
***Взаимное
расположение прямых
в пространстве.***

Скрещивающиеся прямые.

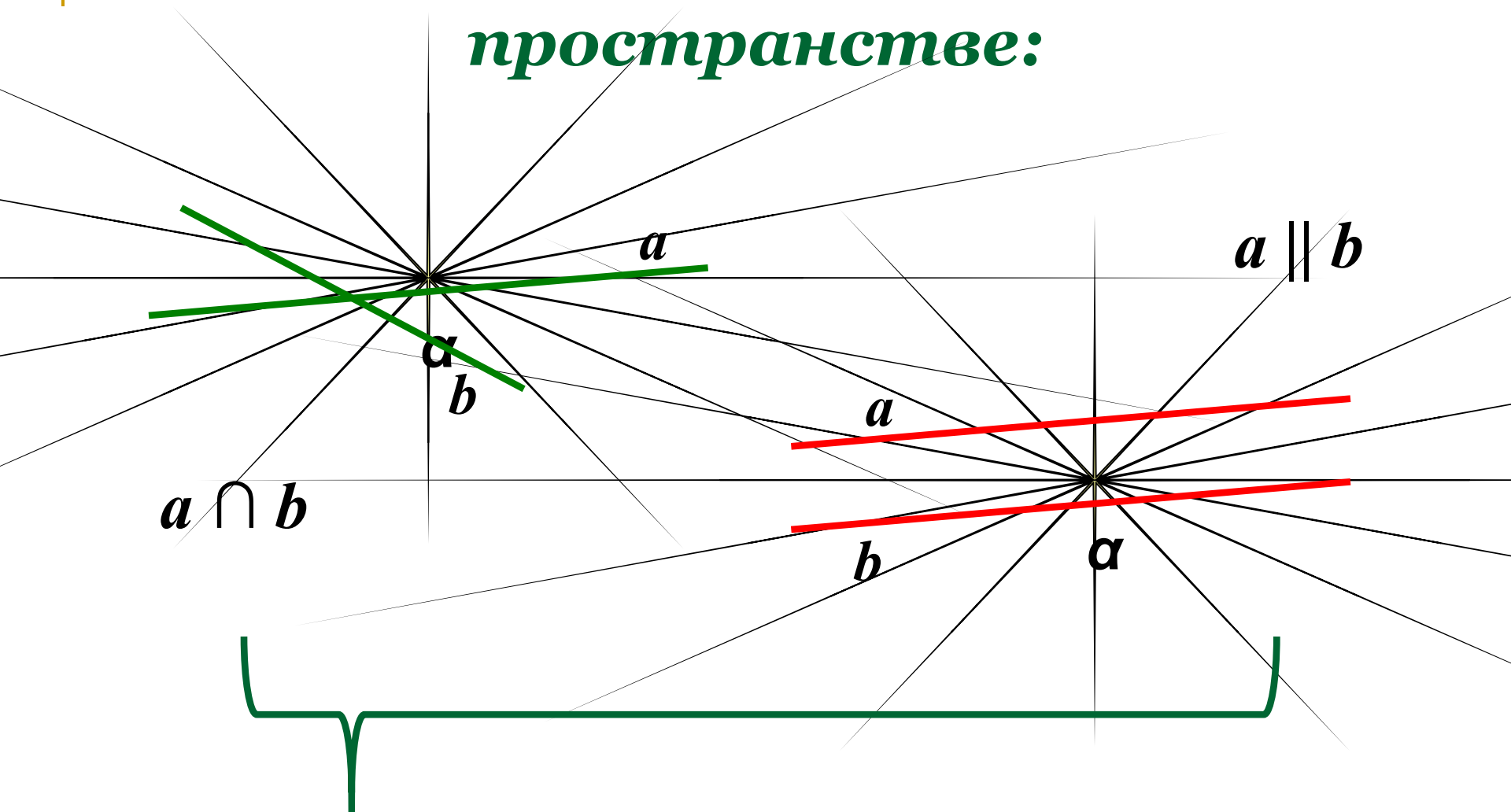


Цели урока:

- *Ввести определение скрещивающихся прямых.*
- *Ввести формулировки и доказать признак и свойство скрещивающихся прямых.*

