

Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Лермонтовская средняя общеобразовательная
школа»

Тема: **«Инверсия»**

**научно – исследовательская работа
по математике.**

Автор: Карбовская Елена

Класс: 10

Руководитель:

Долид Наталья
Николаевна

Содержание

1. Введение
2. Определение и свойства инвертных точек.
3. Метод инверсии.
 - 3.1. Инверсия относительно оси ОХ.
 - 3.2. Построение графиков $y=1/f(x)$.
 - 3.3. Построение графиков $y= ax^2 + bx + c$ в зависимости от коэффициентов а, b, с.
4. 4.1. Инверсия относительно оси ОУ
- 4.2. Построение графиков $y = f(1/x)$
5. Применение инверсии в решении уравнений с параметром графическим способом.
6. Список литературы.

1. Введение

$$y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$y = \frac{1}{x^2 + 4}$$

$$y = \frac{1}{1+\sqrt{x}}$$

$$y = \frac{1}{\sin x}$$

$$y = \sqrt{\frac{1}{x+1}} + 3$$

Инверсия - изменение нормального положения компонентов, расположение их в обратном порядке. (Толковый словарь С.И. Ожегова).

Инверсия (от лат. Inversion – переворачивание, перестановка) – термин, относящийся к перестановкам в математике.

Цель работы:

*Изучить метод инверсии и
его применение при
построении графиков
функций и графическом
решении уравнений с
параметром.*

Задачи:

1. Знакомство с методом инверсии.
2. Рассмотрение инверсии относительно прямой, осей координат.
3. Изучение свойств инверсии.
4. Практическое применение инверсии при построении графиков и решении уравнений.

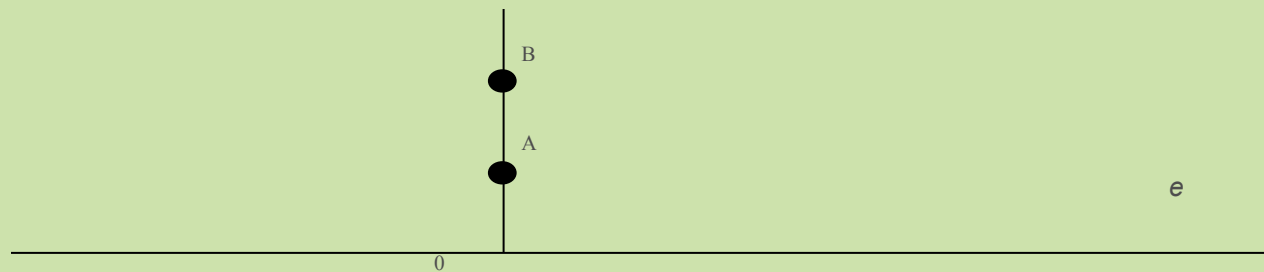
Достоинства способа:

- он помогает приобрести навык построения графиков функций;
- он помогает усвоению таких важных свойств функций как монотонность, экстремум, знакопостоянство, четность;
- график функции — ее «портрет», поэтому данный способ помогает лучше увидеть свойства функции и решать уравнения с параметрами.

2. Определение и свойства инвертных точек.

Точка В называется **инвертной** точке А относительно прямой (оси) e , если:

- 1) эти точки лежат по одну сторону относительно e ;
- 2) отрезок, их соединяющий, перпендикулярен оси e ;
- 3) произведение расстояний от этих точек до e равно 1 ($OA \cdot OB = 1$)
- 4) для точек оси e инвертных нет.



Преобразование плоскости, при котором каждая точка переходит в инвертную ей относительно данной прямой, называется ***инверсией***. Для точек этой прямой преобразование не определяется.

3. Метод инверсии.

3.1. Инверсия относительно оси OX .

Рассмотрим инверсию относительно оси OX .

