Производная функции

Алгебра, 10 класс

Выполнили: **Шкуратова Т.,**
Сапетченко И.

Учитель: Козак Т. И.

Проблемный вопрос

- Можно ли находить производные, не используя определение?
- Существуют ли более удобные способы?

Цели и задачи

Научиться находить производные элементарных функций, при этом:

повторить

- определения приращения функции и приращения аргумента;
- определение производной функции в точке x_0;
- алгоритм нахождения производной.

Приращение функции и аргумента

$\Delta x = x - x_o$ – приращение аргумента

$\Delta f(x) = f(x) - f(x_o)$

$\Delta f(x) = f(x_o + \Delta x) - f(x_o)$

приращение функции

Найдите Δf, если $f(x) = x^2$, $x_o = 1$, $\Delta x = 0{,}5$

Решение: $f(x_o) = f(1) = 1^2 = 1$,

$f(x_o + \Delta x) = f(1 + 0{,}5) = f(1{,}5) = 1{,}5^2 = 2{,}25$,

$\Delta f = 2{,}25 - 1 = 1{,}25$.

Ответ: $\Delta f = 1{,}25$

изменение

Определение производной

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} \to f'(x_o),$$

$f'(x_o)$ – число

Алгоритм:

1) Δx, x_o;

2) $\Delta f = f(x_o + \Delta x) - f(x_o)$;

3) $\dfrac{\Delta f}{\Delta x}$ при $\Delta x \to 0$.

$y = kx + в$

$$y(x_o) = kx_o + в,$$

$$y(x_o + \Delta x) = k \cdot (x_o + \Delta x) + в = k\,x_o + k\Delta x + в,$$

$$\Delta y = y(x_o + \Delta x) - y(x_o) = k\,x_o + k\Delta x + в - kx_o - в = k\Delta x,$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{k\Delta x}{\Delta x} = k.$$

Ответ: $\boxed{(kx + в)' = k}$

$y = x^2$

$y(x_o) = x_o^2,$

$y(x_o + \Delta x) = (x_o + \Delta x)^2 = x_o^2 + 2\,x_o\,\Delta x + (\Delta x)^2,$

$\Delta y = y(x_o + \Delta x) - y(x_o) = x_o^2 + 2\,x_o\,\Delta x + (\Delta x)^2 - x_o^2 = 2\,x_o\,\Delta x + (\Delta x)^2 = \Delta x(2x_o + \Delta x),$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta x\,(2x_o + \Delta x)}{\Delta x} = 2x_o + \Delta x \to 2x_o$$

при $\Delta x \to 0$

Ответ: $\boxed{(x^2)' = 2x}$

$y = x^3$

$$y(x_o) = x_o^3$$

$$y(x_o + \Delta x) =$$

$$= x_o^3 + 3x_o^2 \Delta x + 3x_o(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3$$

$$\Delta y = y(x_o + \Delta x) - y(x_o) =$$

$$= \Delta x(3x_o^2 + 3x_o \Delta x + (\Delta x)^2)$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \to 3x_o^2$$

$$\boxed{(x^3)' = 3x^2}$$

Вывод

Нужны формулы:

- быстро,
- удобно.

$$(kx + b)' = k$$

$$(x^2)' = 2x$$

$$(x^3)' = 3x^2$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$C' = 0$$

Найди производную!

1. $(x^7)'$
2. $(5x^3)'$
3. $(-7x^9)'$
4. $(0{,}5x^{-3})'$
5. $(9x + 16)'$
6. $(7 - 4x)'$
7. $\left(\dfrac{1}{x}\right)'$
8. $\left(\sqrt{x}\right)'$

Проверь себя!

1. $7x^6$
2. $15x^2$
3. $-63x^8$
4. $-1{,}5x^{-4}$
5. 9
6. -4

7. $$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

8. $$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Используемая литература

1. Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений/ А.Н.Колмогоров А.Н. и др.; Под ред. А.Н.Колмогорова. – 11-е изд. – М.: Просвещение, 2001. – 384 с.