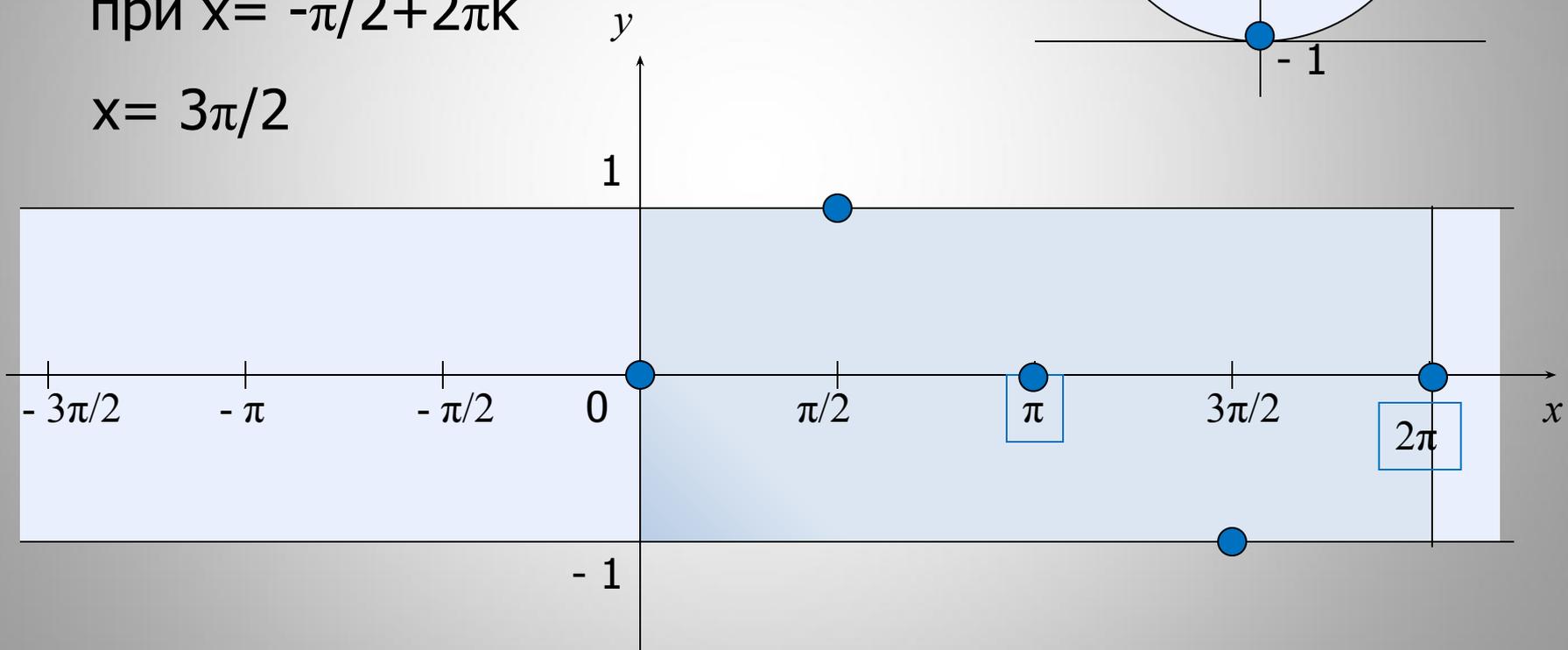
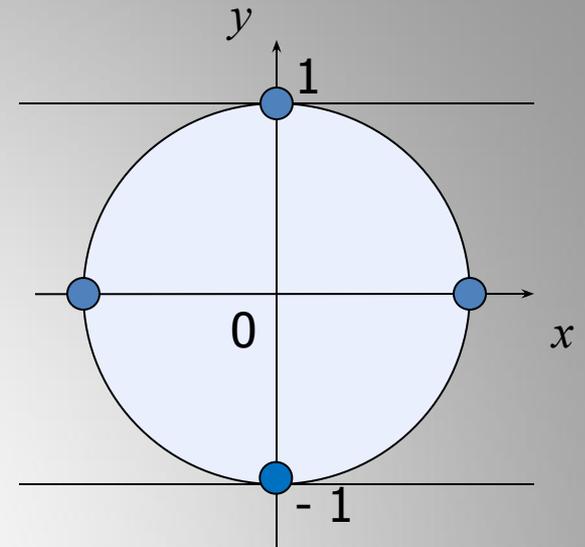


$$y = \sin x$$

Наименьшее значение $\sin x = -1$

при $x = -\pi/2 + 2\pi k$

$x = 3\pi/2$



Построение графика функции

$$y = \sin \text{ на отрезке } \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\sin(\pi/6) = 0,5$$