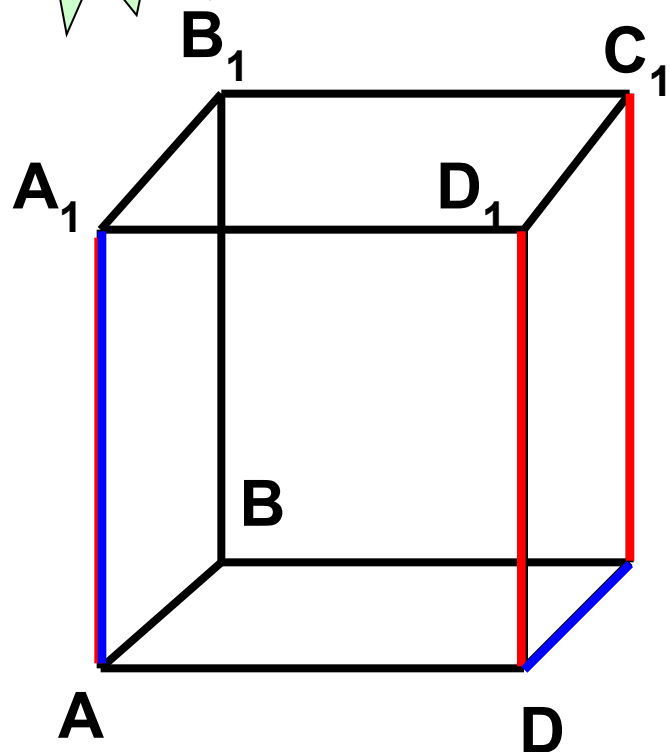


Расположение прямых в пространстве:



Лежат в одной плоскости!

???



Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$
 $AA_1 \parallel DD_1$, как

противоположные
стороны квадрата, лежат в
одной
плоскости и не

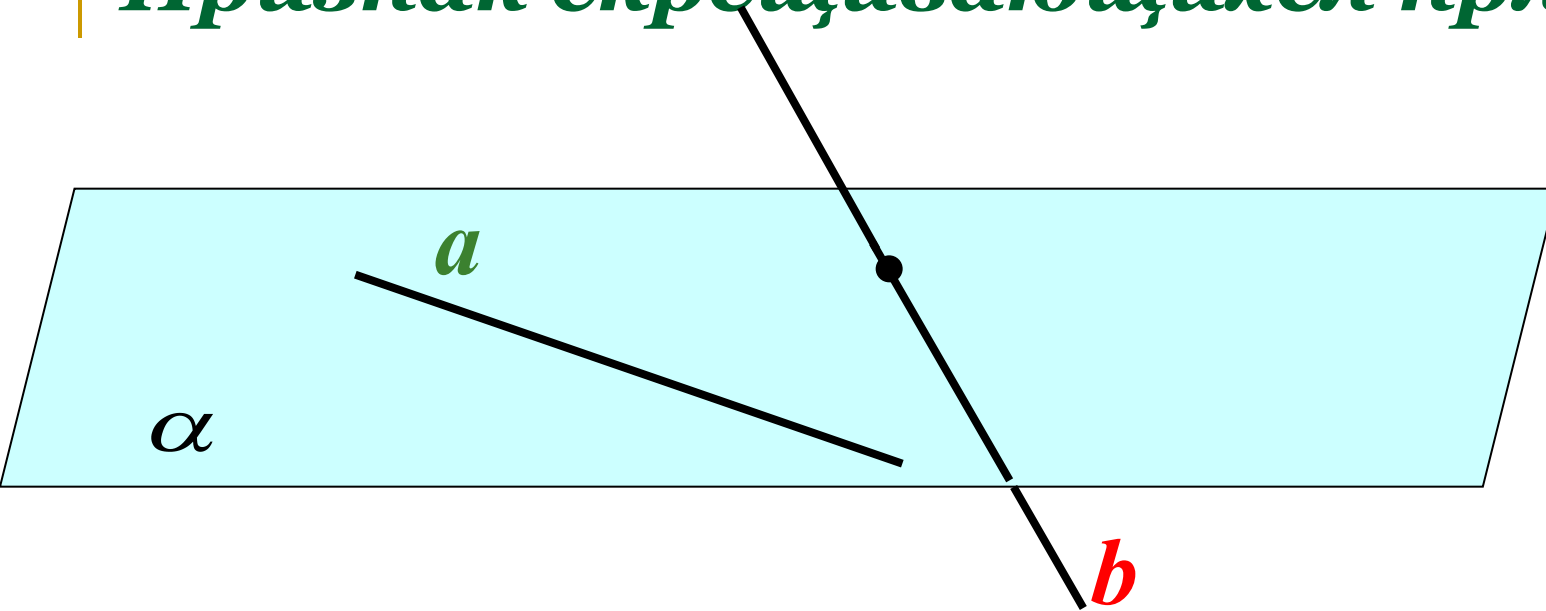
$$AA_1 \parallel DD_1; DD_1 \parallel CC_1 \rightarrow AA_1 \parallel CC_1$$

