

Разные способы нахождения площади многоугольников

**обобщающее повторение
при подготовке к ЕГЭ по математике**

Учитель математики ГБОУ СОШ 454
Колпинского района Санкт-Петербурга
Любимова Виктория Викторовна

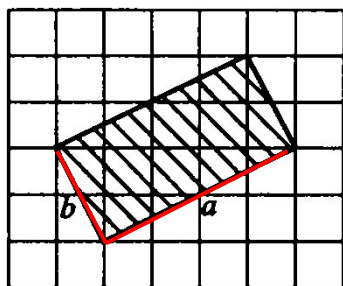
Нахождение площади по формулам

📏 Площадь прямоугольника: $S = a \cdot b$, где a и b – стороны прямоугольника.

Площадь квадрата: $S = a^2$

Задачи. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.

1)



$$a = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5} \text{ см},$$

$$b = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5} \text{ см},$$

$$S = \sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 10 \text{ см}^2$$

2)



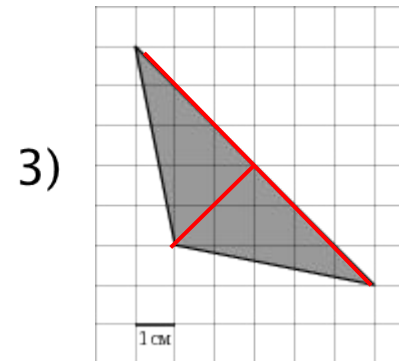
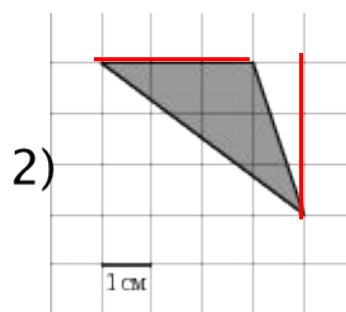
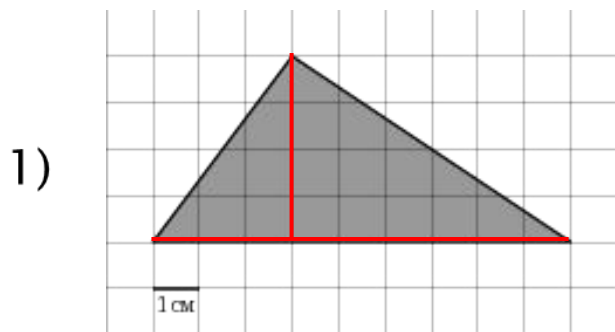
$$a = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} \text{ см},$$

$$S = (\sqrt{10})^2 = 10 \text{ см}^2$$

Нахождение площади по формулам

📖 Площадь треугольника: $S = \frac{1}{2} a \cdot h$, где a – основание, h – высота треугольника.

Задачи. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 9 = 18 \text{ см}^2$$

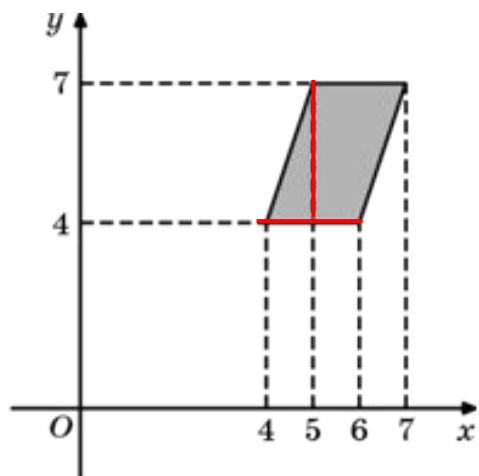
$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4,5 \text{ см}^2$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} = 12 \text{ см}^2$$

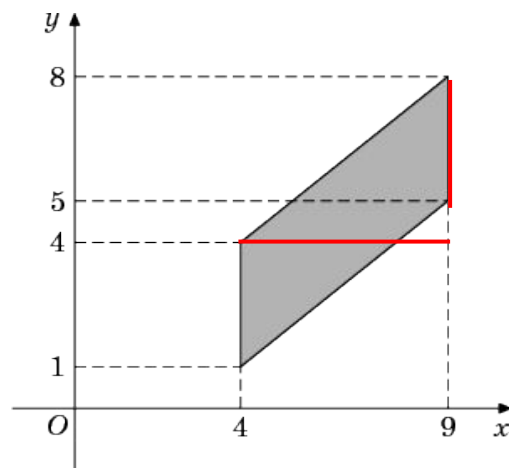
Нахождение площади по формулам

📌 Площадь параллелограмма: $S = a \cdot h$, где a – сторона, h – высота параллелограмма, проведенная к этой стороне.

