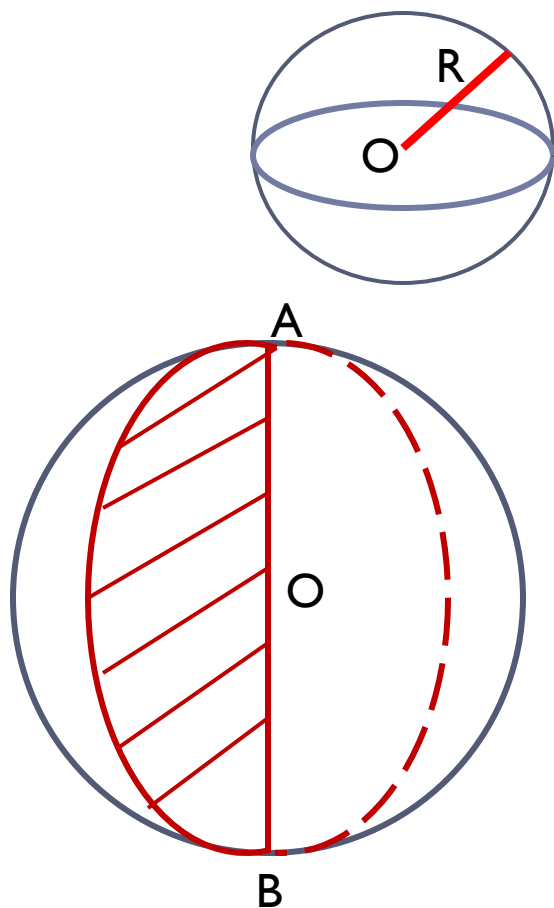


# Сфера и шар

учитель математики МБОУ Одинцовской гимназии №13

Владимирова Л.М.

11 класс



## Определение сферы и её элементов.

**Сферой** называется поверхность, состоящая из точек пространства, расположенных на данном расстоянии (оно называется **радиусом сферы**) от данной точки (**центра сферы**).

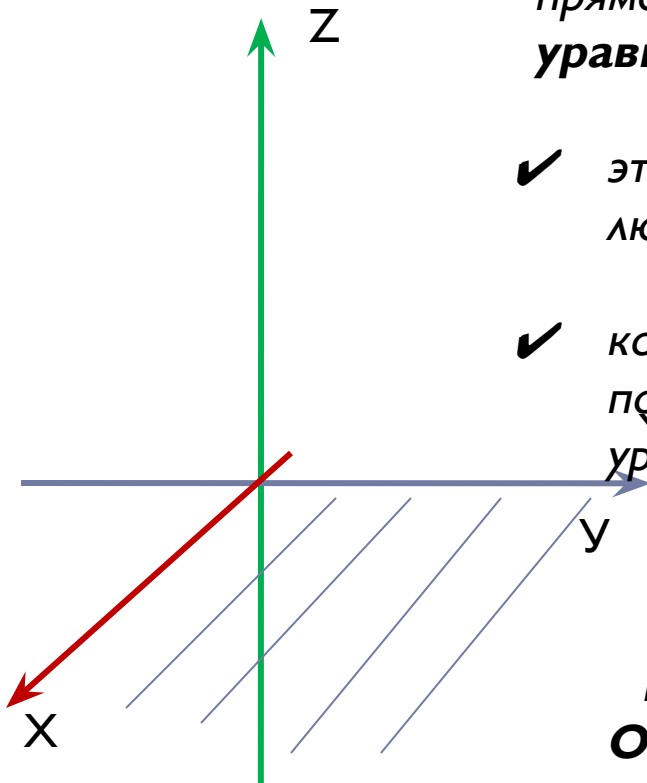
**Радиусом сферы** называется любой отрезок, соединяющий центр сферы с точкой сферы.

**Диаметром сферы** называется отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через её центр.

Сфера может быть получена вращением полуокружности вокруг её диаметра.

Уравнения с тремя переменными  $x, y, z$  а прямоугольной системе координат называется **уравнением поверхности  $F$** , если:

- ✓ этому уравнению удовлетворяют координаты любой точки поверхности  $F$
- ✓ координаты точек, не принадлежащих поверхности  $F$ , не удовлетворяют этому уравнению.