$$\sin(\pi/4) \cong 0,7$$

$$\sin(\pi/3) \cong 0,866$$

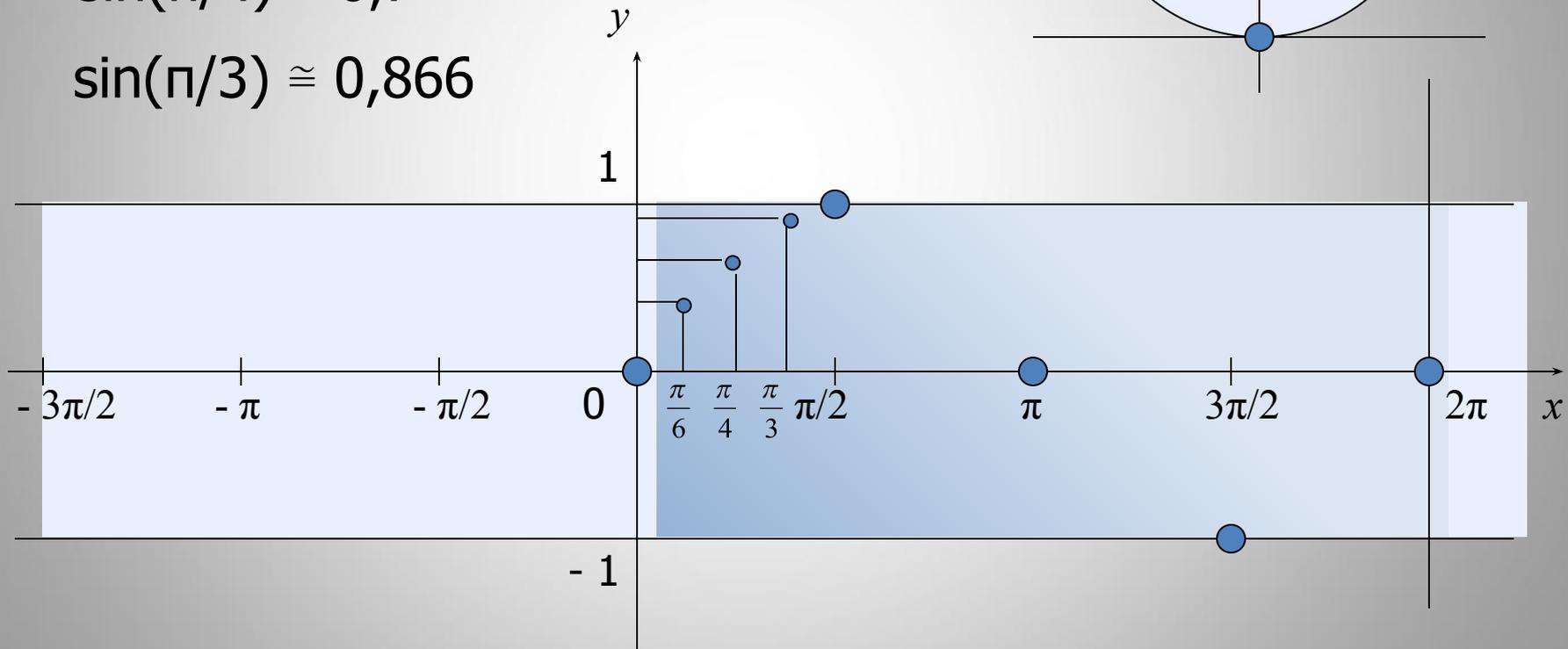
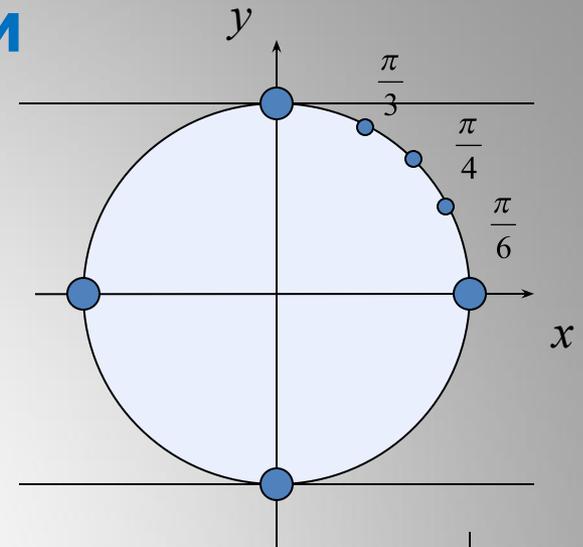