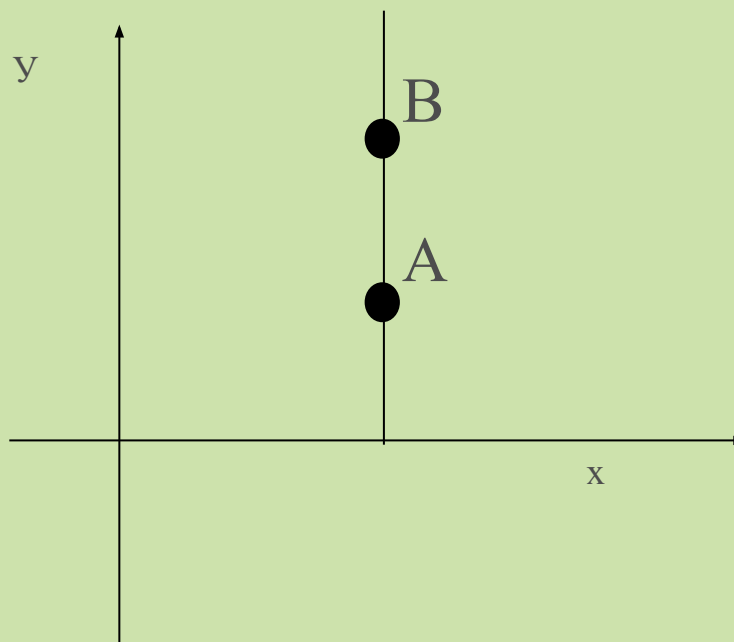


График функции $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ получается из графика функции $y=f(x)$ инверсией относительно оси ОХ.

$$(x ; y) \longrightarrow (x ; \frac{1}{y})$$

Свойства инверсии относительно оси Ox

1. Если $f(x) > 0$, то $\frac{1}{f(x)} > 0$.

Если $f(x) < 0$, то $\frac{1}{f(x)} < 0$.

2. Если $y = f(x)$ имеет корни $x = x_1, \dots$, т.е. $f(x) = 0$, то $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ имеет вертикальные асимптоты $x = x_1, \dots$

3. Если у графика функции $y = f(x)$ есть горизонтальная асимптота $y = 0$, то $\frac{1}{f(x)}$ имеет асимптоту $y = 0$.

Если у графика функции $y = f(x)$ есть горизонтальная асимптота $y = b$ при $x \rightarrow \infty$ то график функции $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ будет иметь горизонтальную асимптоту $y = \frac{1}{b}$.

4. Если $f(-x) = f(x)$, то $g(-x) = \frac{1}{f(-x)} = \frac{1}{f(x)} = g(x)$

Если $f(-x) = -f(x)$, то $g(-x) = \frac{1}{f(-x)} = \frac{1}{-f(x)} = -g(x)$.

5. Если $f(x)$ – периодическая функция, то $\frac{1}{f(x)}$ – периодическая функция.

6. Если $f(x)$ сохраняет знак на множестве X и возрастает на нем, то $\frac{1}{f(x)}$ убывает на этом множестве.

Если $f(x)$ сохраняет знак на множестве X и убывает на нем, то $\frac{1}{f(x)}$ возрастает на этом множестве.

7. Наибольшее значение функции изменяется и становится наименьшим, и наоборот. Максимум становится минимумом, и наоборот

8. Если при $x \rightarrow \infty$ $f(x) \rightarrow 0$, то в графике инверсии $\frac{1}{f(x)} \rightarrow \infty$.

