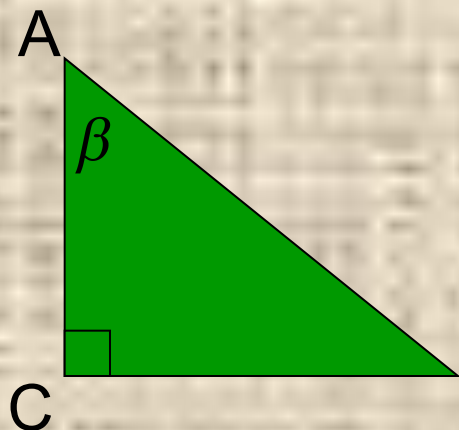


**Среди равных умов при  
одинаковости прочих условий  
превосходит тот, кто знает  
геометрию.**

Блез Паскаль

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$



$$\sin \beta = \frac{\text{ПРОТИВ.КАТЕТ}}{\text{ГИПОТЕНУЗА}}$$

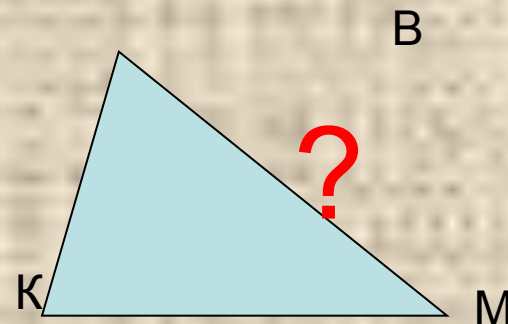
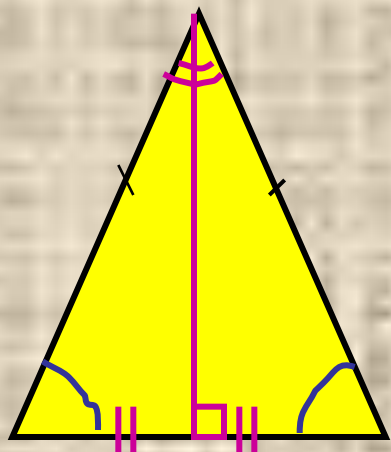
$$\sin \beta = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos \beta = \frac{\text{ПРИЛ.КАТЕТ}}{\text{ГИПОТЕНУЗА}}$$

$$\cos \beta = \frac{AC}{AB}$$

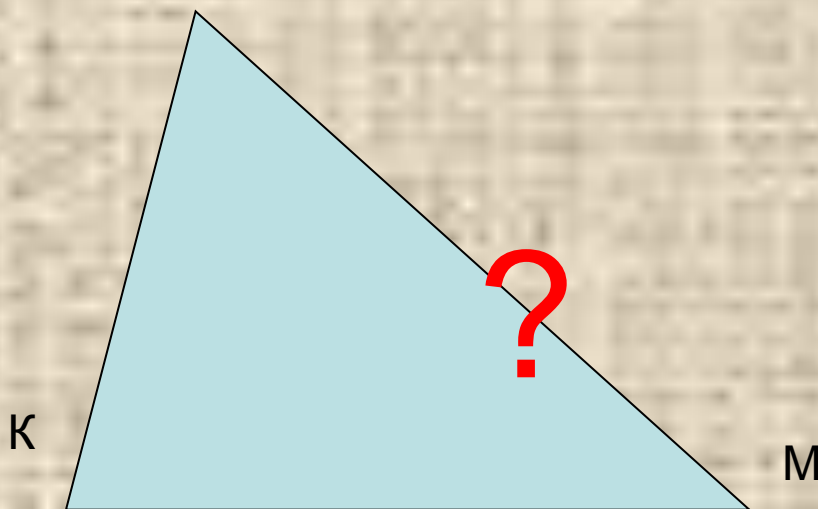
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\text{против.катет}}{\text{прилеж.катет}}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{BC}{AC}$$

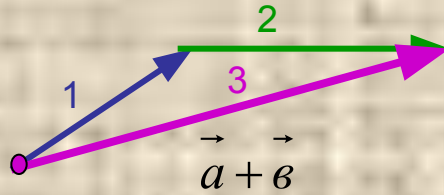
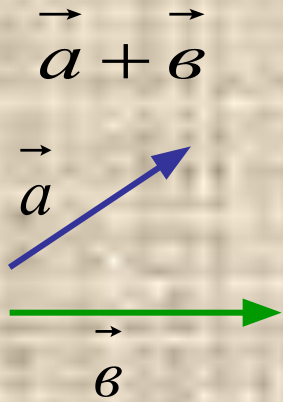


