

***ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ
ВЕРОЯТНОСТЕЙ***

Теорема сложения вероятностей несовместных событий

Вероятность появления одного из двух, безразлично какого, события из нескольких несовместных событий равна сумме их вероятностей

$$P(A \text{ или } B) = P(A) + P(B),$$

Сложение вероятностей справедливо не только для двух, но и для любого числа несовместных событий.

Важно!!! Если в условии задачи есть «ИЛИ» - только теорема сложения!!!

В спортивном зале тренируется 18 штангистов, что составляет 25% от общего количества, 35 гимнастов, а остальные - каратисты. Найдите вероятность того, что наугад выбранный спортсмен будет штангист или каратист.

Дано:

$m_{шт.} = 18$ (что составляет 25% от общего количества);

$m_{гим.} = 35$;

$P(A \text{ или } B) = ?$

Решение:

1. Найдем общее количество спортсменов тренирующихся в спортивном зале:

$$?? = \frac{100\% \cdot 18}{25\%} = 72;$$

2. Найдем количество каратистов тренирующихся в спортивном зале:

$$m_{кр} = n - (m_{шт.} + m_{гим.})$$

$$m_{кр} = 72 - (18 + 35) = 19 - \text{каратистов.}$$

Воспользуемся теоремой сложения вероятностей для независимых событий, где $P(A)$ - вероятность того, что наугад выбранный спортсмен будет штангист, а $P(B)$ - вероятность того, что наугад выбранный спортсмен будет каратист:

$$P(A \text{ или } B) = \frac{??_{шт.}}{??} + \frac{??_{кр.}}{??};$$

$$P(A \text{ или } B) = \frac{18}{72} + \frac{19}{72} = 0,514;$$

Ответ: $P(A \text{ или } B) = 0,514$.

В шкафу с медикаментами стоит коробка с настойками: 3 флакона – с календулой, 5 – с валерианой и 2 – с эвкалиптом. Из коробки извлекается 1 флакон. Какова вероятность, что это был флакон с эвкалиптом или календулой?

Дано:

$m_1=3$ -календ.

$m_2=5$ -валериана

$m_3=2$ -эвкалипт

$P(A \text{ или } B)$ -?

Решение:

Найдем общее количество флаконов в шкафу:

$$n=m_1+m_2+m_3$$

$$n=5+3+2=10$$

По теореме сложения вероятностей несовместных событий:

$$P(A \text{ или } B)=P(A)+P(B);$$

где $P(A)$ – вероятность извлечения флакона с календулой; $P(B)$ – вероятность извлечения флакона с эвкалиптом;

$$P(A \text{ или } B)=0,3+0,2=0,5.$$

Ответ: вероятность, что это был флакон с эвкалиптом или календулой равна 0,5.

ЗАДАЧИ

1. На участке у врача 40 человек, четверо из которых больны гриппом, двое – страдают гастритом, трое – ишемической болезнью сердца и шестеро – гипертонической болезнью. Найти вероятность того, что первый вызов врача на дом сделает больной гриппом или гипертонической болезнью. (0,25).

2. Стрелок стреляет по мишени, имеющей 3 области. Вероятность попасть в первую область равна 0,2; вероятности попасть во вторую и третью области равны соответственно 0,3 и 0,5. Найти вероятность того, что, выстрелив один раз, стрелок попадет в первую или в третью область. (0,7).

В отделении больницы проходят курс лечения 50 пациентов, имеющих заболевание L, 100 - с заболеванием N, и 350 - с заболеванием M. Какова вероятность того, что первый наугад осмотренный пациент будет иметь заболевание N или M? (0,9).

Теорема умножения вероятностей независимых событий

*Вероятность совместного появления
двух и более независимых событий
равна произведению в
вероятностей этих событий.*

$$P(A \text{ и } B) = P(A) \times P(B/A)$$

Важно!!! Если в условии задачи есть
«НЕЗАВИСИМО» или это подразумевается-
только теорема умножения независимых
событий!!!

Три врача независимо друг от друга осмотрели одного и того же больного. Вероятность того, что первый врач установит правильный диагноз, равна 0,8. Для второго и третьего врачей эти вероятности, соответственно, равны 0,7 и 0,9. Определить вероятность того, что все врачи поставят неверный диагноз.

Дано:

$$P(A)=0,8$$

$$P(B)=0,7$$

$$P(C)=0,9$$

$$P(A' \text{ и } B' \text{ и } C')=?$$

Решение:

Найдем вероятности противоположных событий:

$$P(A')=1-P(A)=1-0,8=0,2;$$

$$P(B')=1-P(B)=1-0,7=0,3;$$

$$P(C')=1-P(C)=1-0,9=0,1;$$

По теореме умножения вероятностей для независимых событий:

$$P(A' \text{ и } B' \text{ и } C')=P(A') \cdot P(B') \cdot P(C');$$

$$P(A' \text{ и } B' \text{ и } C')=0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,1=0,006$$

Ответ: вероятность того, что все врачи поставят неверный диагноз равна 0,006.

В шкафу с медикаментами настойки трав расположены на двух полках. На первой – стоят 3 флакона с календулой, 5 – с валерианой и 2 – с эвкалиптом, на второй – по 10 флаконов каждой из настоек. С каждой полки наугад достают по 1 флакону. Какова вероятность, что оба флакона окажутся настойкой календулы?

