

Урок 1.

Вычисления производных.

Цель:

Вывести правила дифференцирования и использовать их для вычисления производных.

Ход урока:

I. Изучение нового материала.

При вычислении производных необходимо знать правила дифференцирования. Обозначим через $U(x_0)=U$, $V(x_0)=V$,
 $U'(x_0)=U'$, $V'(x)=V'$.

Правило 1.

Если функции U и V дифференцируемы в точке x_0 , то их сумма дифференцируема в этой точке и $(U+V)' = U' + V'$, то есть производная суммы функций равна сумме производных этих функций.

Лемма:

Если функция $f(x)$ дифференцируема в точке x_0 , то она непрерывна в этой точке, т.е.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta f = 0.$$

Так как
то

$$\Delta f = \frac{\Delta f}{\Delta x} \times \Delta x$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta f = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta f}{\Delta x} \times \Delta x \right) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} \times \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta x = f'(x_0) \times 0 = 0.$$

Таким образом, функция $f(x_0)$ непрерывна в точке x_0 .

Правило 2.

Если функция U и V дифференцируемы в точке x_0 , то их произведение дифференцируемо в этой точке и $(UV)' = U' V + U V'$.

Следствие:

Если функция $U(x)$ дифференцируема в точке x_0 , C -постоянная величина, то функция CU дифференцируема с этой точке и $(CU)' = CU'$, т.е. постоянный множитель можно выносить за знак производной.

Правило 3.

Если функции $U(x)$ и $V(x)$ дифференцируемы с точки x_0 и функция $V(x)$ не равна нулю в этой точке, то частное U/V также дифференцируемо в точке (x_0) и

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$$

Теорема:

Производная функции $y=f(kx+m)$ вычисляется по формуле

$$(f(kx+m))' = kf'(kx+m).$$

Применение правил дифференцирования

Пример 1. Найдем производную функции:

$$\begin{aligned}(3x^7 + 2x^3 - 6x^2)' &= (3x^7)' + (2x^3)' - (6x^2)' = \\ &= 3(x^7)' + 2(x^3)' - 6(x^2)' = 3 \cdot 7x^6 + 2 \cdot 3x^2 - 6 \cdot 2x = \\ &= 21x^6 + 6x^2 - 12x.\end{aligned}$$

Применение правил дифференцирования

Пример 2. Найдем производную функции:

$$\begin{aligned} & ((3x^4 + 2\sqrt[5]{x})(\sqrt{x} + \frac{1}{x^3}))' = ((3x^4 + 2x^{\frac{1}{5}})(x^{\frac{1}{2}} + x^{-3}))' = \\ & = (3x^4 + 2x^{\frac{1}{5}})'(x^{\frac{1}{2}} + x^{-3}) + (3x^4 + 2x^{\frac{1}{5}})(x^{\frac{1}{2}} + x^{-3})' = \\ & = 12x^{\frac{7}{2}} + \frac{2}{5}x^{\frac{-3}{10}} + 12 + \frac{2}{5}x^{\frac{19}{5}} + \frac{3}{2}x^{\frac{7}{2}} + x^{\frac{-3}{10}} - 9 - 6x^{\frac{-13}{5}} = \frac{27}{2}x^{\frac{-7}{2}} - \frac{7}{5}x^{\frac{-3}{10}} - \frac{28}{5}x^{\frac{-19}{5}} + 3. \end{aligned}$$

Задания на дом:

Найти производную функции:

№729, №731, №733, №735, №737, №736.

Урок 2.

Вычисление производных (практикум)

Цели урока:

- Обучающие;
- Воспитательные;
- Образовательные.

План урока:

- Проверка домашнего задания (5мин);
- Выполнение заданий по предыдущему материалу (20мин);
- Творческое задание (15мин).

Решение заданий:

Найти производную функции:

$$a) y = \frac{1}{x} + 4x$$

$$y' = \frac{-1}{x^2} + 4$$

$$b) y = -2x^2 - \frac{1}{x}$$

$$y' = -4x + \frac{1}{x^2}$$

$$a) y = \sin x + 3$$

$$y' = \cos x$$

$$b) y = 4 \cos x$$

$$y' = -4 \sin x$$

Найти производную функции:

$$a) y = (x^2 - 1)(x^4 + 2) \qquad y' = (x^4 + 2)(2x) + (x^2 - 1)(4x^3)$$

$$b) y = (x^2 + 3)(x^6 - 1) \qquad y' = (x^2 + 3)(6x^5) + (x^6 - 1)2x$$

$$a) y = \operatorname{tg} x \qquad y' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$b) y = \operatorname{ctg} x \qquad y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Найти производную функции:

$$a) h(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

$$h'(x) = 3x^2 - 6x > 0$$

$$x(3x - 6) > 0$$

$$x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty).$$

$$b) f(x) = \sin(2x - 3)$$

$$g(x) = \cos(2x - 3)$$

$$f'(x) = 2\cos(2x - 3)$$

$$g'(x) = 2\sin(2x - 3)$$

$$\cos(2x - 3) + \sin(2x - 3) = 0$$

$$\sin(2x - 3 + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$x = \frac{3}{2} - \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

Творческие задания:

1. При каких значениях параметра a касательные к графику функции $y = 4x^2 - |a|x$ проведенные в точках его пересечения с осью X , образует между собой угол 60° ?
2. При каких значениях параметра a касательные к графику функции $y = x^2 + |a|x$ проведенные в точках его пересечения с осью X , образует между собой угол 45° ?

Задание на дом:

№740, №742, №748, №754, №804, №806.

Подведение итогов урока!

Спасибо за
внимание!!!