# Теорема КОСИНУСОВ

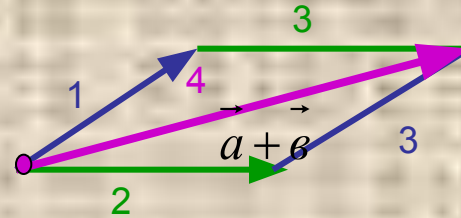
B



## СЛОЖЕНИЕ

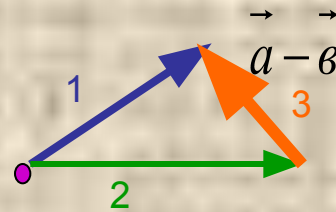
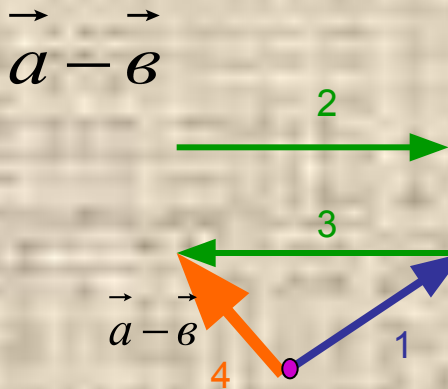


правило  
треугольника



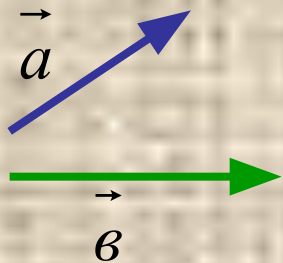
правило  
параллелограмма

## ВЫЧИТАНИЕ

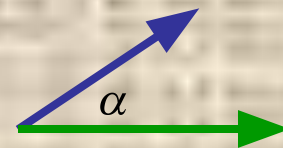




$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \text{число}$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$$

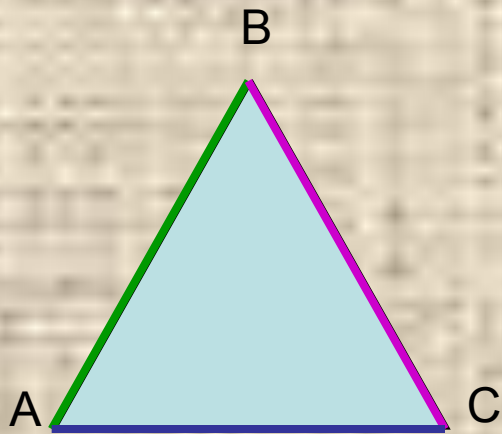


$|\vec{a}|$  — длина отрезка, изображающего вектор

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{a}^2 = a^2$$

## Формулировка:

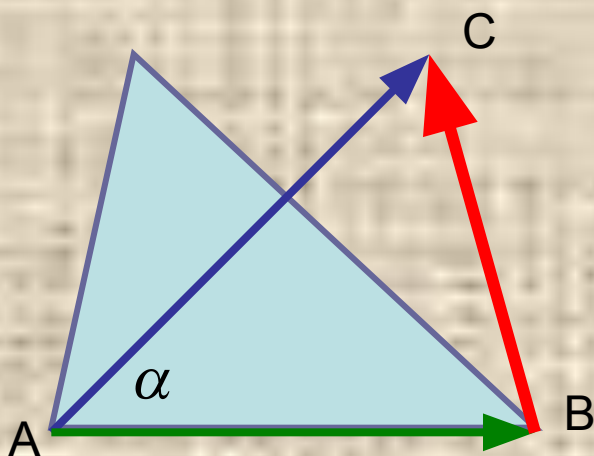
Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.



$$AB^2 = BC^2 + CA^2 - 2 * BC * AC \cos C$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 * AB * AC * \cos A$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB * BC \cos B$$



Дано:  $\triangle ABC$   $\angle A = \alpha$

Доказать:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

Доказательство.

Выразите вектор BC через сумму или разность векторов AC и AB

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$$

Возведите это равенство скалярно в квадрат

$$\overrightarrow{BC}^2 = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})^2$$

$$\overrightarrow{BC}^2 = \overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{AB}^2 - 2 \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$$

Воспользуйтесь векторными равенствами  $\overrightarrow{BC}^2 = BC^2$   $\overrightarrow{AC}^2 = AC^2$   $\overrightarrow{AB}^2 = AB^2$

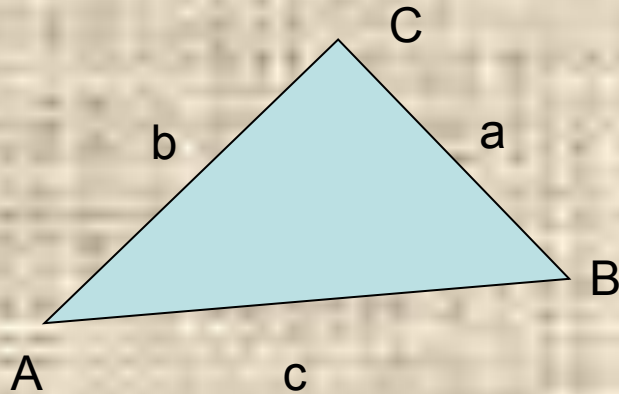
$$\begin{aligned} \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} &= |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos \alpha \\ |\overrightarrow{AC}| &= AC \quad |\overrightarrow{AB}| = AB \end{aligned}$$

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos \alpha$$

Окончательно имеем:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos \alpha$$

Верно ли записано?