по теореме о трех
параллельных прямых.

2. Являются ли AA_1 и DC
параллельными?
Они пересекаются?

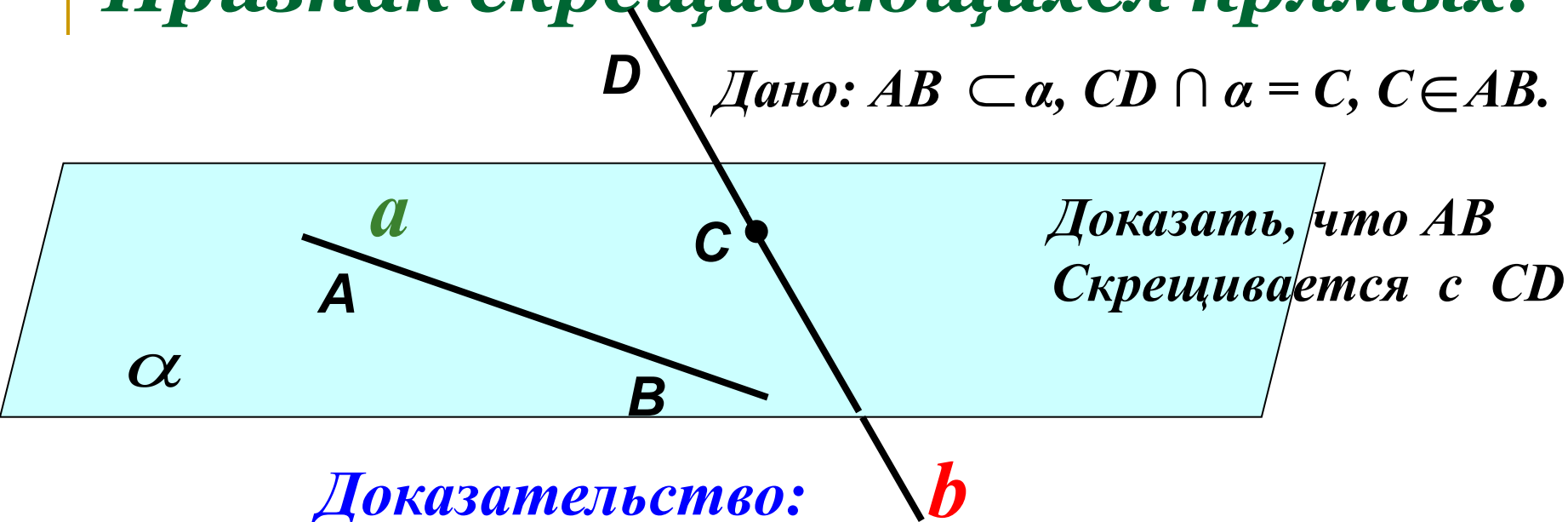
Две прямые называются
скрещивающимися,
если они не лежат в одной плоскости.

Признак скрещивающихся прямых.



- Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые **скрещивающиеся**.

Признак скрещивающихся прямых.