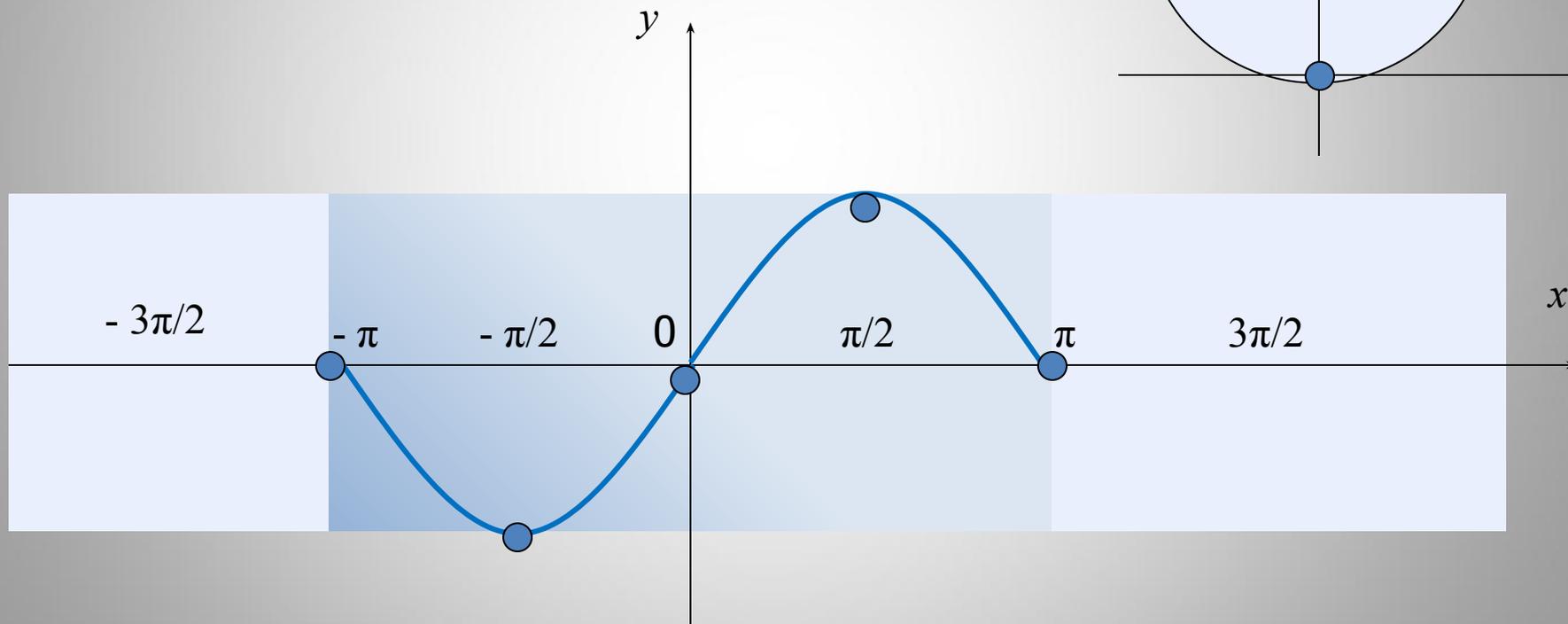
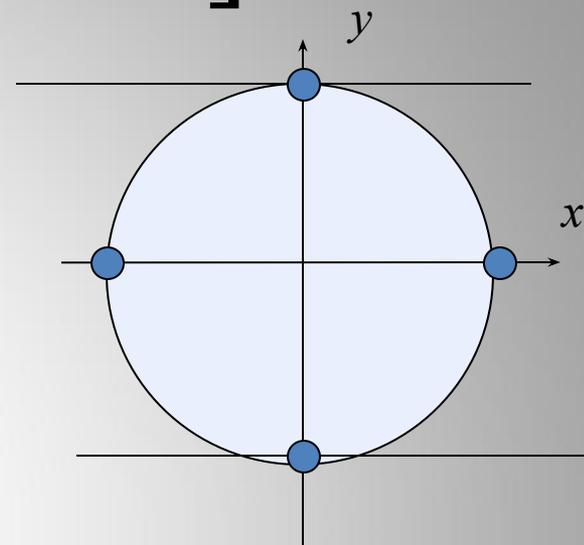
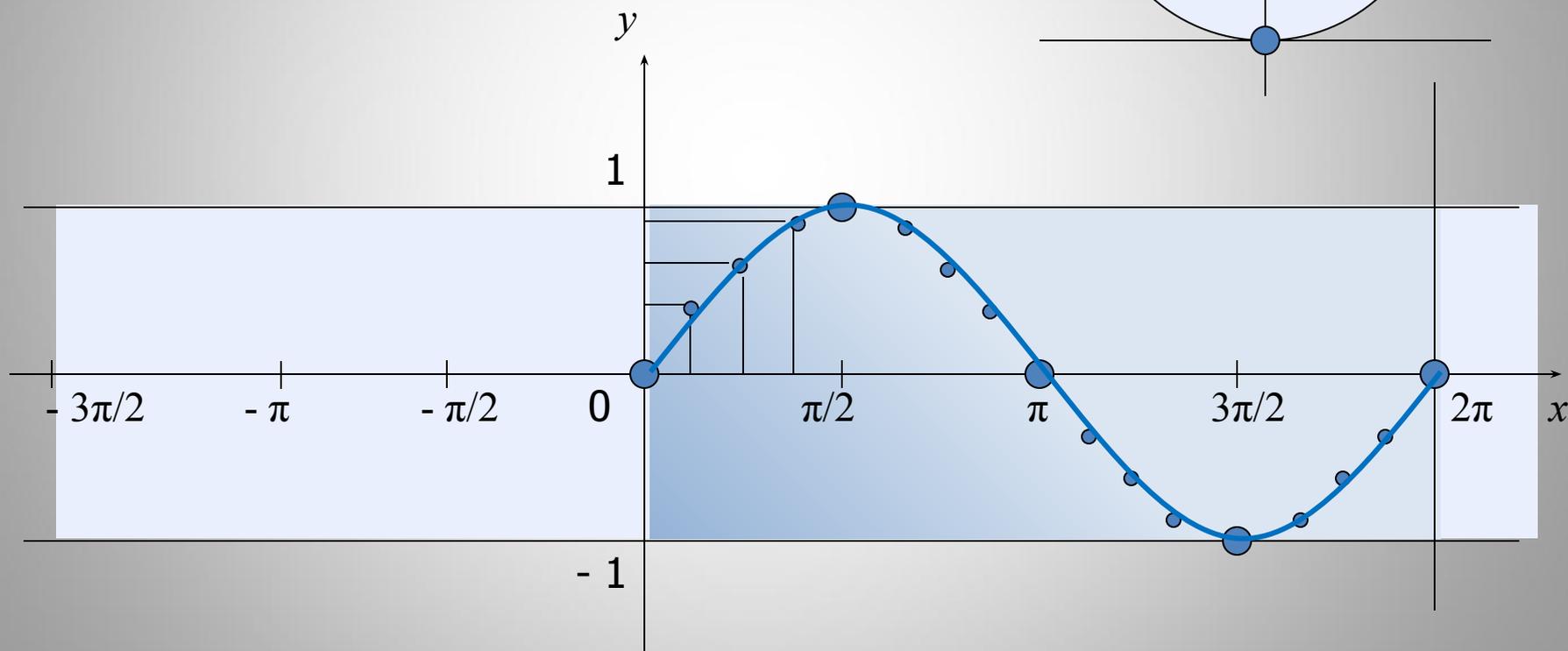
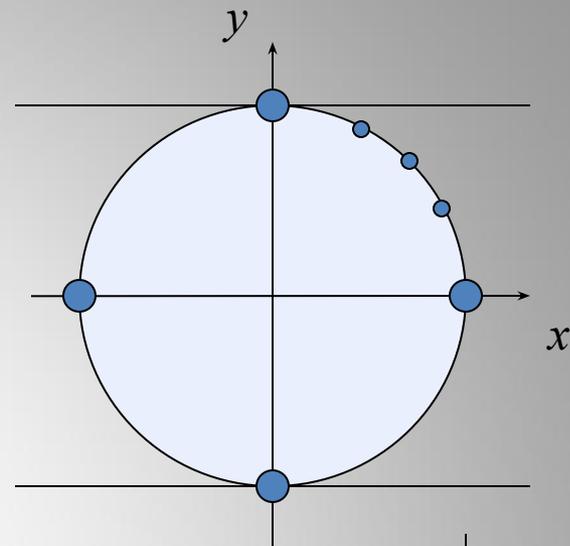