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2ac \cos C$$

неверно

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

верно

$$c^2 = a^2 + c^2 - 2ab \cos A$$

неверно

МОЛОДЦЫ!!!

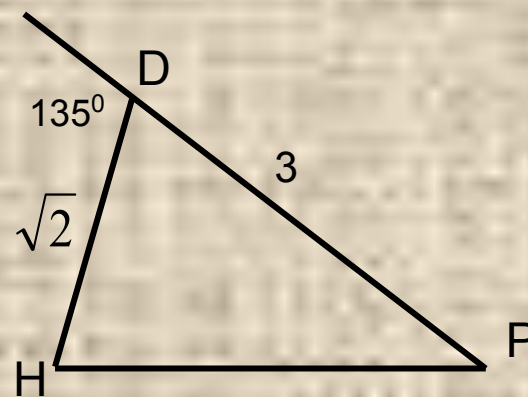
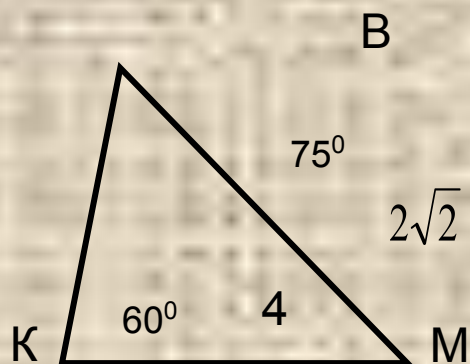
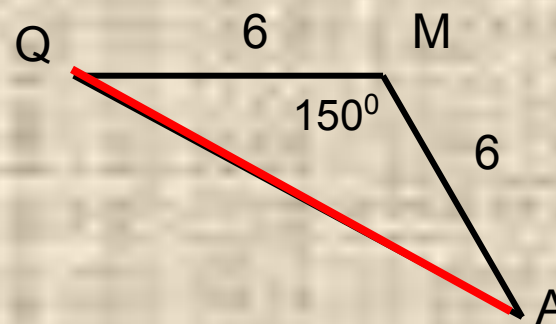
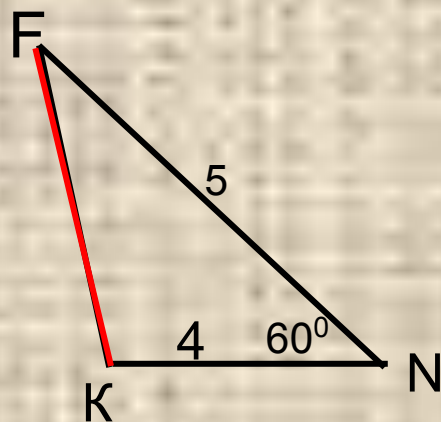


|               |                                |                                                                               |
|---------------|--------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
|               | $\alpha$<br>$30^0, 45^0, 60^0$ | $90^0 < \alpha < 180^0$                                                       |
| $\cos \alpha$ | Табличное значение             | $\cos \alpha = \cos(180^0 - \beta) = -\cos \beta$<br>$\alpha + \beta = 180^0$ |
| $\sin \alpha$ | Табличное значение             |                                                                               |

Косинус тупого угла – число отрицательное

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

# Ключевые задачи



# Применение теоремы косинусов

Нахождение стороны треугольника  
(*знаем* две стороны, угол между ними)

Угол треугольника (косинус угла)  
(*знаем* все стороны треугольника)

Вид треугольника по углам  
(*знаем* все стороны треугольника)

Медианы треугольника  
(*знаем* все стороны треугольника)

## Домашнее задание

П. 109(доказательство),

Карточка, стр 166 к п.109 №1(до конца)

Заполнить таблицу стр 92

Стр 84, 89 определения  $\cos \alpha$ ,  $\sin \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$



## Верно ли записаны формулировки?

1. Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов всех сторон минус удвоенное произведение любых двух сторон на косинус угла между ними.

НЕВЕРНО

2. Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон на синус угла между ними.

НЕВЕРНО

3. Квадрат стороны трапеции равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

НЕВЕРНО

4. Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

ВЕРНО