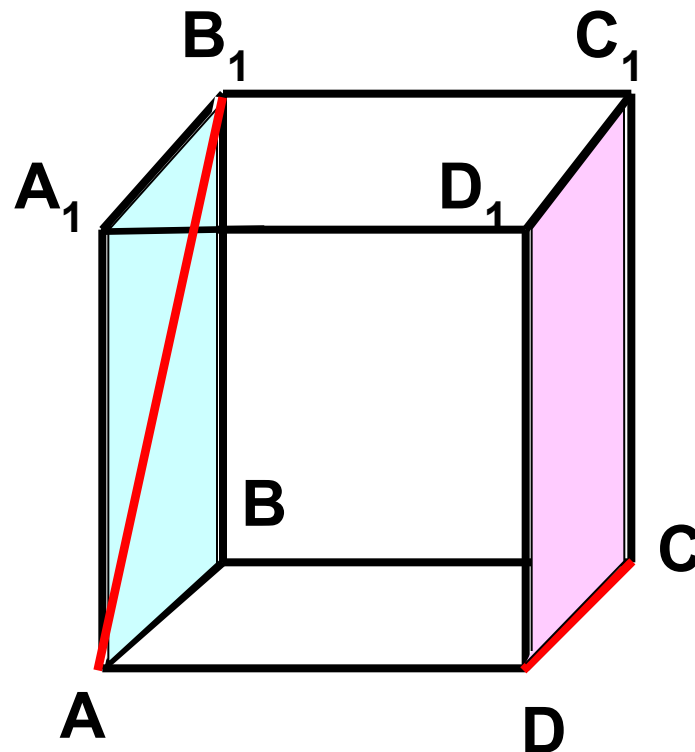
Допустим, что CD и AB лежат в одной плоскости.
Пусть это будет плоскость β .

$$\begin{array}{l|l} C \in \alpha \text{ и } C \in \beta & \\ AB \subset \alpha \text{ и } AB \subset \beta & \end{array} \Rightarrow \alpha \text{ совпадает с } \beta$$

Плоскости совпадают, чего быть не может, т.к. прямая CD пересекает α . Плоскости, которой принадлежат AB и CD не существует и следовательно по определению скрещивающихся прямых AB скрещивается с CD . Ч.т.д.

Закрепление изученной теоремы:

1. Определить взаимное расположение прямых AB_1 и DC .
2. Указать взаимное расположение прямой DC и плоскости AA_1B_1B .
3. Является ли прямая AB_1 параллельной плоскости DD_1C_1C ?



Теорема:

- Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой плоскости, и притом только одна.

Дано: AB скрещивается с CD .

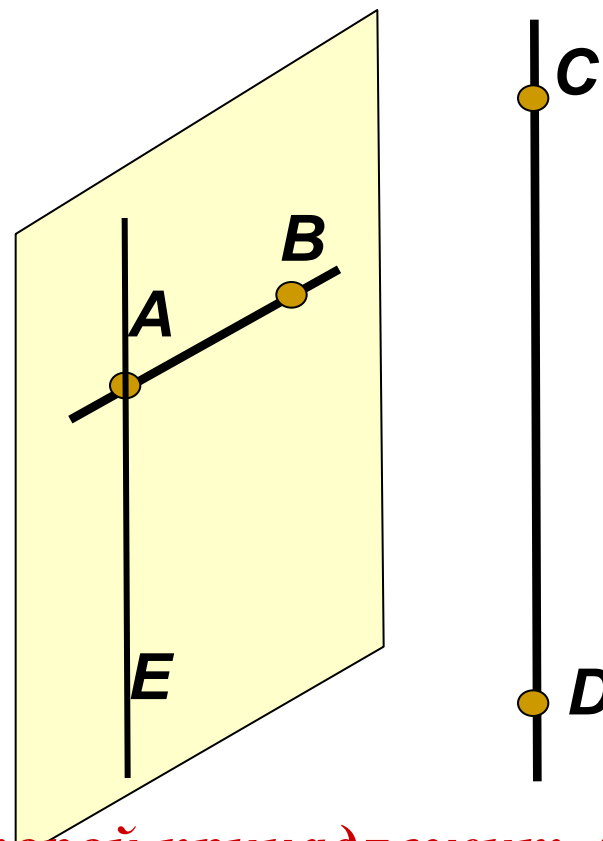
Построить α : $AB \subset \alpha$, $CD \parallel \alpha$.

Доказать, что α – единственная.

1. Через точку A проведем прямую AE , $AE \parallel CD$.
2. Прямые AB и AE пересекаются и образуют плоскость α . $AB \subset \alpha$, $CD \parallel \alpha$. α – единственная плоскость.

3. Доказательство:

α – единственная по следствию из аксиом. Любая другая плоскость, которой принадлежит AB , пересекает AE и, следовательно, прямую CD .