График функции на отрезке $[-\pi; \pi]$

$$y = \sin x$$

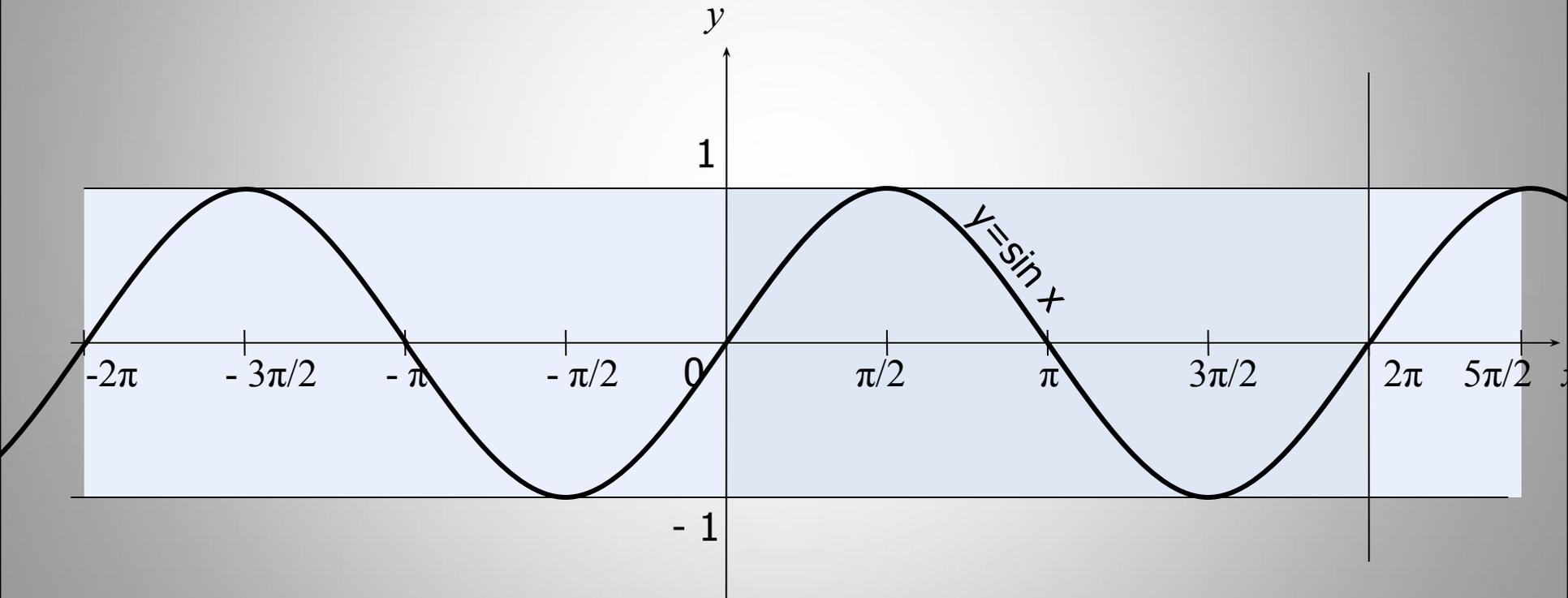


$$y = \sin x$$



$$y = \sin x$$

График функции $y = \sin x$ называется синусоида

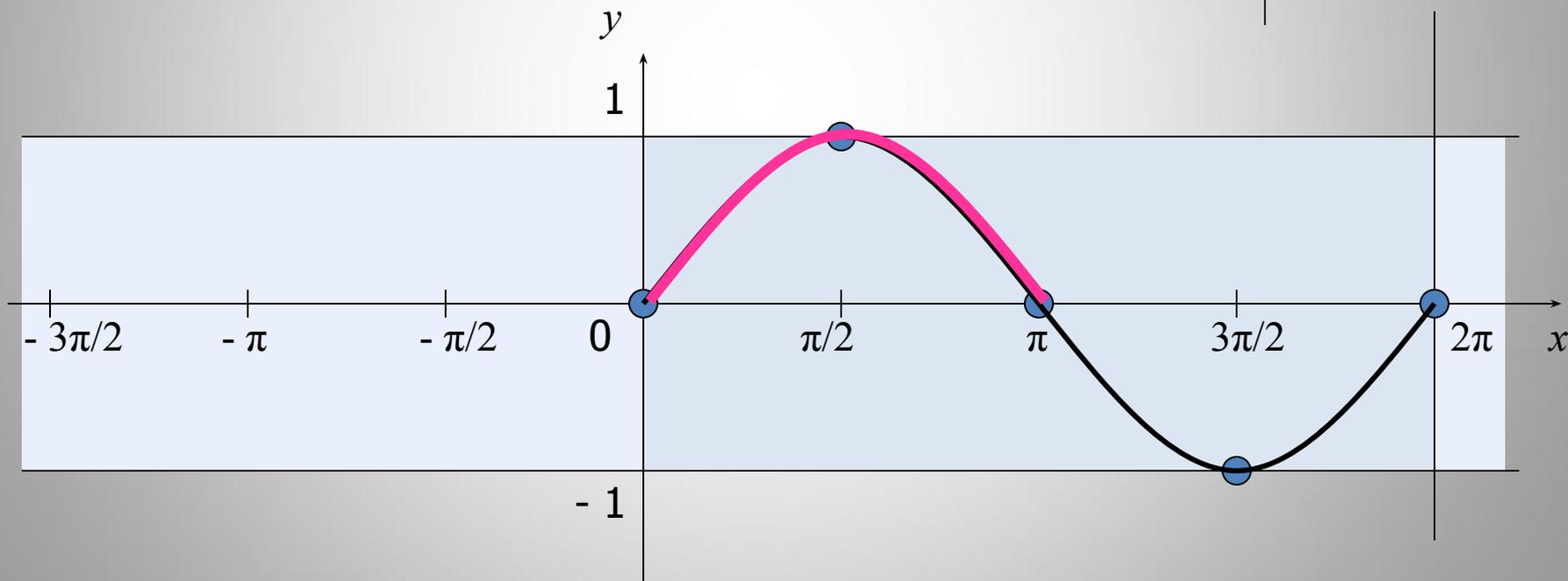
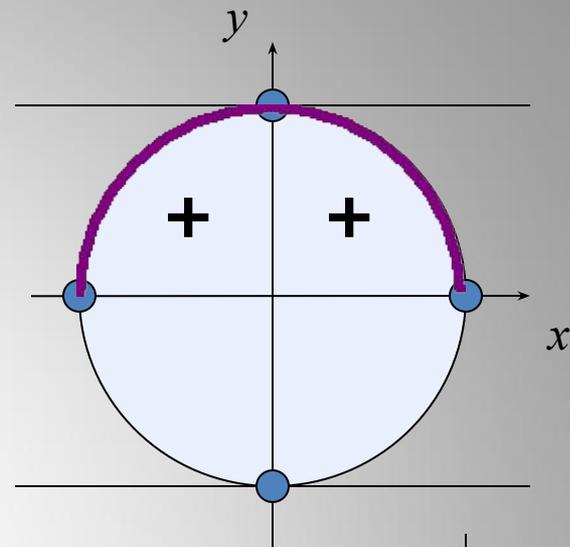


Промежутки знакопостоянства

$$y = \sin x$$

Положительные значения $\sin x > 0$

на отрезке $(2\pi k; \pi + 2\pi k)$, $k \in \mathbb{Z}$

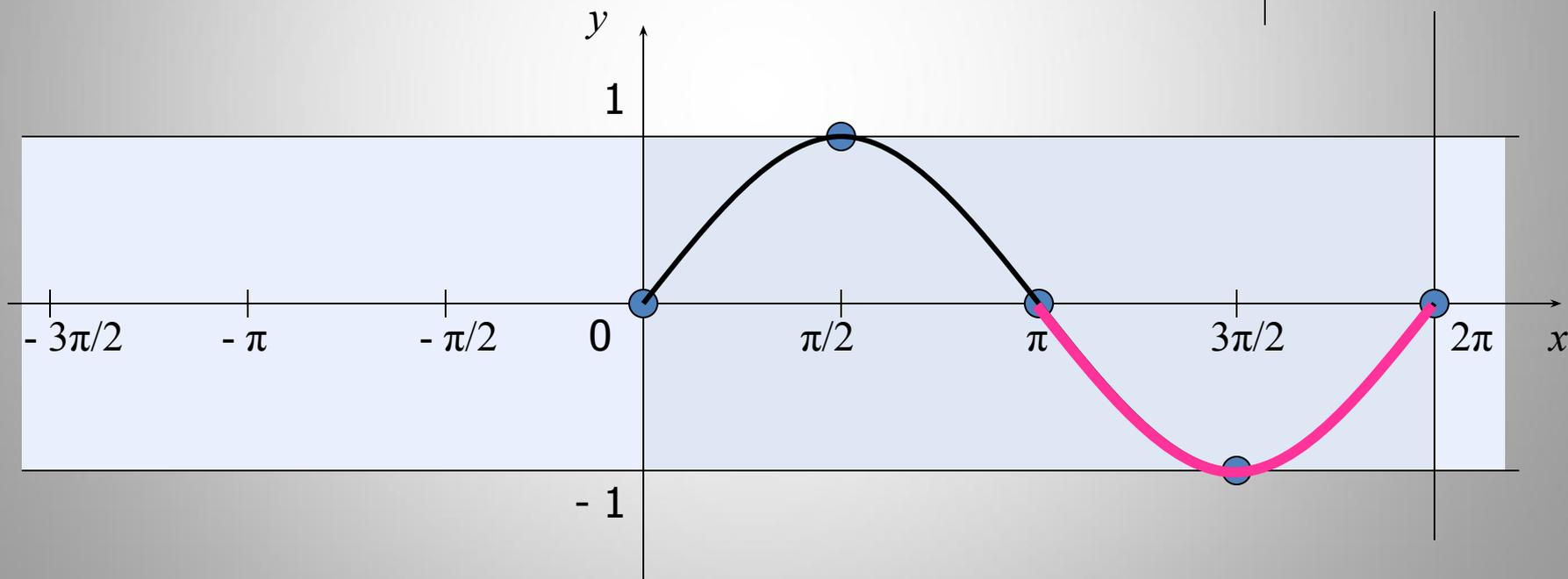
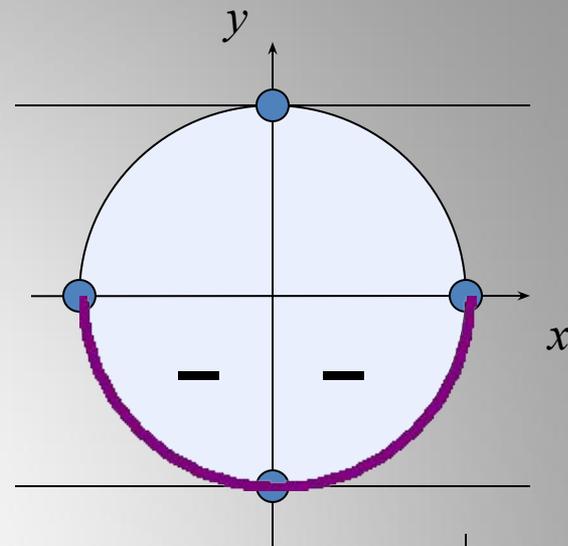


Промежутки знакопостоянства

$$y = \sin x$$

Отрицательные значения $\sin x < 0$

на отрезке $(\pi + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k)$. $k \in \mathbb{Z}$