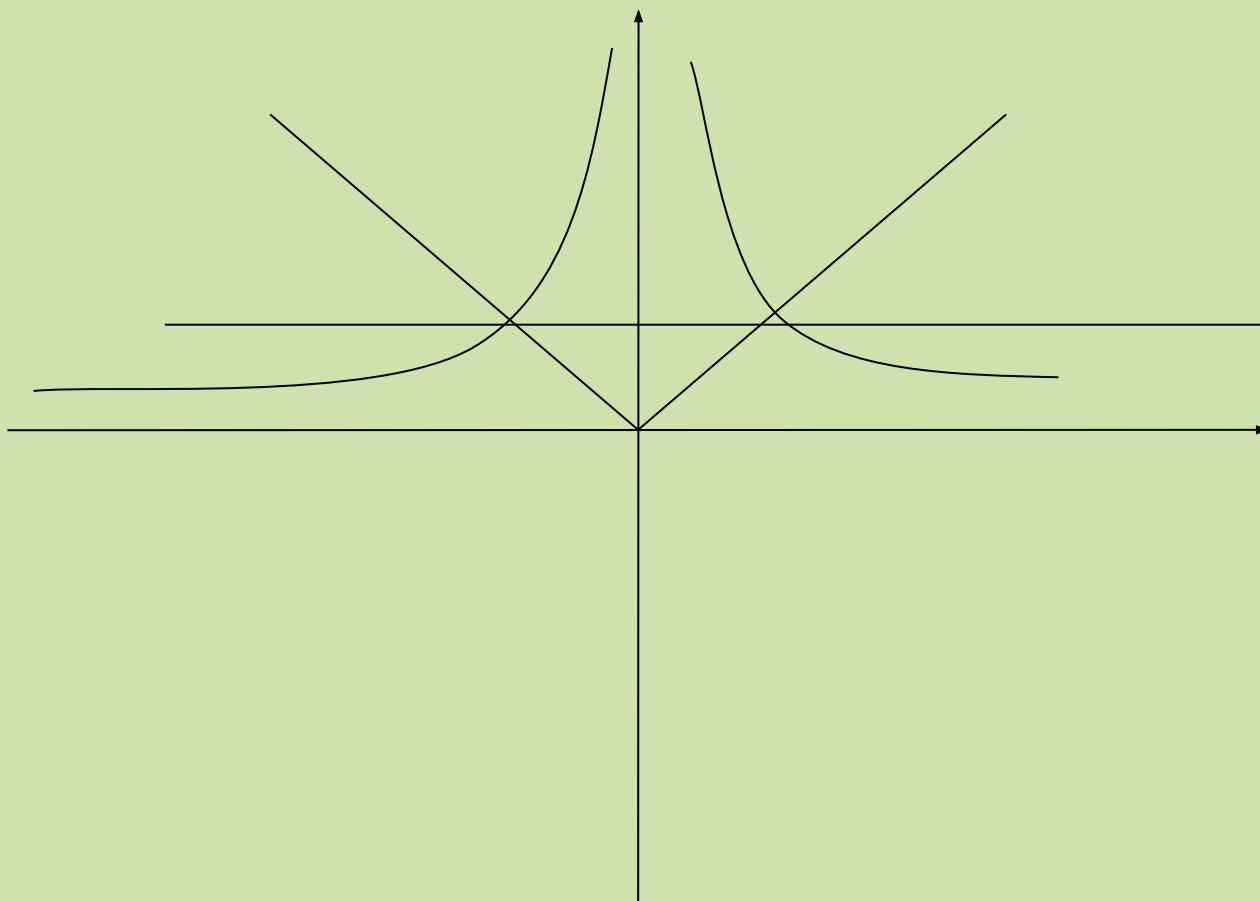
Если при $x \rightarrow \infty$ $f(x) \rightarrow \infty$, то в графике инверсии $\frac{1}{f(x)} \rightarrow 0$.

3.2. Построение графиков $y=1/f(x)$.