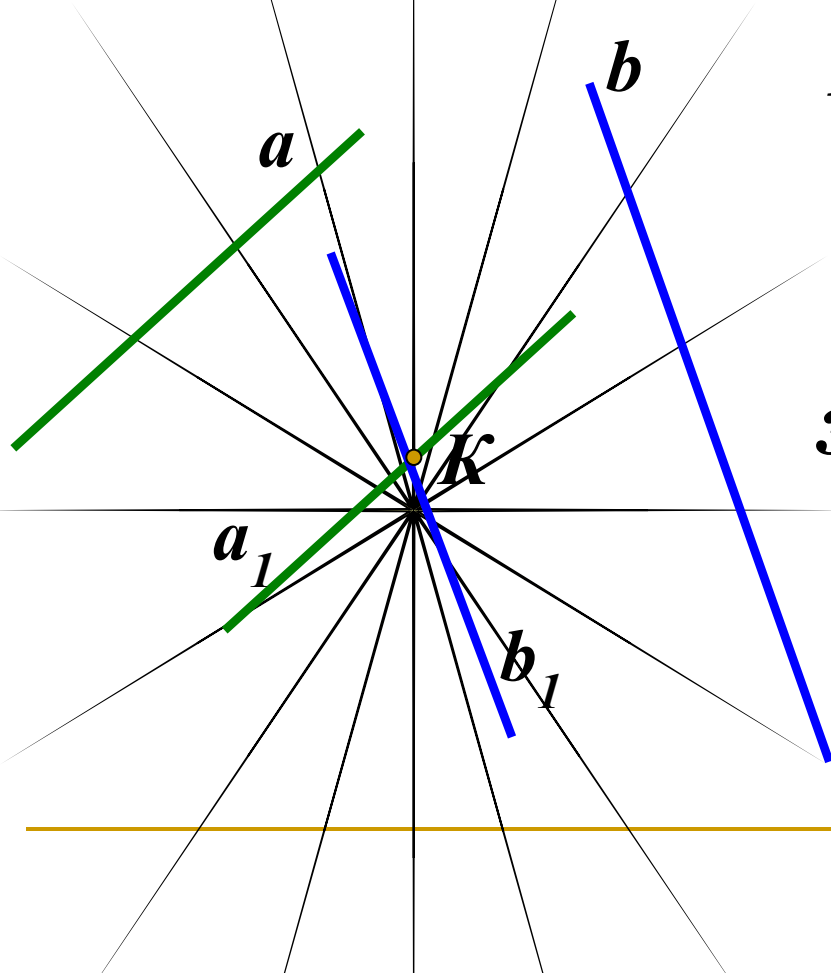


Задача.

- Построить плоскость α , проходящую через точку K и параллельную скрещивающимся прямым a и b .

Построение:

1. Через точку K провести прямую $a_1 \parallel a$.
2. Через точку K провести прямую $b_1 \parallel b$.
3. Через пересекающиеся прямые проведем плоскость α . α – искомая плоскость.





Задача №34.