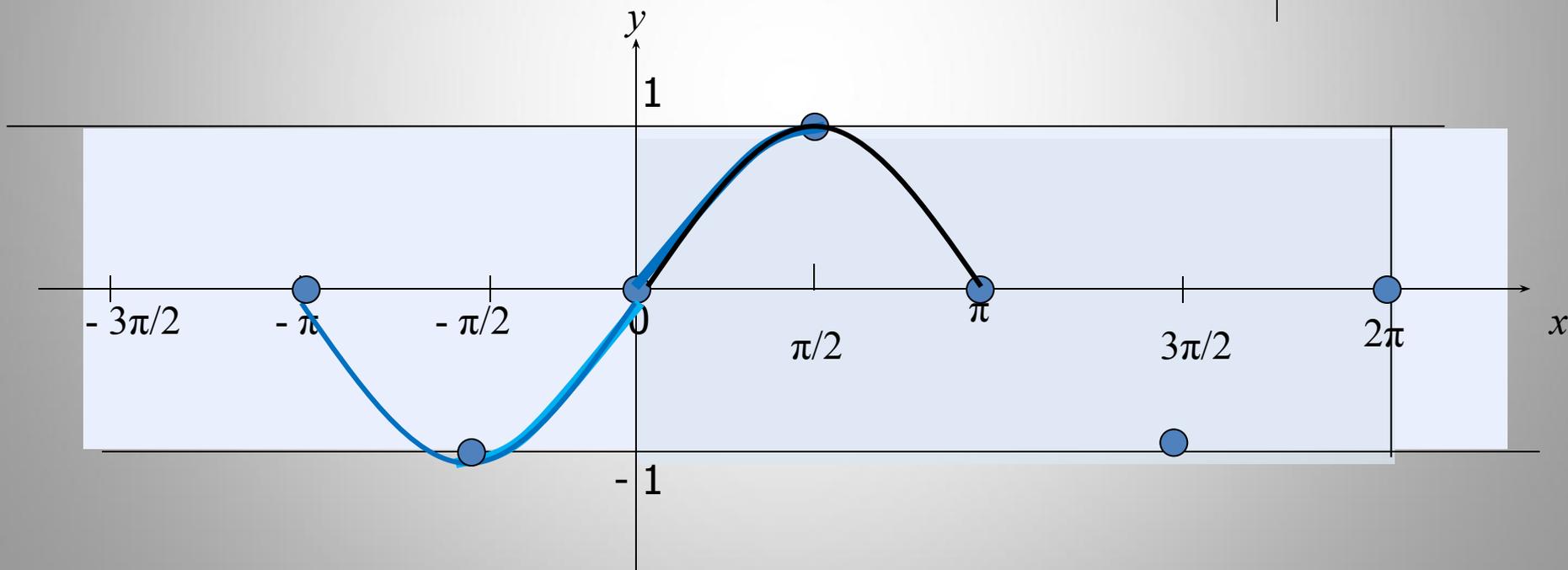
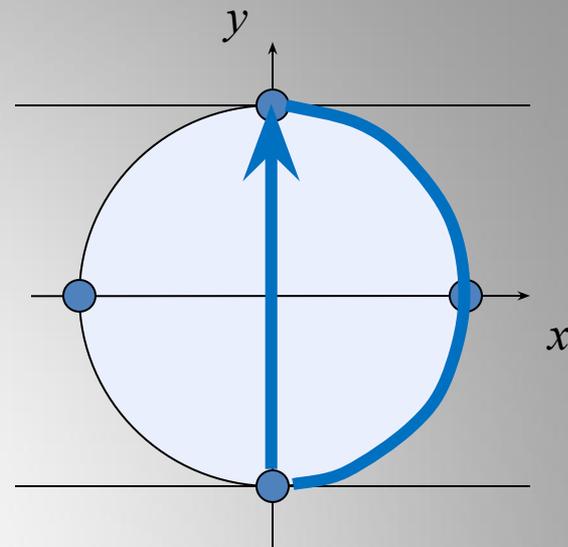


Промежутки возрастания

$$y = \sin x$$

Функция возрастает

на отрезке $[-\pi/2 + 2\pi k; \pi/2 + 2\pi k]$

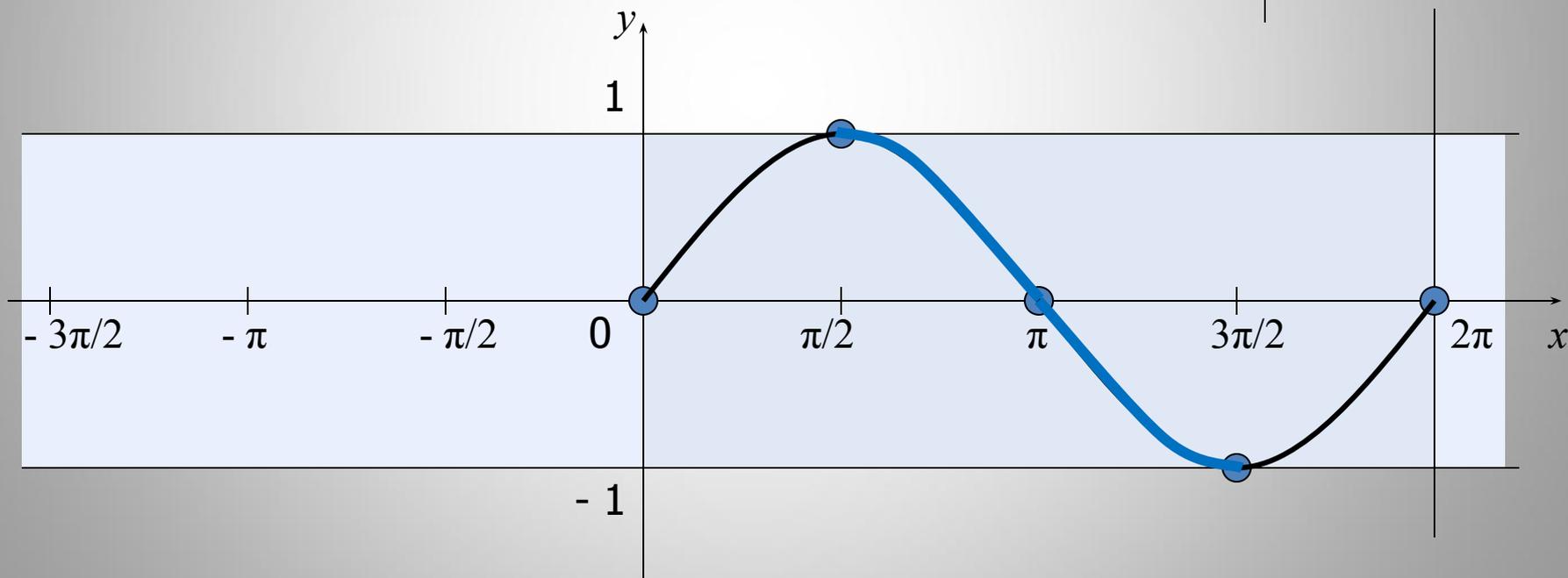
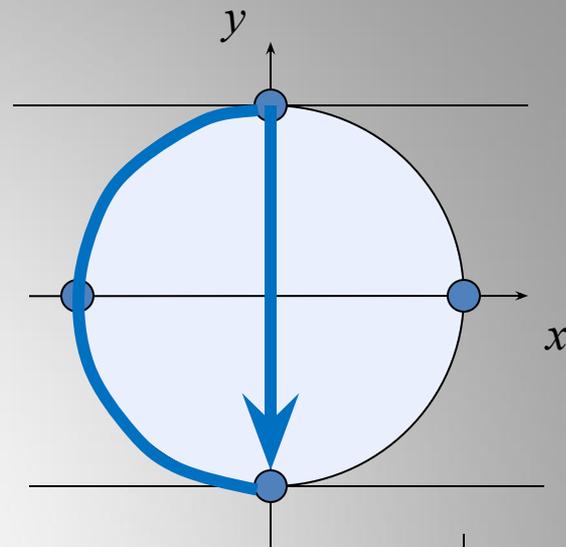


Промежутки убывания

$$y = \sin x$$

Функция убывает

на отрезке $[\pi/2 + 2\pi k; 3\pi/2 + 2\pi k]$



Задача

Сравнить числа $\sin 2$ и $\sin 3$

Так как $\pi = 3,14$, $\frac{\pi}{2} = 1,57$, то

$$\frac{\pi}{2} < 2 < 3 < \pi$$

Из графика видно, что на отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ функция $y = \sin x$ убывает.