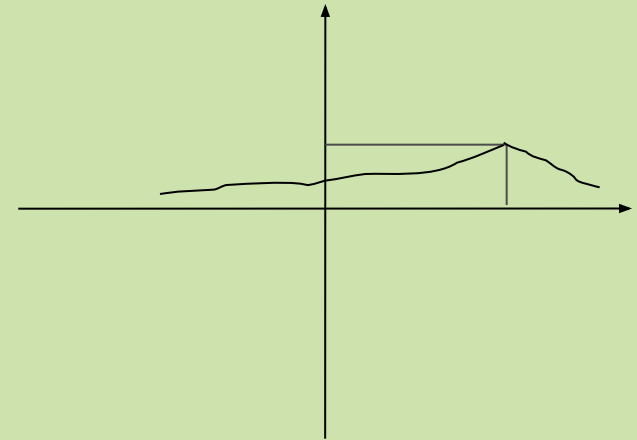
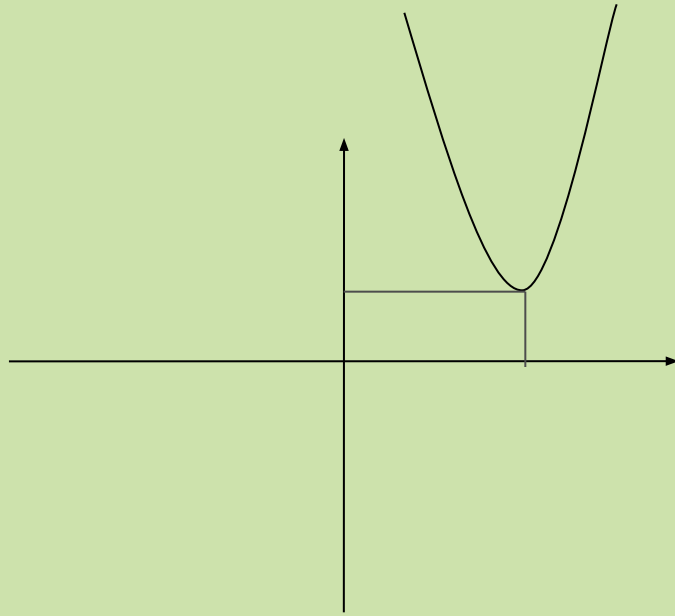
Алгоритм построения:

1. Строим график функции $y=f(x)$.
2. Через точки пересечения графика функции $y=f(x)$ с осью OX проводим вертикальные асимптоты или вынуть из области определения нули функции.
3. Строим вспомогательные прямые $y=1$, $y=-1$.
4. Промежутки знакопостоянства сохраняем.
5. Сохраняем четность функции (симметрия графика)
6. Сохраняем периодичность функции.
7. Меняем промежутки возрастания (убывания) на промежутки убывания (возрастания).