Например,  $z = 0$  – уравнение плоскости  $Oxy$ .

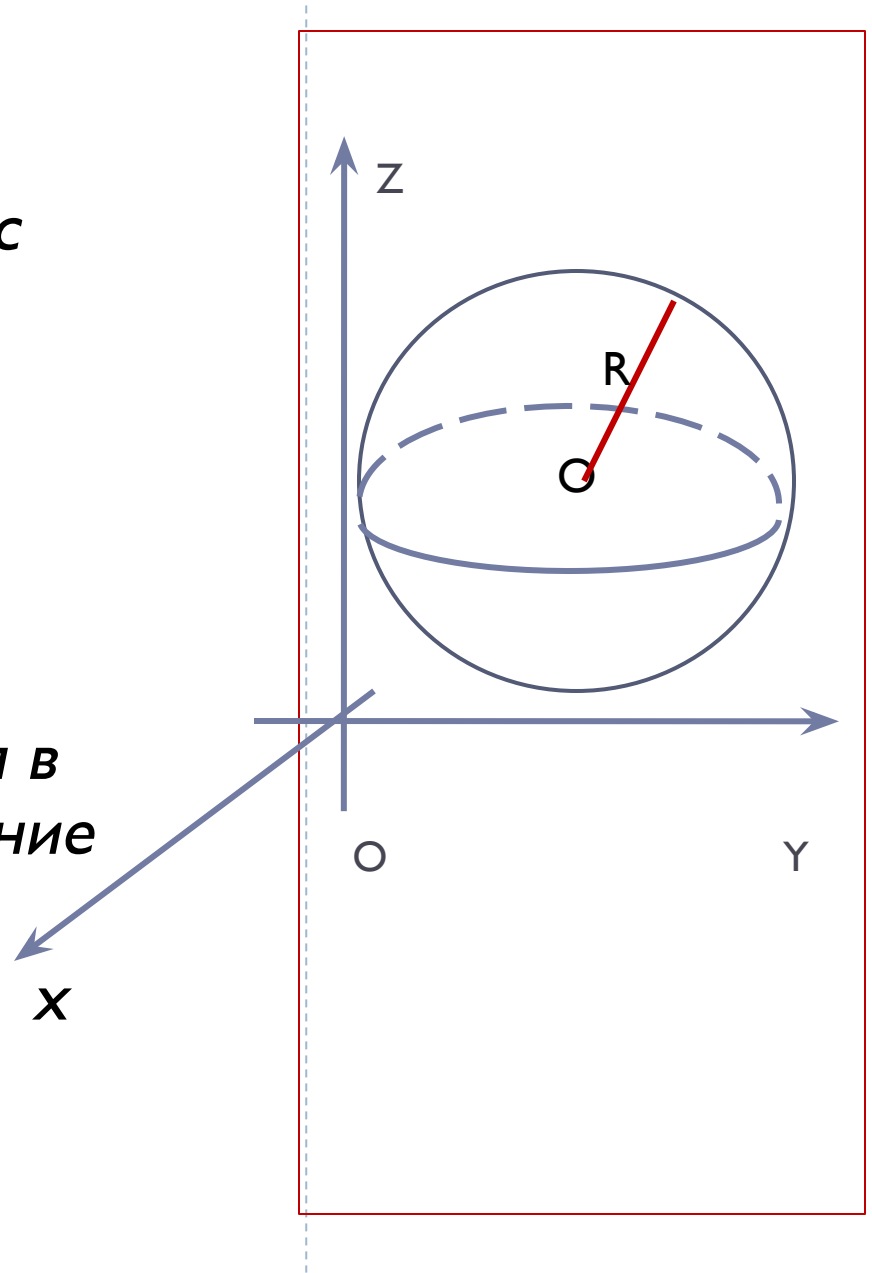
□ В прямоугольной системе координат сфера радиуса  **$R$**  с центром  $C(x_c; y_c; z_c)$  имеет

□ уравнение:

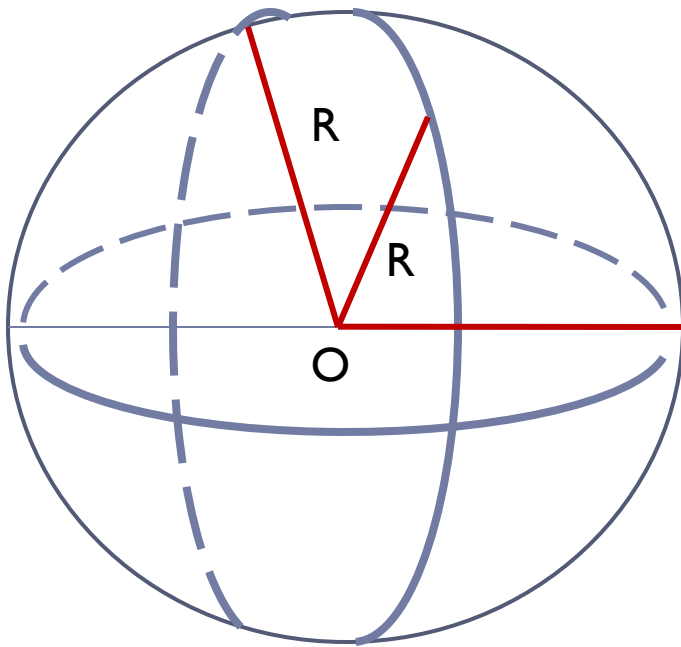
$$(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 + (z-z_c)^2 = R^2$$

□ Если центр сферы находится в начале координат, то уравнение сферы

□ 
$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$



## □ Определение шара и его элементов



**Шаром** называется  
конечное тело,  
ограниченное сферой.

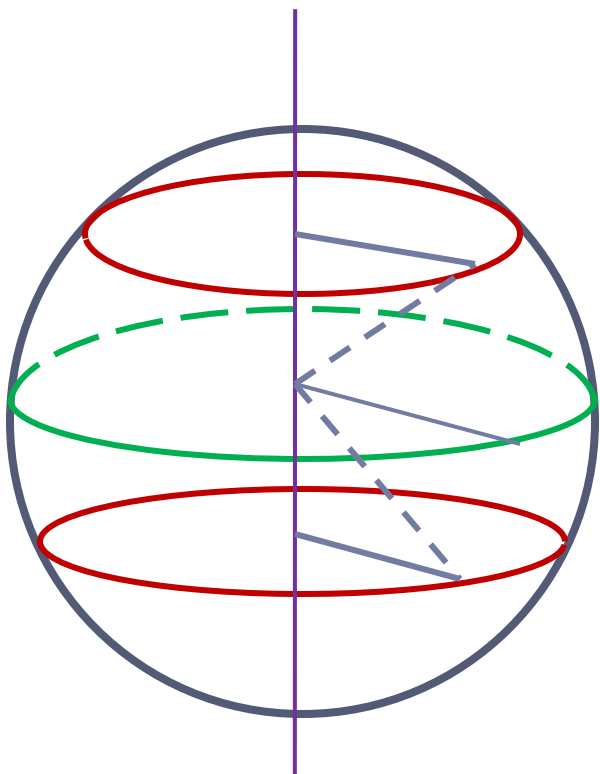
**ИЛИ**

**Шаром** называется тело,  
состоящее из всех точек  
пространства, удалённых  
от данной точки на  
расстояние, не  
превышающее заданного.

**Центр, радиус и  
диаметр сферы**  
называются также  
центром, радиусом и  
диаметром **шара**

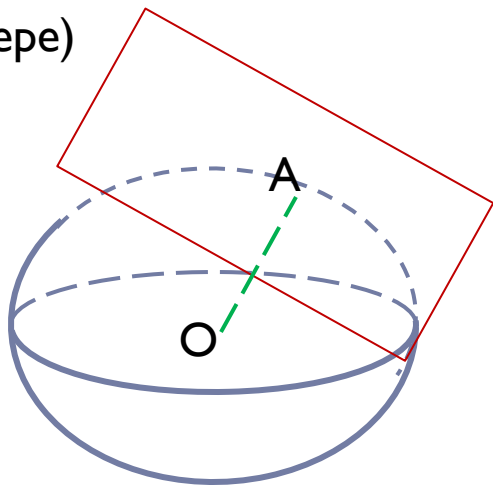
## Полезная задача

1. Докажите, что сечения сферы, **одинаково** удалённые от её центра, имеют **равные** радиусы;
2. Из двух сечений сферы больший радиус имеет то сечение, плоскость которого ближе к центру сферы