Ответ: $\sin 2 > \sin 3$.

Упражнения

Пользуясь свойствами функции $y = \sin x$,
сравните числа:

$$\sin 100^{\circ} \quad \text{и} \quad \sin 130^{\circ}$$

$$\sin 4 \quad \text{и} \quad \sin 2$$

$$\sin \frac{\pi}{9} \quad \text{и} \quad \sin \frac{7\pi}{18}$$

Расположить в порядке возрастания числа

$\sin 1.9$; $\sin 3$; $\sin(-1)$; $\sin(-1.5)$.

Числа $\sin 1.9$ и $\sin 3$ **положительны**, так как точки $P_{1,9}$ и P_3 находятся **во 2 четверти**. Функция $y=\sin x$ во 2 четверти убывает. $\sin 3 < \sin 1.9$

Числа $\sin(-1)$ и $\sin(-1.5)$ **отрицательны**, так как точка $P(-1)$ и $P(-1,5)$ находятся в **4 четверти**.

Функция $y=\sin x$ во 4 четверти возрастает..

$$\sin(-1.5) < \sin(-1)$$

Ответ:

Таким образом, в порядке возрастания эти числа располагаются так:

$$\sin(-1.5); \quad \sin(-1); \quad \sin 3; \quad \sin 1.9.$$

Используя свойство возрастания или убывания функции $y=\sin x$, сравните числа:

1 вариант

1. $\sin \frac{7\pi}{10}$

и

2. $\sin \frac{13}{7}$

и

3. $\sin\left(-\frac{8\pi}{7}\right)$

и

4. $\sin 7$

и

2 вариант

$\sin \frac{13\pi}{10}$

$\sin \frac{11\pi}{7}$

$\sin\left(-\frac{9\pi}{8}\right)$

$\sin 6$

Разбить отрезок $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ на два так, чтобы на одном из них функция $y=\sin x$ убывала, а на другом возрастала.

Ответ; На отрезке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ функция $y=\sin x$ убывает,

а на отрезке $\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$ функция возрастает.

№ 722 Разбить данный отрезок на два отрезка так, чтобы на одном из них функция $y=\sin x$ возрастала, а на другом убывала.

1) $[0; \pi]$ $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ - Функция возрастает

$\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ - Функция убывает

2) $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ - Функция убывает

$\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$ - Функция возрастает

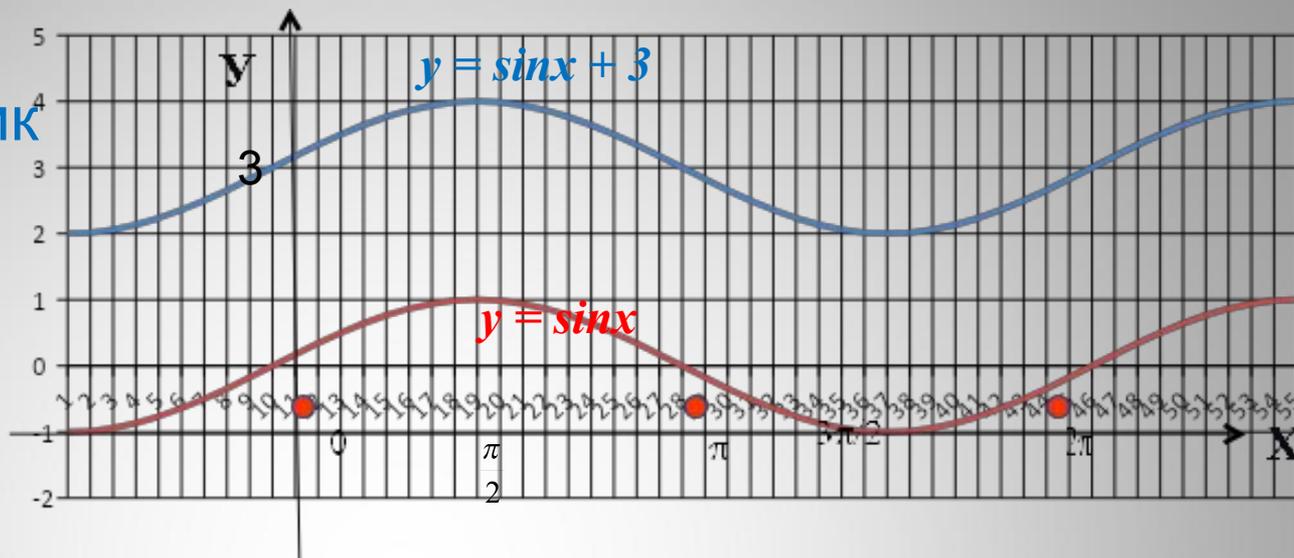
3) $[-\pi; 0]$ $\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ - Функция убывает

$\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$ - Функция возрастает

Преобразование графика $y = \sin x$ СДВИГ ВДОЛЬ ОСИ ОРДИНАТ

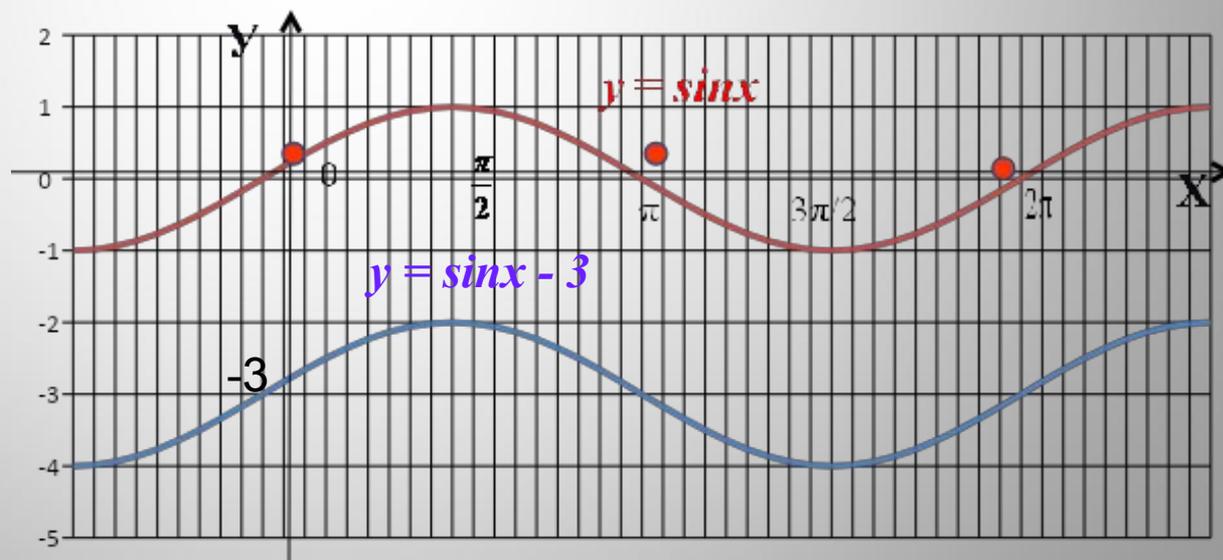
Построить график функции $y = \sin x + 3$