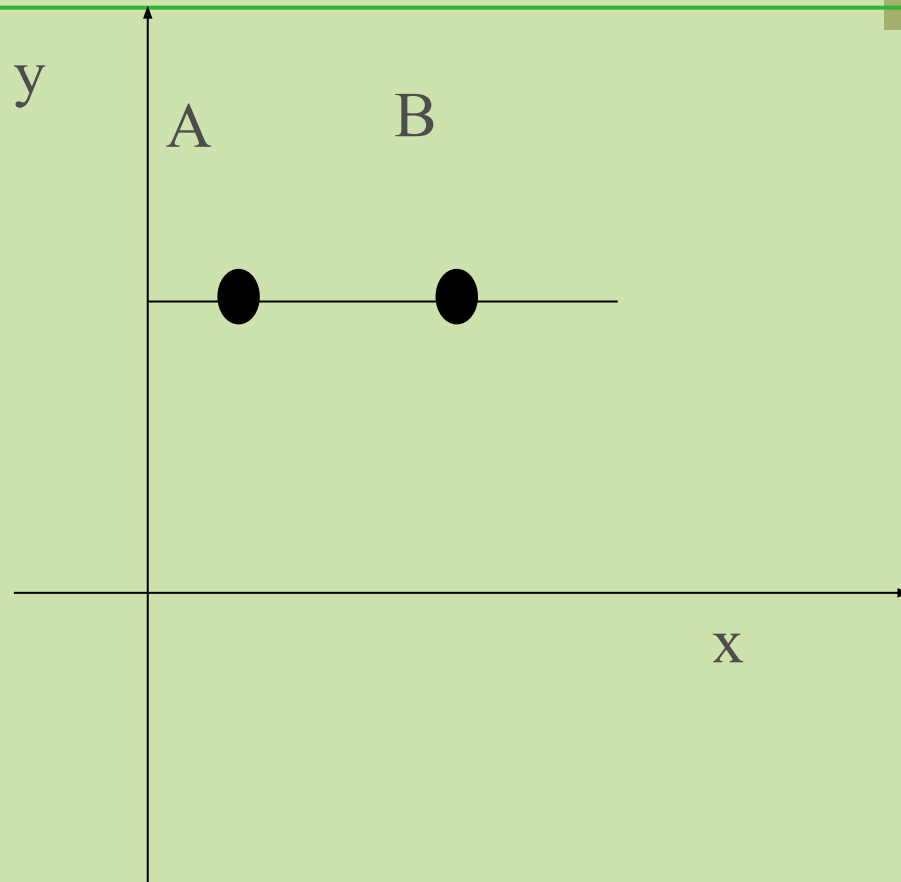
$$y = \frac{1}{|x|}$$



Построение графиков $y=1/(ax^2+bx+c)$ в зависимости от коэффициентов a, b, c .



4.1. Инверсия относительно оси OY



$(x ; y) ($

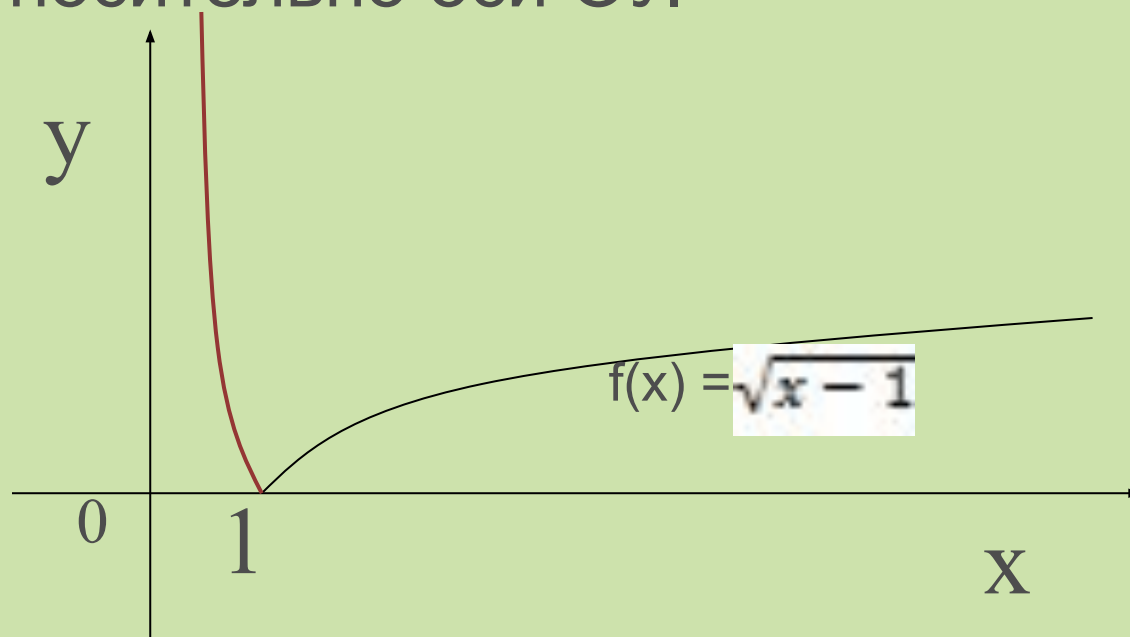
График функции $g(x)=f(\frac{1}{x})$ получается из графика функции $y=f(x)$ инверсией относительно оси ОУ.

$$(x ; y) \rightarrow (\frac{1}{x}, y)$$

у

Пример 1. Построить график функции $y = \sqrt{\frac{1}{x} - 1}$

График этой функции получается из графика функции $f(x) = \sqrt{x - 1}$ инверсией относительно оси ОУ.



Рассмотренная тема находит свое применение в решении уравнений

с параметрами графическим методом.