## Определение касательной к сфере

Теорема (свойство  
касательной плоскости к  
сфере)

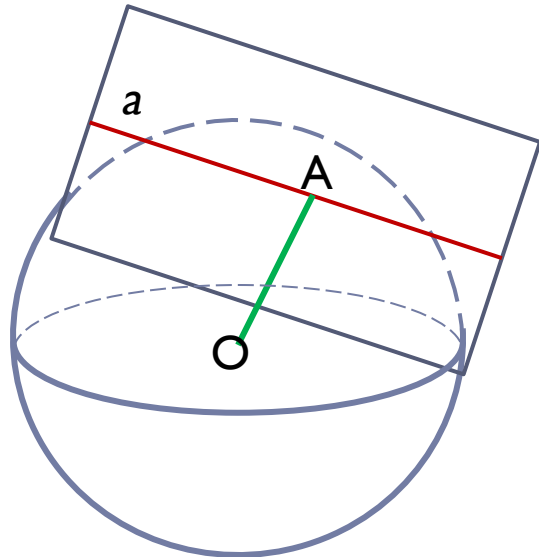


Теорема (признак  
касательной плоскости)

**Касательной плоскостью к сфере** называется плоскость, имеющая с данной сферой только одну общую точку ( **касания**).

**Радиус сферы, проведённый в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.**

**Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.**

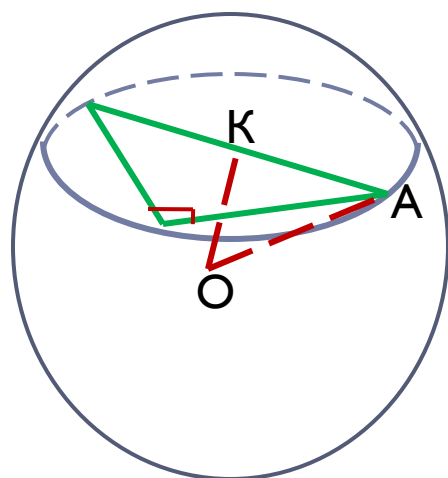


**Касательной** к сфере называется прямая, которая лежит в касательной плоскости и проходит через **точку касания сферы и плоскости**.

Касательная  $a$  имеет со сферой одну общую точку (точку касания  $A$ ) и перпендикулярна к радиусу сферы, проведённому в эту точку.

### Типовая задача

Все стороны прямоугольного треугольника с катетами 12 см и 16 см касаются сферы, радиус которой равен 5 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника.