+ вверх



Построить график функции $y = \sin x - 3$

- вниз



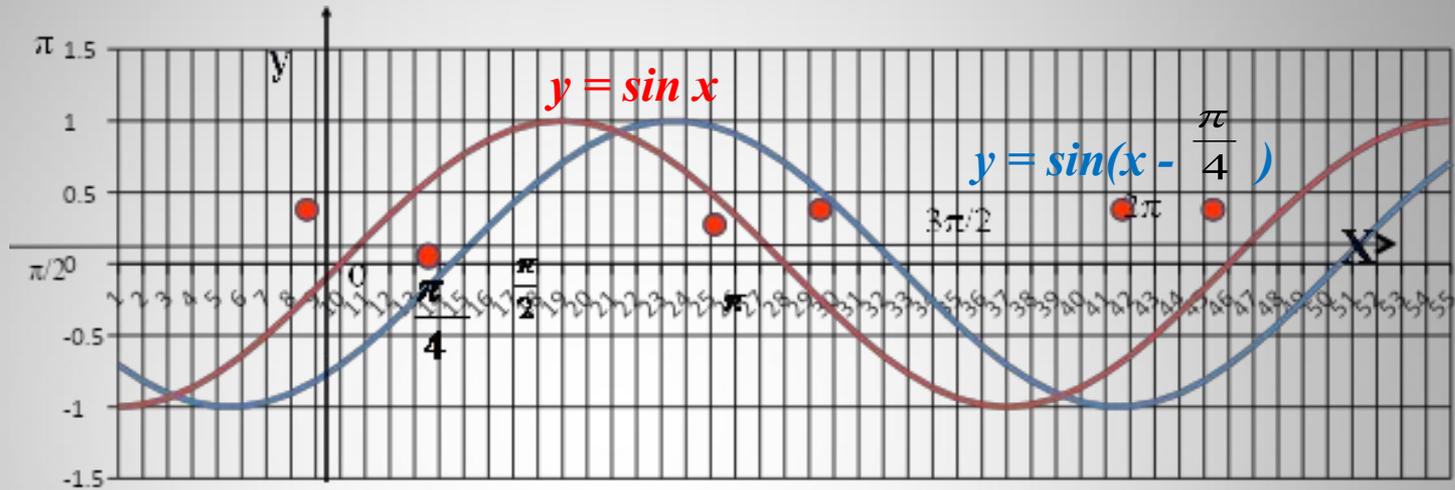
Сдвиг вдоль оси абсцисс

Построить график функции

$$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$



Сдвиг влево

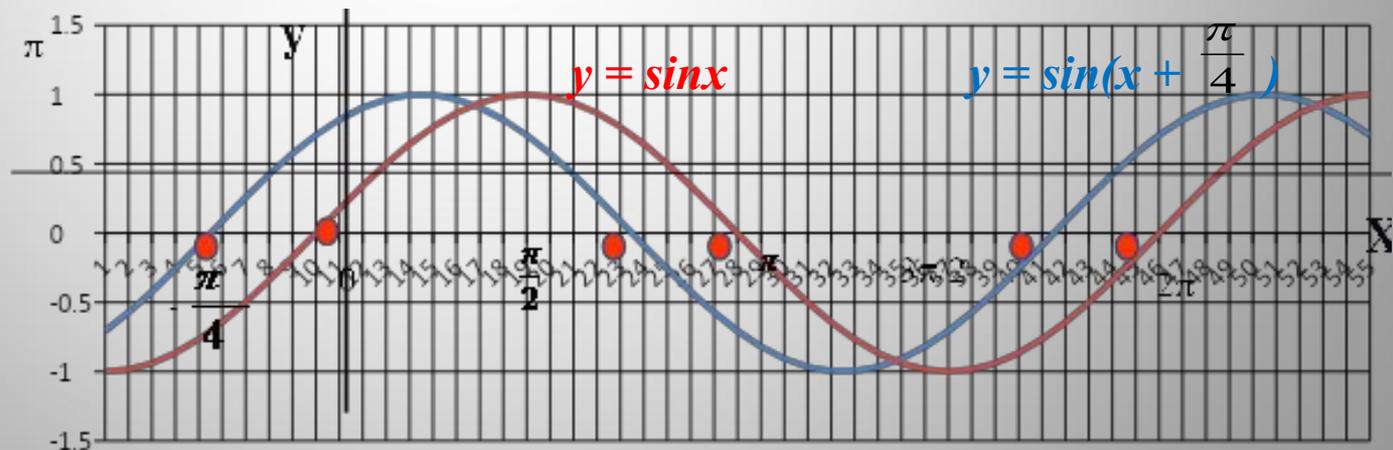


Построить график функции

$$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$



Сдвиг вправо

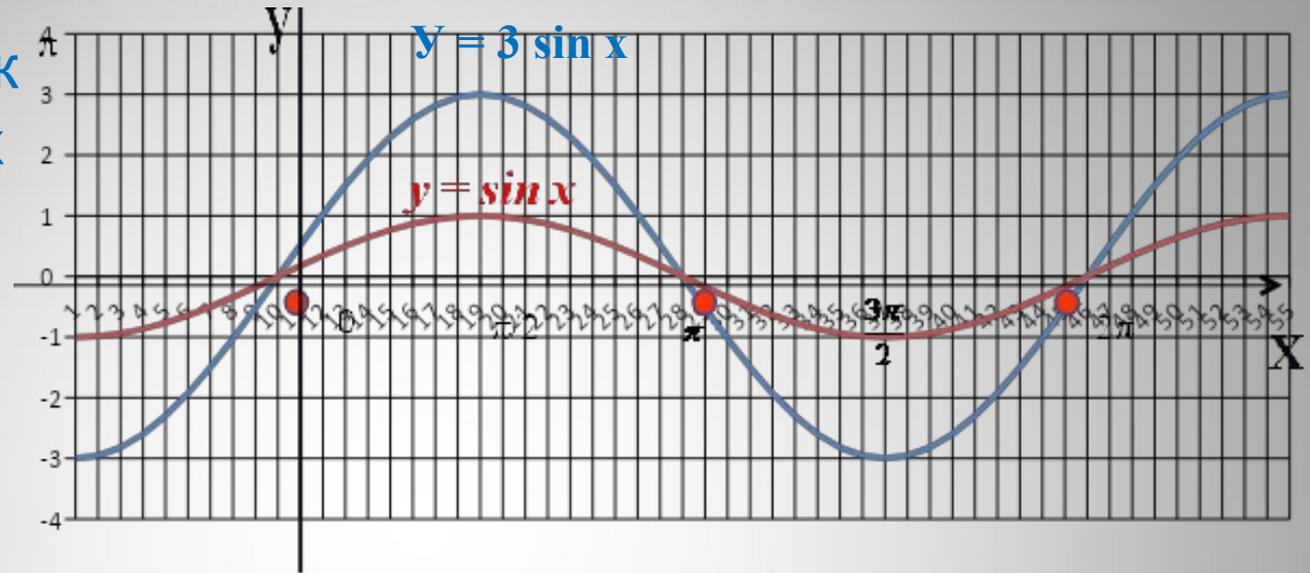


Сжатие и растяжение к оси абсцисс

Построить график функции $y = 3 \sin x$

$$K > 1$$

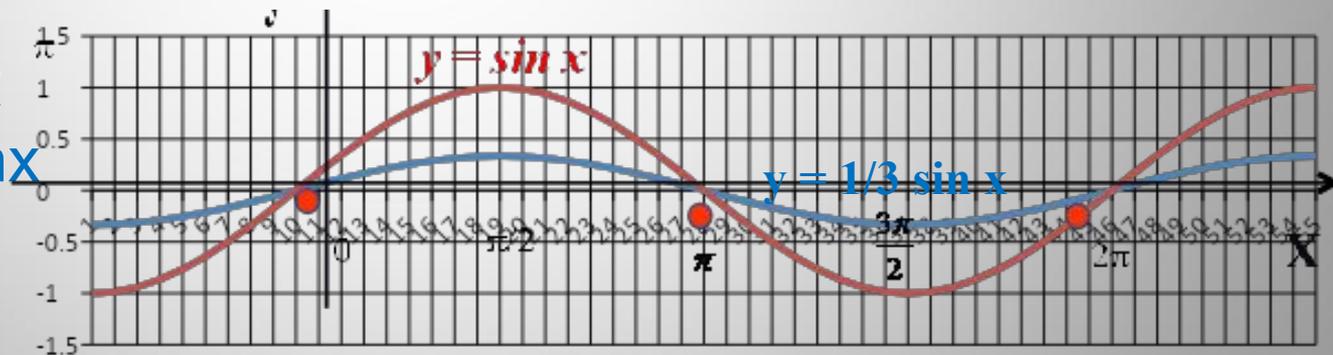
растяжени
е



Построить график функции $y = 1/3 \sin x$

$$0 < K < 1$$