Дано: $D \notin (ABC)$,

$AM = MD$; $BN = ND$; $CP = PD$

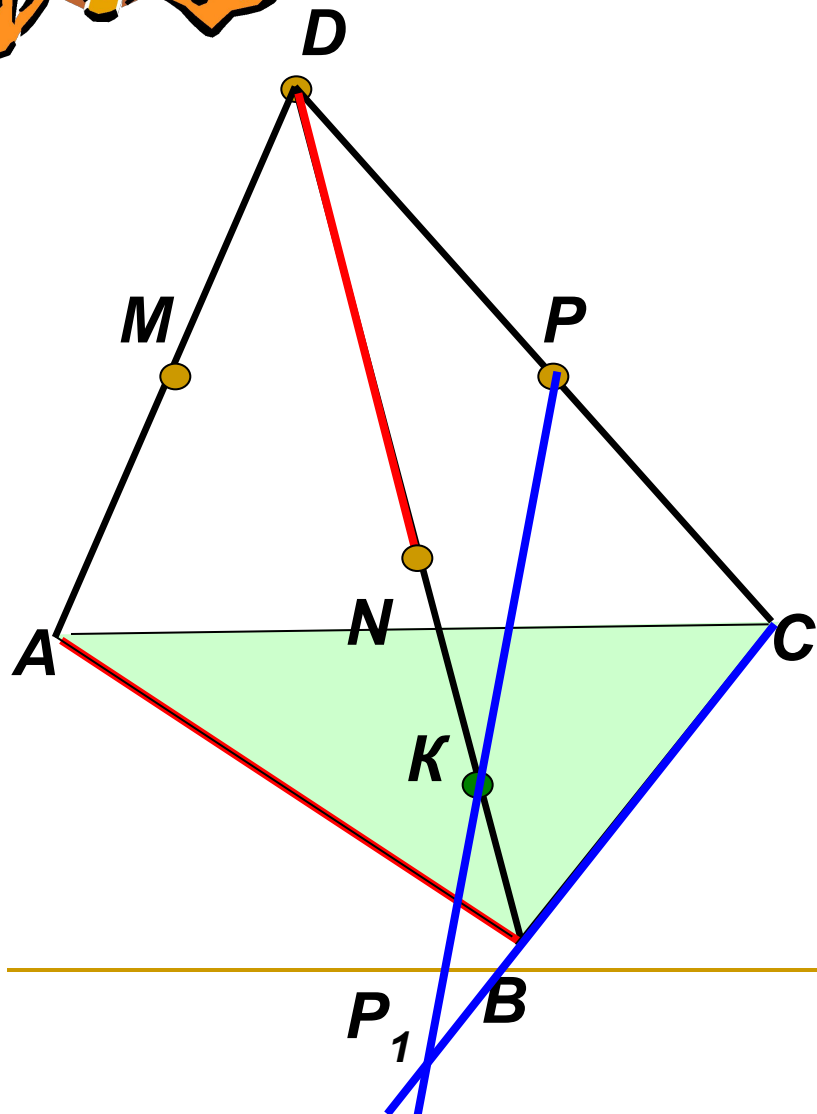
$K \in BN$.

Определить взаимное
расположение прямых:

а) ND и AB

б) PK и BC

в) MN и AB





Задача №34.

Дано: $D \notin (ABC)$,

$AM = MD$; $BN = ND$; $CP = PD$

$K \in BN$.

Определить взаимное
расположение прямых:

а) ND и AB

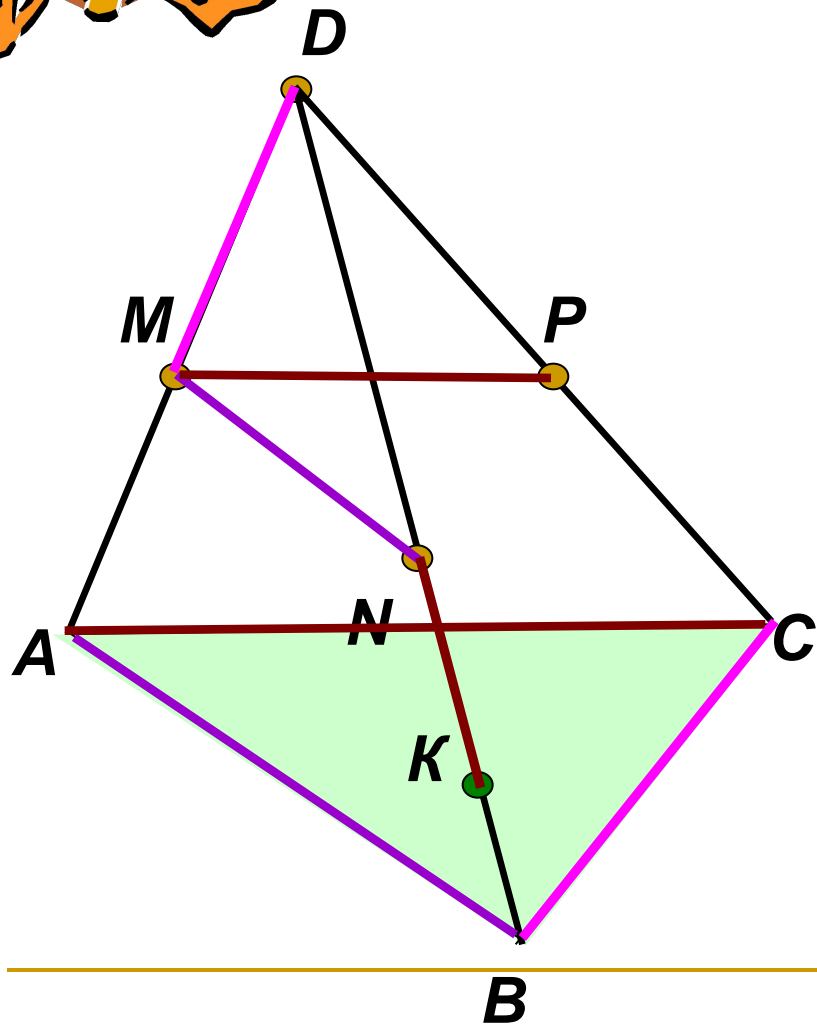
б) PK и BC

в) MN и AB

г) MP и AC

д) KN и AC

е) MD и BC



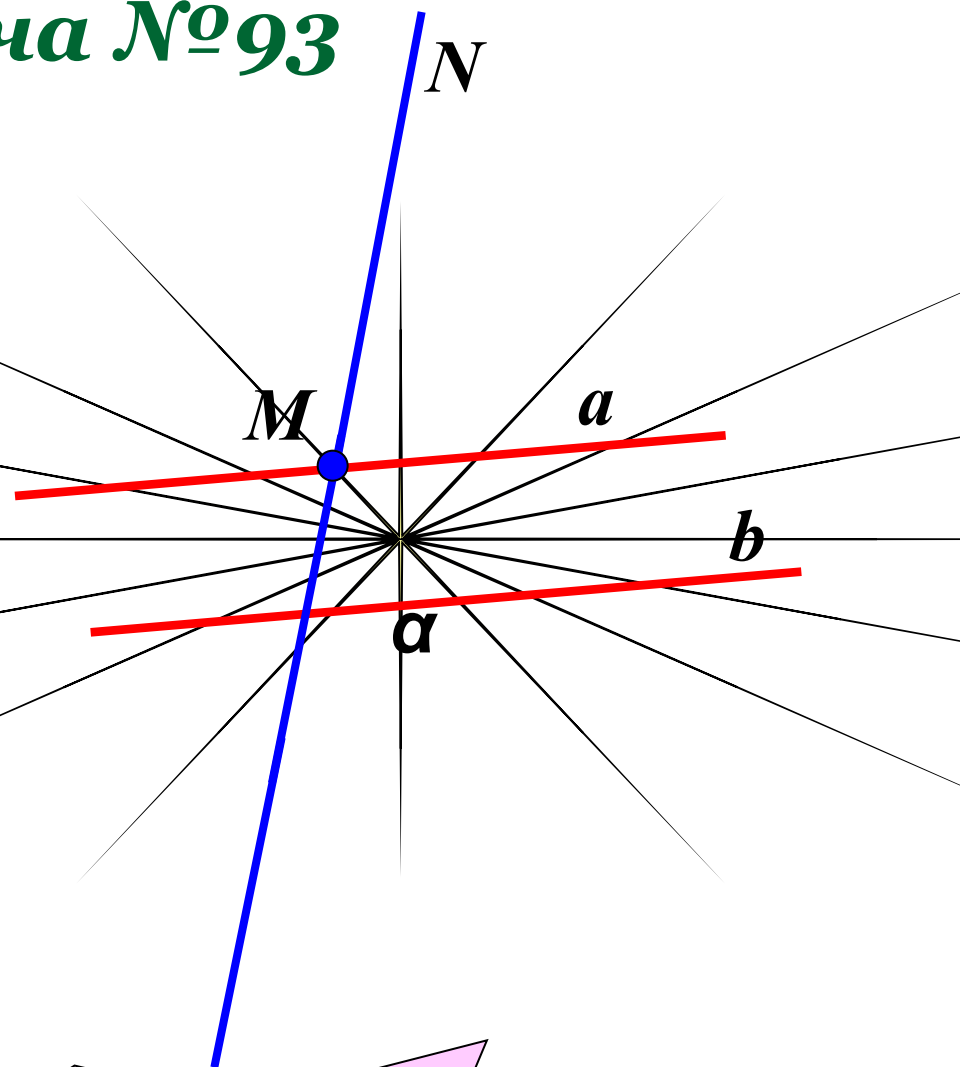


Задача №93

Дано: $a \parallel b$

$MN \cap a = M$

Определить
взаимное расположение
прямых MN и b .



Скрещивающиеся.