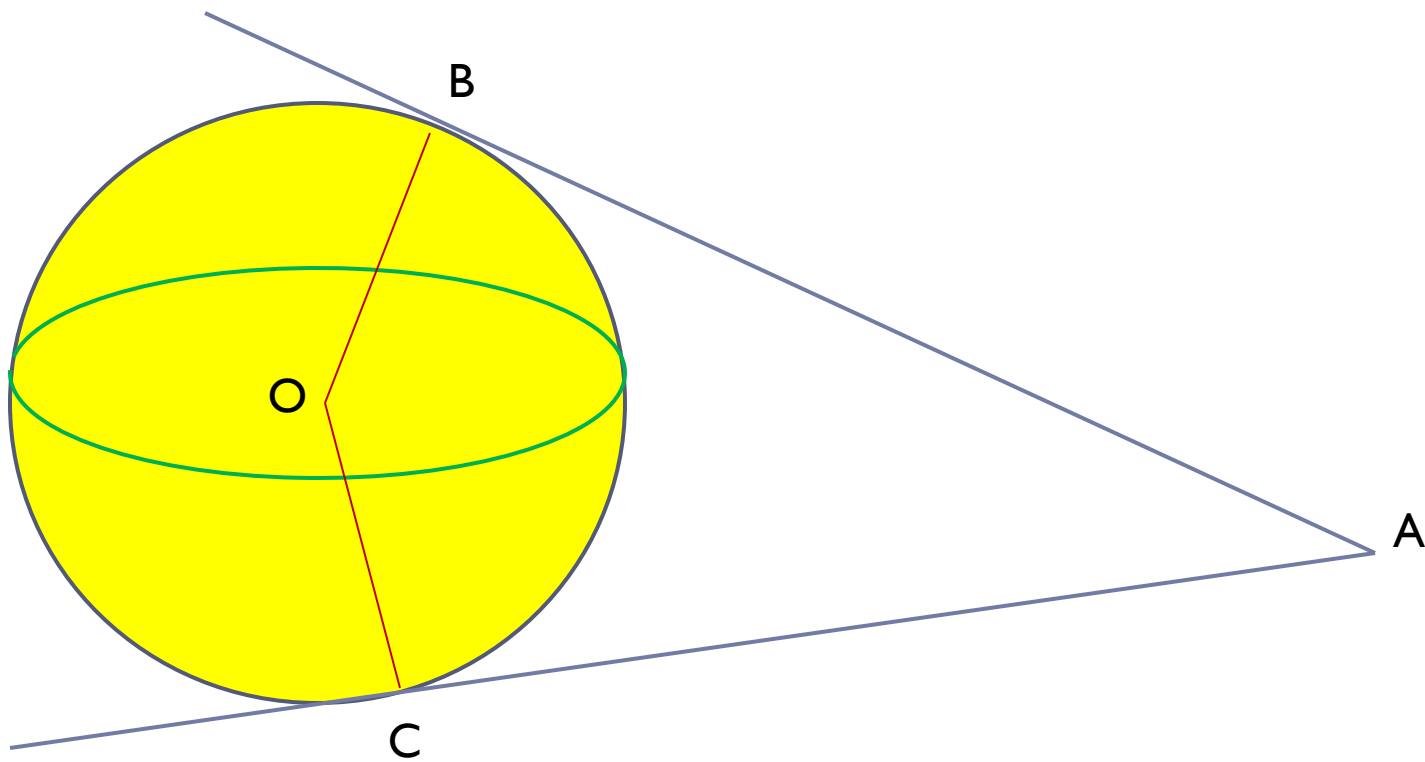
### Решение задачи.

Из центра сферы проведём перпендикуляр (это **расстояние от центра сферы до плоскости треугольника**) к плоскости треугольника и радиус шара.

Перпендикуляр к плоскости треугольника пройдёт через середину гипотенузы треугольника, т.к. середина гипотенузы является центром окружности описанной около треугольника. Рассмотрим треугольник  $OAK$ . Найдём  $OK$ .

