



УРАВНЕНИЯ N-ОЙ СТЕПЕНИ





***Большинство жизненных
задач решаются как
алгебраические уравнения:
приведением их к самому
простому виду.***

Толстой Л.Н.



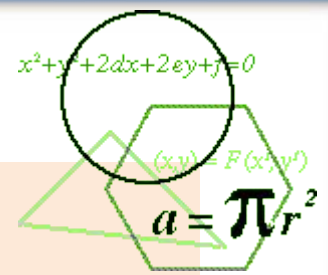
Задачи:

- рассмотреть основные виды уравнений
- познакомиться с различными методами решения уравнений



*





Метод решения хорош, если с самого начала мы можем предвидеть — и впоследствии подтвердить это, - что следуя этому методу, мы достигнем цели.

Лейбниц



Методы решения уравнений

- разложение многочлена на множители
- метод введения новой неизвестной
- комбинирование различных методов
- метод неопределенных коэффициентов



Разложение многочлена на множители

Любой многочлен может быть представлен в виде произведения. Самые известные методы разложения многочленов это: вынесение общего множителя, применение формул сокращенного умножения, выделение полного квадрата, группировка, разложение квадратного трехчлена на множители по формуле



$$\underline{2x^5 - 10x^4 + 14x^3 - 10x^2 + 12x = 0}$$

$$2x (x^4 - 5x^3 + 7x^2 + 6) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{или} \quad x^4 - 5x^3 + 7x^2 + 6 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 3x^2 + x - 3) = 0$$

$$(x-2)(x^2 \cdot (x-3) + (x-3)) = 0$$

$$(x-2)(x-3)(x^2 + 1) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{или} \quad x - 3 = 0 \quad \text{или} \quad x^2 + 1 = 0$$

$$x = 2$$

$$x = 3$$

корней нет



Ответ: **0, 2, 3**

Метод введения новой неизвестной

В некоторых случаях путем замены выражения $f(x)$, входящего в многочлен $P_n(x)$, через u можно получить многочлен относительно u , который уже легко разложить на множители. Затем после замены u на $f(x)$ получаем разложение на множители многочлена $P_n(x)$



$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2} + \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 3} = \frac{7}{6}$$

пусть $x^2 + 2x + 2 = t$

$$\frac{t-1}{t} + \frac{t}{t+1} = \frac{7}{6}$$

умножим обе части уравнения на $6t(t+1)$, где $t \neq 0$, $t \neq -1$

$$6t^2 - 6 = 26t^2 - 7t, 67t = 0$$

$$5t^2 - 7t - 6 = 0$$



$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 2} + \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 3} = \frac{7}{6}$$

1) $x^2 + 2x + 2 = 2$

$x^2 + 2x = 0$

$x(x+2)=0$

$x = 0$ или $x = -2$

2) $x^2 + 2x + 2 = -0,6$

$5x^2 + 10x + 13 = 0$

$D = -169 < 0$

корней нет

Ответ: $-2; 0$



Метод неопределенных коэффициентов

Суть метода неопределённых коэффициентов состоит в том, что вид сомножителей, на которые разлагается данный многочлен, угадывается, а коэффициенты этих сомножителей (также многочленов) определяются путём перемножения сомножителей и приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях переменной.



$$\underline{x^4 + 4x^3 - 20x^2 + 21x - 16 = 0}$$

$$x^4 + 4x^3 - 20x^2 + 21x - 16 = (x^2 + px + g)(x^2 + bx + c)$$

$$(x^2 + px + g)(x^2 + bx + c) =$$

$$(x^2 - x + 1)(x^2 + 5x - 16) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \ x^2 - x + 1 = 0 \\ D = -3 < 0 \\ c + g + pb = -20 \\ pc + gb = 21 \\ gc = -16 \end{array} \right.$$

Корней нет

или 2) $x^2 + 5x - 16 = 0$
 $p = -1, b = 5, c = -16, g = 1.$

$$x_1 = \frac{-5 - \sqrt{89}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-5 + \sqrt{89}}{2}$$



Ответ:

$$\frac{-5 \pm \sqrt{89}}{2}$$

Виды уравнений

- квадратные уравнения
- биквадратные уравнения
- возвратные уравнения
- уравнения вида $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)=A$
- уравнения вида:
$$(ax^2 + bx + c)(ax^2 + b_1x + c_1)=Ax^2$$
- уравнения, однородные относительно многочленов



Возвратные уравнения

общий вид :

Алгебраическое уравнение $f(x)=0$ называется возвратным, если у многочлена в левой его части, представленного в каноническом виде, равны коэффициенты членов, равноудаленных от его концов: первого и последнего, второго и предпоследнего и т.д.



Рассмотрим алгоритм
решения возвратных
уравнений четной степени

$$a(x^2 + \frac{1}{x^2}) + b(x + \frac{1}{x}) + c = 0$$

$$t = x + \frac{1}{x}$$

$$t^2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$at^2 + bt + c - 2a = 0$$



$$\underline{2x^5+5x^4-13x^3-13x^2+5x+2=0}$$

	2	5	-13	-13	5	2
-1	$x-1=0$	или	$2x^4+3x^3-16x^2+3x+2=0$			
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{-16}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{0}$

$$(x-1)\left(2\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+3\left(x+\frac{1}{x}\right)-16\right)=0$$

$$x+\frac{1}{x}=t, x^2+\frac{1}{x^2}=t^2-2$$

$$2t^2+3t-20=0$$

$$t_1 = \frac{5}{2}, t_2 = -4$$



$$\underline{2x^5+5x^4-13x^3-13x^2+5x+2=0}$$

$$x+1=0 \quad \text{или} \quad 2x^4+3x^3-16x^2+3x+2=0$$

$$x=-1$$

$$1) 2x^2+5x+2=0$$

$$x_1=2, x_2=0,5$$

$$2) x^2+4x+1=0$$

$$x_3 = -2 + \sqrt{3}$$

$$x_4 = -2 - \sqrt{3}$$



Ответ: 0,5; 2; $-2 \pm \sqrt{3}$

$$(x^2 - x + 1)^4 - 6x^2(x^2 - x + 1)^2 = -5x^2$$

Пусть $(x^2 - x + 1)^2 = a$; $x^2 = b$

$$a^2 - 6ab + 5b^2 = 0$$

$$x^2 - x + 1 = a \quad (a-b) - 5b(a-b) = 0$$

$$(a-b)(a-5b) = 0$$

$$a = b \quad \text{или} \quad a = 5b$$

1) $(x^2 - x + 1)^2 = 1$ 2) $(x^2 - x + 1)^2 = 5x^2$

Ответ: $1; \frac{1 \pm \sqrt{5} \pm \sqrt{2 \pm 2\sqrt{5}}}{2}$



**СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!**