Он состоит в построении кривой, определяемой уравнением с параметром:

5. Применение инверсии в решении уравнений
(a - 1)x² - 4(a - 1)x + 3a - 4 = 0
с параметром графическим способом.
Проведем преобразования.

Рассмотренная тема находит свое применение в решении уравнений с параметрами графическим методом.

Он состоит в построении кривой, определяемой уравнением с параметром:

$$(a - 1)x^2 - 4(a - 1)x + 3a - 4 = 0$$

Проведем преобразования.

После преобразования получаем:

$$a = \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4x + 3} = 1 + \frac{1}{x^2 - 4x + 3}.$$

а) при каких значениях параметра a уравнение не имеет решения;

б) при каких значениях параметра a уравнение имеет решения разных знаков;

в) при каких значениях параметра a уравнение имеет корень из отрезка $[-1; 2]$;

г) при каких значениях параметра a уравнение имеет корень больше 6.

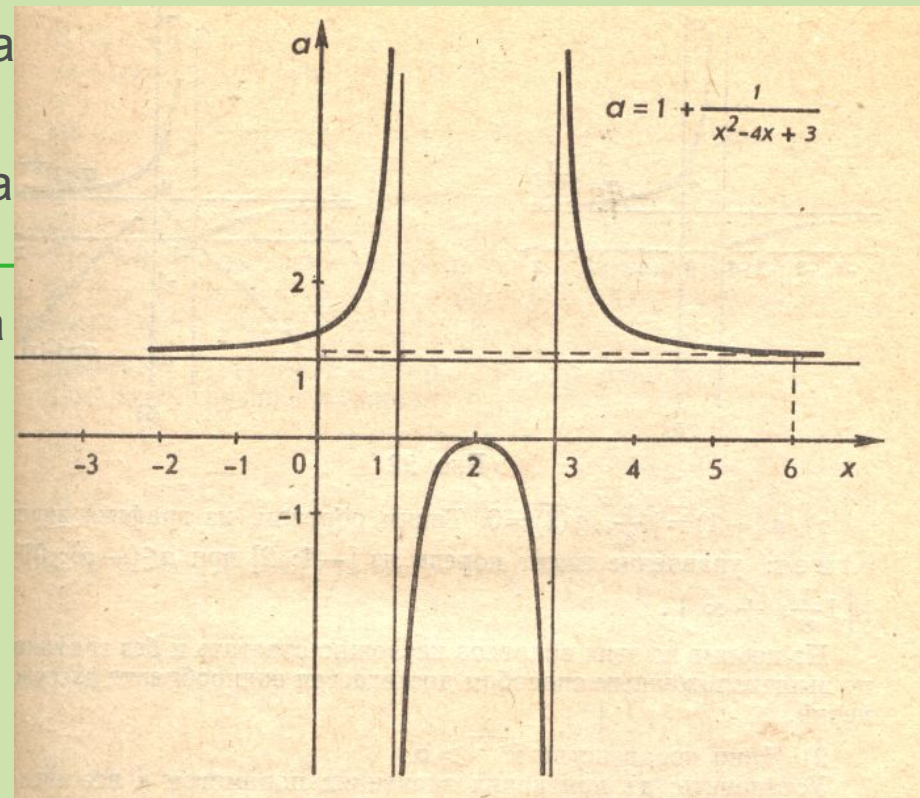
С помощью графика установить:

а) при каких значениях параметра a уравнение не имеет решения;

б) при каких значениях параметра a уравнение имеет решения разных знаков;

в) при каких значениях параметра a уравнение имеет корень из отрезка $[-1; 2]$;

г) при каких значениях параметра a уравнение имеет корень больше 6.



Список используемой литературы

- А.П. Карп «Даю уроки математики» (М., «Просвещение», 1992)
- Н.Я. Виленкин «Алгебра 9» (учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики). (М., «Просвещение», 1996)
- <http://ru.wikipedia.org/wiki/Инверсия>

СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!