Специальные методы решения квадратных уравнений

Выполнил…

Рассмотрим решение квадратных уравнений, коэффициенты которых обладают определенными свойствами. Установим связь между суммой коэффициентов уравнения и его корнями.

1) $x^2+4x-5=0$,

$a=1$, $b=5$, $c=-5$,

$a+b+c=0$,

$x=1$, $x=-5$.

3) $x^2+6x+5=0$,

$a=1$, $b=6$, $c=5$,

$a+c=b$,

$x=-1$, $x=-5$.

2) $2x^2-5x+3=0$,

$a=2$, $b=-5$, $c=3$,

$a+b+c=0$,

$x=1$, $x=3/2$

4) $3x^2+2x-1=0$,

$a=3$, $b=2$, $c=-1$,

$a+c=b$,

$x=-1$, $x=1/3$

При решении уравнения $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$ можно пользоваться следующими правилами.

1. Если $a+b+c=0$, то $x=1$, $x=c/a$
2. Если $a+c=b$, то $x=-1$, $x=-c/a$

Докажем утверждение 1.

Разделим обе части уравнения на($a \neq 0$):

$x^2+(b/a)x+(c/a)=0$.

По теореме Виета $x_1+x_2=-b/a$, $x_1*x_2=c/a$.

Так как $a+b+c=0$, то $b=-a-c$, тогда

$x_1+x_2=-(-a-c)/a=1+c/a$, $x_1*x_2=1*c/a$

значит, $x_1=1$, $x_2=c/a$

Утверждение 2 доказывается аналогично.

Задание (устно).

Найдите корни уравнения:

а) $3x^2-8x+5=0$;

б) $2x^2+3x+1=0$;

в) $5x^2-9x-14=0$;

г) $-x^2+4x-3=0$.

Другой метод решения квадратных уравнений – метод «переброски» старшего коэффициента. Умножим обе части уравнения $ax^2+bx+c=0$ на $(a\neq0)$:

$a^2x^2+bax+ca=0$.

Пусть $ax=y$, тогда получим уравнение $y^2+by+ca=0$.

Корни y_1 и y_2 уравнения найдем по теореме, обратной теореме Виета. Так как $ax_1=y_1$, $ax_2=y_2$, то $x_1=y_1/a$, $x_2=y_2/a$

Пример.

Решите уравнение $2x^2-11x+15=0$.

Решение: Умножим обе части уравнения на 2:

$2^2*x^2-2*11x+2*15=0$.

Пусть $2x=y$, тогда $y^2-11y+30=0$.

Корни уравнения: $y_1=5$, $y_2=6$. Тогда $2x_1=5$, $2x_2=6$, откуда $x_1=5/2$, $x_2=3$.

Замечание. Данный метод подходит для квадратных уравнений с «удобными» коэффициентами. В некоторых случаях он позволяет решить уравнение устно.

Задание на дом.

Решите уравнение, выбрав один из специальных методов решения квадратных уравнений:

а) $3x^2-5x+2=0$

б) $1907x^2-101x-2008=0$

Благодарим за внимание