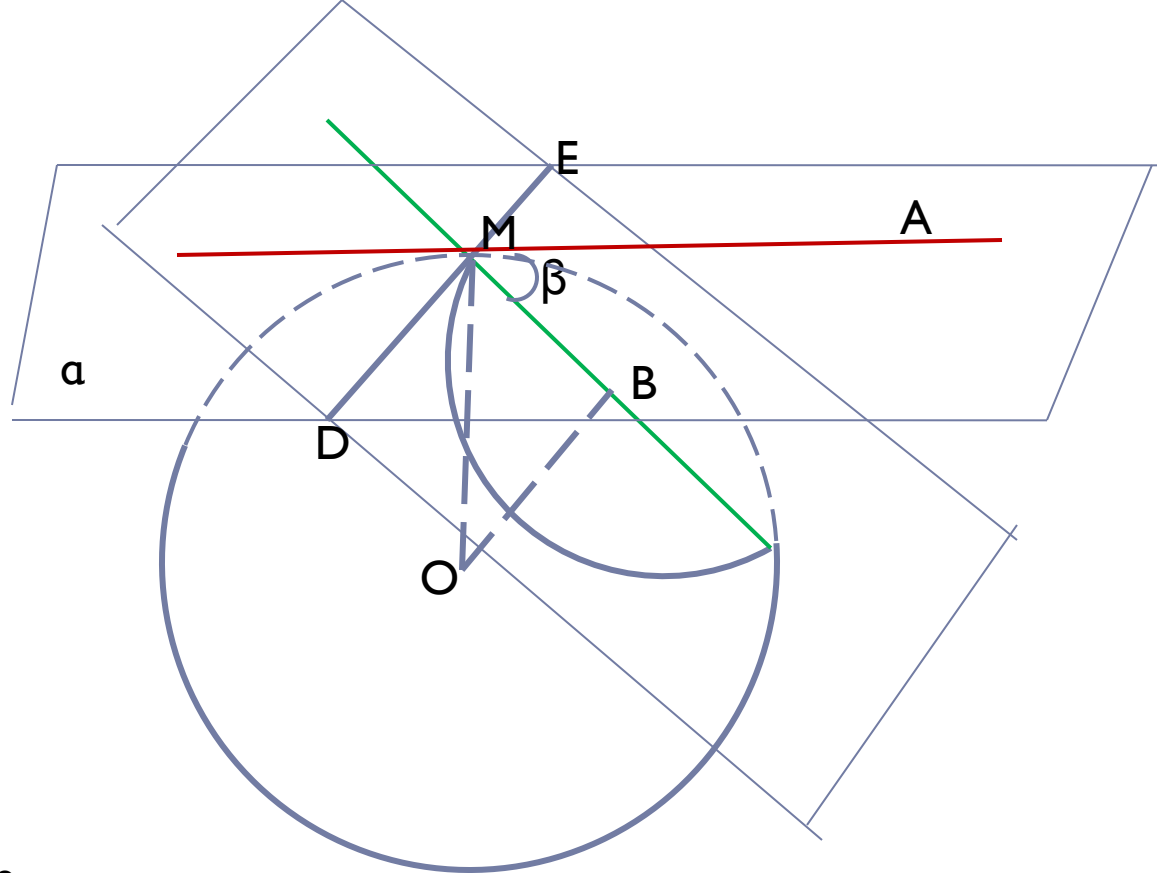
## Полезная задача

*Докажите, что все касательные, проведённые из данной точки к сфере, имеют равные длины.*



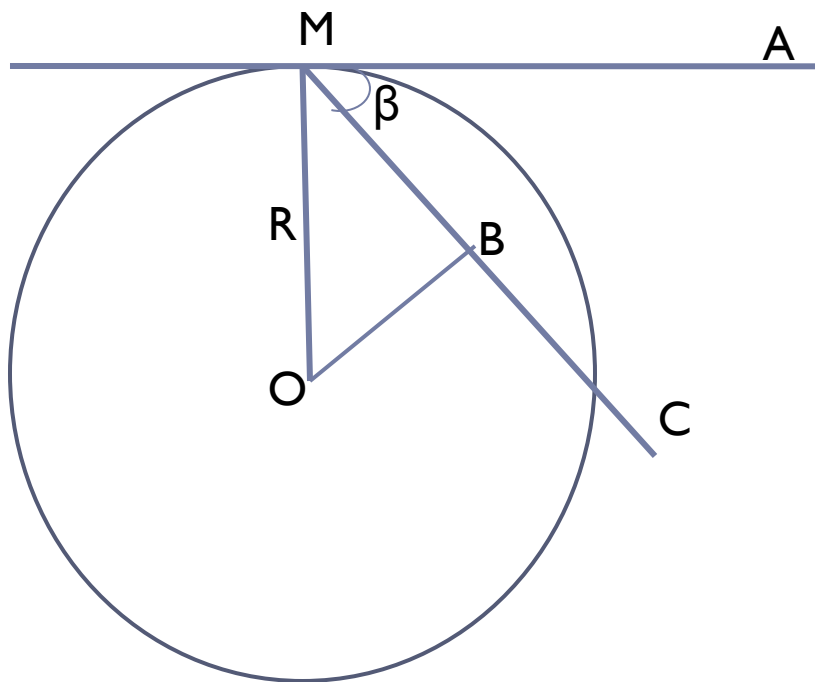
### Задача 590.

Через точку сферы радиуса  $R$ , которая является границей данного шара, проведены две плоскости, одна из которых является касательной к сфере, а другая наклонена под углом  $\beta$  к касательной плоскости. Найдите площадь сечения данного шара.



1. Объяснить, как построить линейный угол двугранного угла, образованного плоскостями.
2. Докажите, что перпендикуляр, проведённый из центра шара к секущей плоскости, проходит через центр сечения.
3. Найдите радиус сечения второй плоскостью.
4. Найдите площадь сечения.

Для решения задачи № 590 удобнее вынести чертёж и с помощью его уже решить данную задачу.



Для создания презентации были использованы: учебник по геометрии автор – Атанасян Л.С.

«Изучение геометрии в 10-11 классах» (методические рекомендации к учебнику) авторы Л.С. Атанасян и др.