Задачи. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на рисунке



$$S = 2 \cdot 3 = 6 \text{ см}^2$$

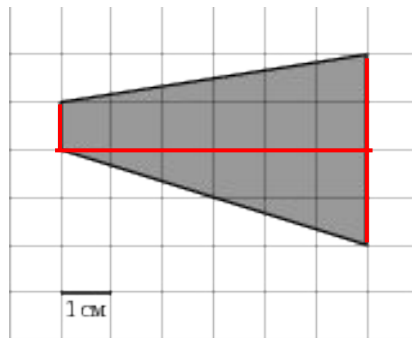


$$S = 3 \cdot 5 = 15 \text{ см}^2$$

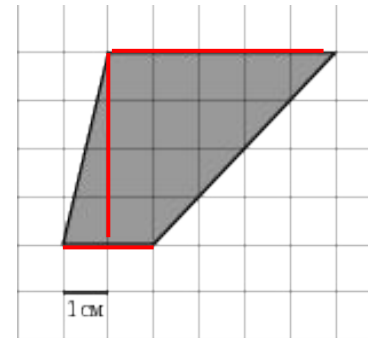
Нахождение площади по формулам

📏 Площадь трапеции: $S = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$, где a, b – основания, h – высота трапеции.

Задачи. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



$$S = \frac{1}{2}(1 + 4) \cdot 6 = 15 \text{ см}^2$$

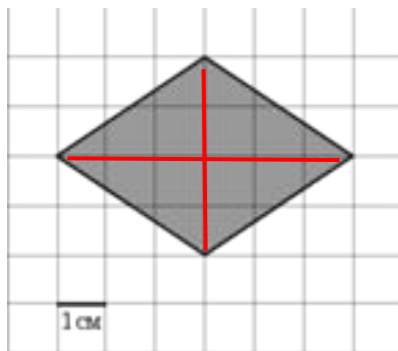


$$S = \frac{1}{2}(2 + 5) \cdot 4 = 14 \text{ см}^2$$

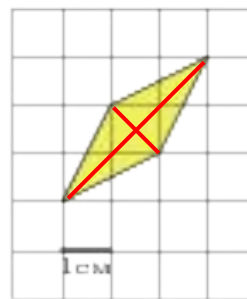
Нахождение площади по формулам

- Площадь четырехугольника, диагонали которого взаимно перпендикулярны: $S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$.

Задачи. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12 \text{ см}^2$$

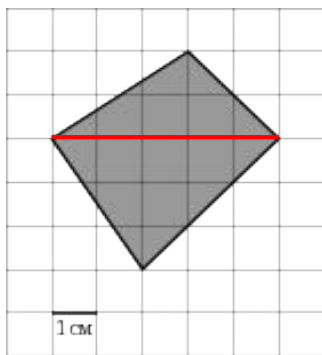


$$S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 3 \text{ см}^2$$

Сложение площадей

- Если разбить фигуру на несколько фигур, то площадь всей фигуры равна сумме площадей ее частей.

Задачи. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 = 5 \text{ см}^2; S_2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 = 7,5 \text{ см}^2$$
$$S_1 + S_2 = 12,5 \text{ см}^2$$

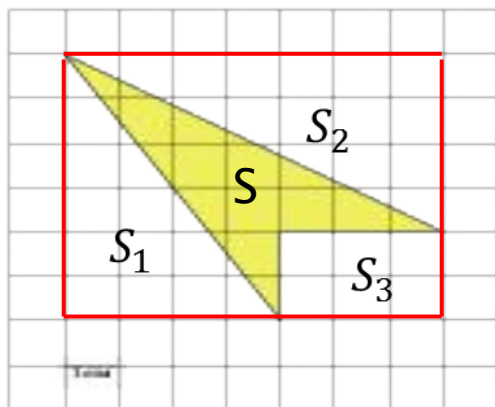


$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3 \text{ см}^2$$
$$2 \cdot S_1 = 6 \text{ см}^2$$

Вычитание площадей

- Площадь многоугольника можно найти, вписав его в прямоугольник, и вычитая площади соответствующих лишних частей.