Дано:

$$m_1=3$$

$$m_2=5$$

$$m_3=2$$

$$m'_1=10$$

$$m'_2=10$$

$$m'_3=10$$

Решение:

Используем теорему умножения:

$$P(A \text{ и } B) = P(A) \cdot P(B);$$

$$P A = \frac{3}{10};$$

$$P B = \frac{10}{30};$$

$$P A \text{ и } B = \frac{3}{10} \cdot \frac{10}{30} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$P(A \text{ и } B)$ -?

Ответ: вероятность, что оба флакона окажутся настойкой календулы равна 0,1

Вероятность попадания стрелком в центр мишени составляет 0,4. Найдите вероятность того, что стрелок трижды подряд попадёт в эту область.

Дано:

$$P(A)=0,4$$

Решение:

По теореме умножения вероятностей для независимых событий:

$$P(A_1 \text{ и } A_2 \text{ и } A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3);$$

$$P(A_1 \text{ и } A_2 \text{ и } A_3) = ?$$

$$P(A_1 \text{ и } A_2 \text{ и } A_3) = 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = 0,064$$

Ответ: $P(A_1 \text{ и } A_2 \text{ и } A_3) = 0,064$

ЗАДАЧИ

1. Три врача независимо друг от друга осмотрели одного и того же больного. Вероятность того, что первый врач установит верный диагноз, равна 0,8. Для второго и третьего врачей эти вероятности соответственно равны 0,7 и 0,9. Определите вероятность того, что все врачи поставят правильный диагноз. (0,5).
2. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет в мишень, равна 0,8. Стрелок делает три выстрела. Определить вероятность того, что стрелок три раза попадет в мишень. (0,512).
3. Вероятность того, что стрелок при выстреле попадет в мишень, равна 0,9. Стрелок делает два выстрела. Определить вероятность того, что стрелок оба раза не попадет в мишень. (0,01).

Теорема умножения вероятностей зависимых событий

Вероятность совместного появления двух зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило:

$$P(A \text{ и } B) = P(A) \times P(B/A)$$

эта теорема справедлива и для большего числа зависимых событий.

Условная вероятность $P(B/A)$ – это вероятность появления события B при условии, что событие A произошло.

В ящике 20 деталей, из них 6 – окрашены. Сборщик наугад извлекает 4 детали. Найдите вероятность того, что все извлеченные детали будут окрашенными.

Дано:

$$n=20$$

$$m=6$$

$P(A \text{ и } B \text{ и } C \text{ и } D)$ -

?

Решение:

По теореме умножения вероятностей для зависимых событий:

$$P(A \text{ и } B \text{ и } C \text{ и } D) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/AB) \cdot P(D/ABC);$$

$$P(A \text{ и } B \text{ и } C \text{ и } D) = \frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} \cdot \frac{4}{18} \cdot \frac{3}{17} = \frac{1}{323} = 0,003$$

Ответ: $P(A \text{ и } B \text{ и } C \text{ и } D) = 0,003$

На предприятии изготавливаются изделия определенного вида на трех поточных линиях. На первой линии производится 200 всех изделий, на второй - 300, на третьей - 500. Найдите вероятность того, что два наугад извлеченных изделия были изготовлены на третьей линии.

Дано:

$$m_1=200$$

$$m_2=300$$

$$m_3=500$$

$$P(A \text{ и } B) = ?$$

Решение:

Используем теорему умножения:

$$P(A \text{ и } B) = P(A) \cdot P(B/A);$$

$$P(A \text{ и } B) = \frac{500}{1000} \cdot \frac{499}{999} = 0,2475 \approx 0,25$$

Ответ: вероятность того, что два наугад извлеченных изделия были изготовлены на третьей линии 0,25.

Аптека может обеспечить лекарствами 7 больных из 15. Какова вероятность того, что три наугад выбранных больных будут обеспечены лекарствами ?
будут окрашенными.

Дано:

$$n=15$$

$$m=7$$

$P(A \text{ и } B \text{ и } C)$ - ?

Решение:

По теореме умножения вероятностей для зависимых событий:

$$P(A \text{ и } B \text{ и } C) = P(A) \cdot P(B/A) \cdot P(C/AB);$$
$$P_{A \text{ и } B \text{ и } C} = \frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14} \cdot \frac{5}{13} = \frac{1}{13} = 0,077$$

Ответ: вероятность того, что три наугад выбранных больных будут обеспечены лекарствами равна 0,077.

ЗАДАЧИ

1. На приеме у врача находится 15 больных, 5 из которых больны ветрянкой. Определить вероятность того, что 2 наугад выбранных пациента не больны ветрянкой? (0,43).
2. В укладке фельдшера скорой помощи находятся 20 шприцев, 5 из которых - 10-граммовые, остальные - 20 граммовые. На первом вызове было использовано 2 шприца. Определите вероятность того, что оба шприца были 10-граммовые. (0,05)
3. В урне находится 20 шаров: 4 белых и 16 красных. Определить вероятность одновременного изъятия из урны двух красных шаров. (0,63)

ЗАДАЧИ*

1. Дальтоник воспринимает красный и зеленый цвет как серый. В корзине находятся 2 красных, 4 зеленых, 2 белых и 2 черных шара. Какова вероятность того, что наугад вытянутый дальтоником шар окажется для него "серым"? (0,6).

2. В урне находится 10 шаров: 3 белых, 5 черных и 2 красных. Из урны извлекается черный шар и в урну не возвращается. Какова вероятность извлечь после этого черный шар? (0,44).