сжатие

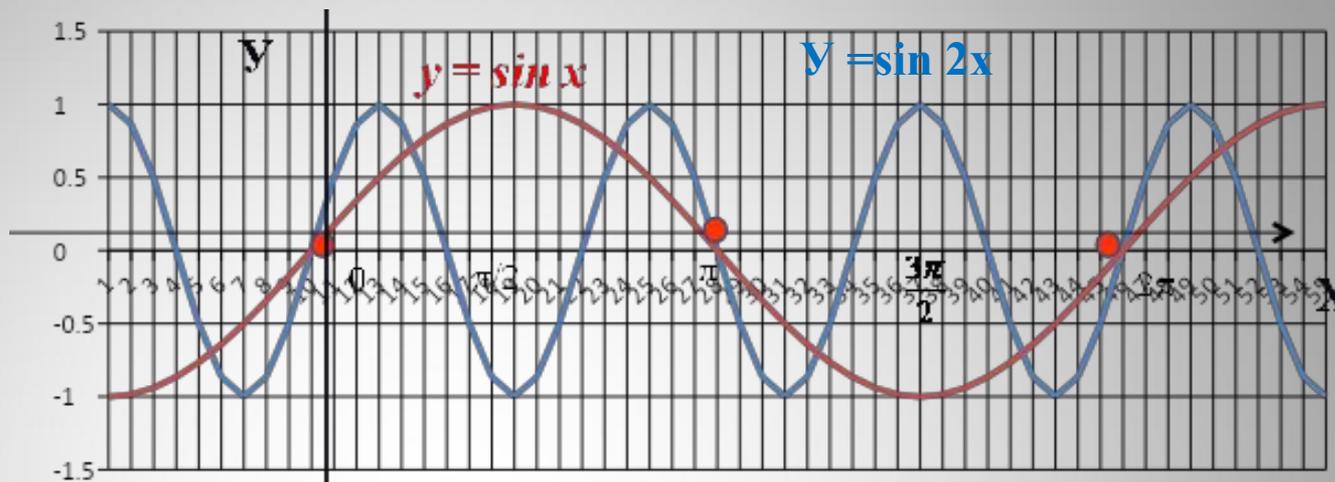


Сжатие и растяжение к оси ординат

Построить
график функции
 $y = \sin 2x$

$$K > 1$$

сжатие

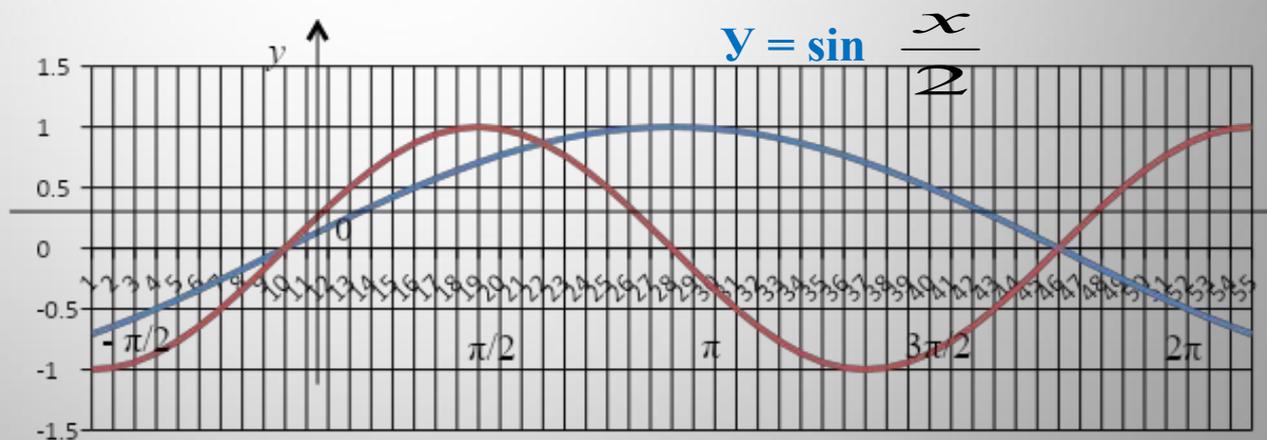


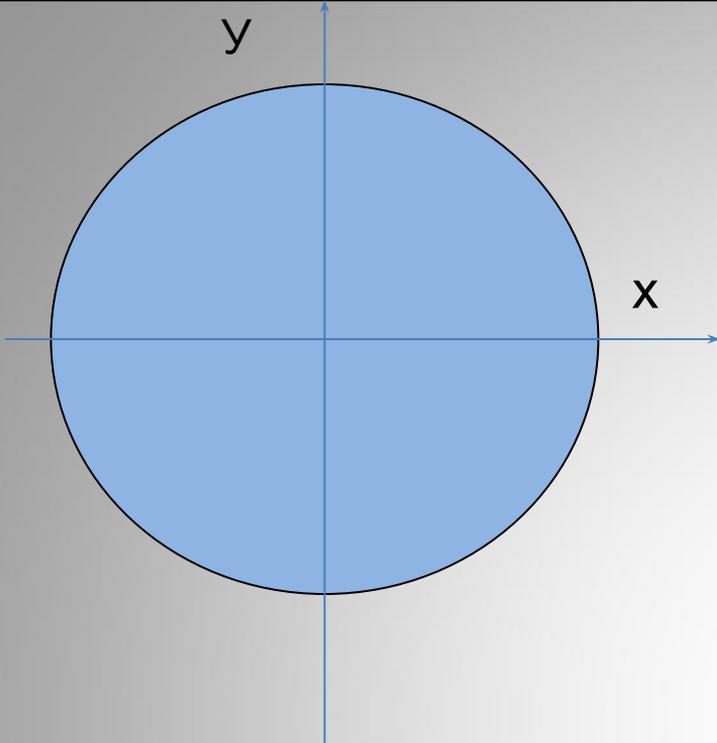
Построить
график функции
 $y = \sin \frac{x}{2}$

$$0 < K < 1$$

растяжени

е





$$y = \sin x$$

- При каких значениях x функция $y = \sin x$ принимает значение, равное 0? 1? -1?
- Может ли функция $y = \sin x$ принимать значение больше 1, меньше -1?
- При каких значениях x функция $y = \sin x$ принимает наибольшее (наименьшее) значение?
- Каково множество значений функции $y = \sin x$?