Задачи. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



$$S_{\text{прям}} = 7 \cdot 6 = 42 \text{ см}^2$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12 \text{ см}^2$$

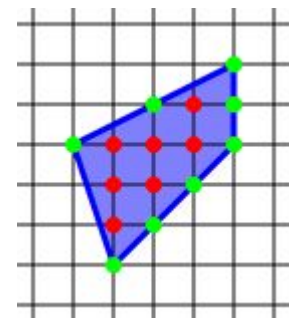
$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 4 = 14 \text{ см}^2$$

$$S_3 = 2 \cdot 3 = 6 \text{ см}^2$$

$$S = 42 - 12 - 14 - 6 = 10 \text{ см}^2$$

Метод Пика

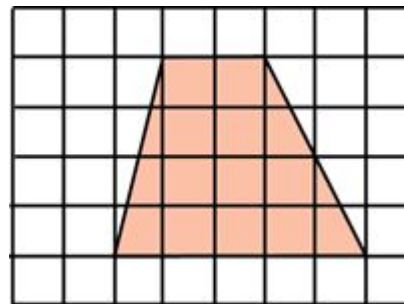
- ▶ Георг Пик – австрийский математик (1859–1942)
- ▶ Теорема Пика (1899) о методе нахождения площади многоугольника, нарисованного «по клеточкам» так, что вершины находятся в узлах.
- ▶ Формула Пика: $S = \nu + 0,5g - 1$, где
 - ν – это количество узлов внутри фигуры,
 - g – количество узлов на границе фигуры (считая и вершины многоугольника)В данном примере $\nu = 7$, $g = 8$, $S = 10$.



Задача. Найти площадь фигуры методом Пика:

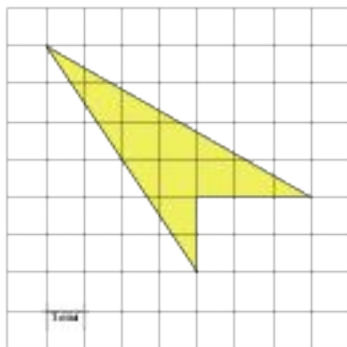
$$\nu = 10, g = 10,$$

$$S = 10 + 0,5 \cdot 10 - 1 = 14 \text{ см}^2$$

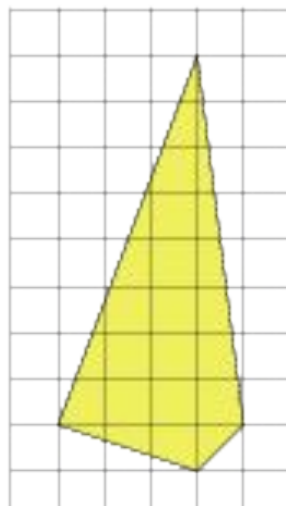


Метод Пика

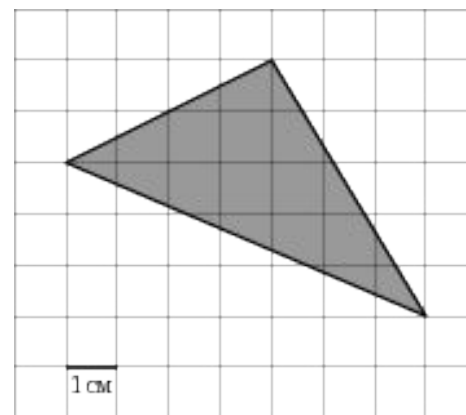
- ✎ *Задачи.* На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



$$\nu = 7, g = 8,$$
$$S = 7 + 0,5 \cdot 8 - 1 = 10 \text{ см}^2$$



$$\nu = 12, g = 4,$$
$$S = 12 + 0,5 \cdot 4 - 1 = 12 \text{ см}^2$$



$$\nu = 17, g = 4,$$
$$S = 17 + 0,5 \cdot 4 - 1 = 18 \text{ см}^2$$

Спасибо за внимание!

